جامعة القاهرة – كلية التجارة

كلية التجارة

رياضيات
التمويل والاستثمار

تأليف

أ.د/ مصطفى عبد الغنى أحمد
أستاذ الرياضة والتأمين

أ.د/ على السيد الديب
أستاذ الرياضة والتأمين

مراجع الرياضة المالية

رياضيات
التمويل والاستثمار

تأليف

دكتور
مصطفى عبد الغنى أحمد
أستاذ الرياضة والتأمين
كلية التجارة – جامعة القاهرة

دكتور
على السيد الديب
أستاذ الرياضة والتأمين
كلية التجارة – جامعة القاهرة

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

مما لاشك فيه أن الأعمال المالية والتجارية لا يتم إنجازها على الوجه الصحيح إلا إذا كان هناك أسس رياضية تعتمد بالدرجة الأولى على النظريات العلمية الصحيحة حتى يتثنى للقائمين بها ضبط نتائج الأعمال وهذا يؤدى إلى الوصول إلى الموقف المالى والتجارى بدقة ويبعدهم عن الوقوع فى أخطاء يكون نتيجتها ارتباك العمل وضياع كثير من الوقت والجهد.

ويتناول هذا الكتاب رياضيات التمويل والاستثمار جزئه الأول الفائدة البسيطة تغطيه للجوانب المختلفة المتعلقة بالفائدة البسيطة، ولتحقيق ذلك فقد تم تقسيمه إلى ستة فصول يهتم الفصل الأول منها بالفائدة والجملة وفى هذا الفصل تم التعرض للقانون الأساسى للفائدة البسيطة والعوامل التى تؤثر فى حساب الفائدة وكذلك القانون الأساسى للجملة. ويهتم الفصل الثانى بدراسة القيمة الحالية والخصم. ويهتم الفصل الثالث بدراسة تسوية الديون. وهذا الموضوع هو التطبيق العملى لما تم دراسته فى الفصلين الأول والثانى. كما يهتم الفصل الرابع بدراسة خصم الأوراق التجارية. ويهتم الفصل الخامس بالدفعات أما الفصل السادس خصص لدراسة القروض وأهم طرق سدادها.

أما الجزء الثانى فيتكون من ثلاثة أبواب يتناول الباب الأول الفائدة والجملة، والقيمة الحالية والخصم، وتسوية الديون، ويتناول الباب الثانى الدفعات المتساوية من خلال أربعة فصول، والباب الثالث والأخير يتناول طرق سداد القروض طويلة الأجل من خلال فصلين.

وقد تم عرض المادة العلمية بأسلوب مبسط وسهل للقارئ مؤيداً بالأمثلة العملية الشاملة هذا بالإضافة إلى توضيح تلك الأمثلة بالرسومات والأشكال التوضيحية إلى تساعد القارئ على استيعاب الحل وأسأل الله العلى القدير أن أكون بهذا الجهد المتواضع قد أسهمت بوضع لبنة فى صرح الرياضة المالية والله المستعان. وهو نعم المولى ونعم النصير.

المؤلفان

المحتويات

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ ربى أوزعنى أن أشكر نعمتك التى أنعمت على وعلى والدى وأن أعمل صالحاً ترضاه وأدخلنى برحمتك في عبادك الصالحين ﴾

صدق الله العظيم

دعـــاء

اللهـمُ إنّى أعُوذُ بِكَ مِنْ كُلّ عَملٍ يُخْزِينى

وأعُوذُ بك مِنْ كُلّ صَاحـب يؤذيـنـى

وَأعَوذُ بكَ مِنْ كُلّ أَمَل يُلْهِيـنـى

وَأعُوذُ بِكَ مِنْ كُلّ فَقْر يُنْسِيـنـى

وَأعُوذُ بِكَ مِنْ كُلّ غِنـى يُطْغِيـنـى

الجزء الأول

الفائـــدة البسيطة

الفصل الأول

الفائـــدة والجملـــة

الفصل الأول
الفائـــدة والجملـــة

١- تعريف الفائدة :

يعتبر رأس المال أحد عوامل الإنتاج المكمله للطبيعه والعمل والتنظيم وتتفاعل هذه العوامل مجتمعه لكى تنتج السلع والخدمات التى يحتاجها الأفراد .

ويلاحظ أن صاحب المشروع الاقتصادى يضطر إلى الحصول على الموارد الطبيعيه من أرض وخلافه عن طريق شرائها أو إستئجارها من الغير وفى مقابل ذلك يدفع لها إيجاراً . ويحصل أيضاً على العمل عن طريق إستئجاره وفى مقابل ذلك يدفع له أجراً . كذلك التنظيم فإنه يحصل عليه عن طريق توظيف أكفأ المهارات الإداريه وفى مقابل ذلك يدفع له مرتباً .

أما رأس المال فإنه يحصل عليه عن طريق البنوك وشركات التأمين وفى مقابل ذلك يدفع عليه عائد مقابل إقتراضه ويطلق على عائد رأس المال المقترض لفظ الفائده .

وتأسيساً على ما سبق يمكن القول أن الفائده هى مقدار العائد على رأس المال المستثمر أو المقترض .

٢- العوامل التى تؤثر فى حساب الفائدة :

من التعريف السابق للفائدة يمكن القول أن هناك ثلاثه عناصر أساسيه تؤثر فى حسابها وهذه العناصر هى :

١/٢ المبلغ المستثمر :

ويرمز لهذا العنصر بالرمز (أ) ويقصد به أصل القرض أو رأس المال أو أصل المبلغ المستثمر .

٢/٢ معدل الفائدة :

ويرمز لهذا العنصر بالرمز (ع) ويقصد به عائد وحده النقود عن الوحده الزمنيه.

٢/٣ المدة :-

ويرمز لهذا العنصر بالرمز (ن) ويقصد به مدة إستثمار الأصل أو زمن الأقتراض .

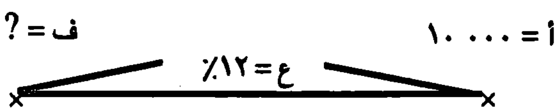
وسوف نرمز للفائدة بالرمز (ف) ويلاحظ أن هناك تناسب طردى بين الفائدة وجميع العناصر السابق بيانها بمعنى أن الفائدة تزيد بزيادة أى عنصر من هذه العناصر مع ثبات العناصر الأخرى وتنقص أيضاً بأنخفاض أى عنصر من هذه العناصر مع ثبات العناصر الأخرى .

٣- القانون الأساسى لحساب الفائدة البسيطه :

ويلاحظ أن العلاقات السابقه جميعها مستنتجه من القانون الأساسى للفائدة البسيطه . وفيما يلى بعض الأمثله التى توضح تطبيق العلاقات السابقه .

مثال ١ : أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فى بنك القاهرة لاستثماره بمعدل فائدة بسيطه ١٢٪ سنوياً ولمدة ٣ سنوات . إحسب الفائدة المستحقه على هذا المبلغ فى نهايه هذه المدة .

الحل :



∵ ف = أ × ع × ن

$$\therefore \text{ف} = ١٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ٣$$

= ٣٦٠٠ جنيه

مثال ٢ : أودع شخص مبلغ معين فى البنك لاستثماره بمعدل ١٠٪ سنوياً وفى نهاية خمس سنوات وجد أن الفائدة المستحقه على هذا المبلغ ٧٥٠٠ جنيه . أوجد أصل المبلغ المستثمر .

مثال ٣ : أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى بنك الاستثمار العربى لاستثماره بمعدل معين وفى نهاية ٤ سنوات وجد أن الفائدة المستحقه على هذا المبلغ ٦٤٠٠ جنيه . أوجد معدل الفائدة المستخدم فى حساب الفائدة .

الحل :

أ = ٢٠٠٠٠ ف = ٦٤٠٠

ع = ؟

ن = ٤ سنوات

$\because$ ع = $\frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ن}}$

$\therefore$ ع = $\frac{٦٤٠٠}{٢٠٠٠٠ \times ٤}$ = $\frac{٦٤٠٠}{٨٠٠٠٠}$ = ٨ ٪

مثال ٤ : أودع شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك لاستثماره بمعدل ٩٪ سنوياً وفى نهاية مدة معينة وجد أن الفائدة المستحقه على هذا المبلغ ١٣٥٠٠ جنيه أوجد مدة الاستثمار .

الحل :

أ = ٣٠٠٠٠ ف = ١٣٥٠٠

ع = ٩٪

ن = ؟

$\because$ ن = $\frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}}$

$\therefore$ ن = $\frac{١٣٥٠٠}{٣٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠}}$ = $\frac{١٣٥٠٠}{٢٧٠٠}$ =

ن = ٥ سنوات

٤- القانون الأساسى للجملة :

جملة أى مبلغ هى عبارة عن أصل المبلغ مضافاً إليه الفائدة وسوف نرمز للجملة بالرمز (حـ) حيث :

الجملة = الأصل + الفائدة

حـ = أ + ف

، ∵ ف = أ × ع × ن

∴ يمكن التعويض عن قيمة ف فى القانون السابق .

∴ حـ = أ + أ × ع × ن

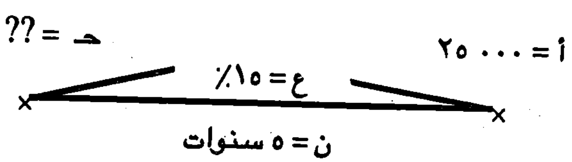
حـ = أ (١ + ع ن)

ويلاحظ على القانون السابق أنه يوجد به أربعة مجاهيل هى (حـ ، أ ، ع ، ن) بحيث إذا علم أى ثلاث مجاهيل منهم يمكن إيجاد المجهول الرابع .

والأمثلة التالية توضح ذلك :

مثال ٥ : إقترض أحد التجار مبلغ ٢٥٠٠٠ من بنك القاهرة بمعدل ١٥٪ سنوياً . إحسب المستحق عليه فى نهاية خمس سنوات .

الحل :



∵ حـ = أ (١ + ع ن)

∴ حـ = ٢٥٠٠٠ (١ + ١٥/١٠٠ × ٥)

= ٢٥٠٠٠ (١ + ٠٫٧٥) = ٤٣٧٥٠ جنيه

حل آخر :

∵ ف = أ × ع × ن

∴ ف = ٢٥٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × ٥ = ١٨٧٥٠ جنيه

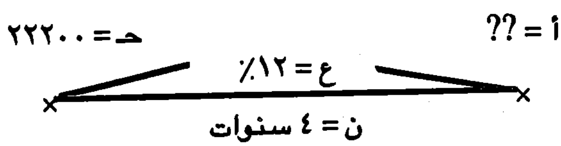
∵ جـ = أ + ف

جـ = ٢٥٠٠٠ + ١٨٧٥٠

= ٤٣٧٥٠ جنيه

مثال ٦ : أودع شخص مبلغ معين فى البنك لاستثماره بمعدل ١٢٪ سنوياً وفى نهاية ٤ سنوات وجد أن جملة ماله فى البنك ٢٢٢٠٠ جنيه . إحسب أصل المبلغ المستثمر.

الحل :



∵ جـ = أ (١ + ع ن)

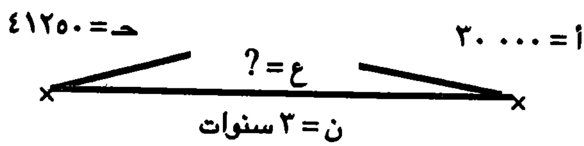
∴ أ = $\frac{جـ}{(١ + ع ن)}$

∴ أ = $\frac{٢٢٢٠٠}{(١ + \frac{١٢}{١٠٠} × ٤)}$

= $\frac{٢٢٢٠٠}{(١ + ,٤٨)}$ = ١٥٠٠٠ جنيه

مثال ٧ : أودع شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه فى البنك لاستثماره بمعدل معين وفى نهاية ٣ سنوات وجد أن جملة ماله فى البنك ٤١٢٥٠ جنيه . إحسب معدل الاستثمار .

الحل :



∵ ف = حـ − أ

∴ ف = ٤١٢٥٠ − ٣٠ ٠٠٠

ف = ١١٢٥٠ جنيه

∵ ف = أ × ع × ن

١١٢٥٠ = ٣٠ ٠٠٠ × ع × ٣

∴ ع = ١١٢٥٠ / (٣٠٠٠٠×٣) = ١٢٫٥٪ سنوياً

حل آخر :

∵ حـ = أ (١ + ع ن)

∴ ٤١٢٥٠ = ٣٠ ٠٠٠ (١ + ع × ٣)

٤١٢٥٠ = ٣٠ ٠٠٠ + ٩٠ ٠٠٠ ع

٤١٢٥٠ − ٣٠ ٠٠٠ = ٩٠ ٠٠٠ ع

١١٢٥٠ = ٩٠ ٠٠٠ ع

∴ ع = ١١٢٥٠ / ٩٠٠٠٠ = ١٢٫٥٪ سنوياً

مثال ٨ : أودع شخص مبلغ ١٨٥٠٠ جنيه فى أحد البنوك لاستثماره بمعدل ٥ر١٠٪ سنوياً وفى نهاية مدة معينة وجد هذا الشخص أن جملة ماله فى البنك ٥ر٢٤٣٢٧ جنيه . إحسب مدة الاستثمار .

الحل :

أ =١٨٥٠٠   حـ = ٥ر٢٤٣٢٧

ع = ٥ر١٠٪

ن = ؟؟

∵ حـ = أ + ف

∴ ف = حـ − أ

= ٥ر٢٤٣٢٧ − ١٨٥٠٠

= ٥ر٥٨٢٧ جنيه .

∵ ف = أ × ع × ن

$$٥ر٥٨٢٧ = ١٨٥٠٠ \times \frac{١٠٥}{١٠٠٠} \times ن$$

$$ن = \frac{٥٨٢٧,٥}{١٨٥٠٠ \times \frac{١٠٥}{١٠٠٠}}$$

$$ن = \frac{٥٨٢٧,٥}{١٩٤٢,٥} = ٣ \text{ سنوات}$$

حل آخر :

∵ حـ = أ (١ + ع ن)

$$٥ر٢٤٣٢٧ = ١٨٥٠٠ \left(١ + \frac{١٠٥}{١٠٠٠} \times ن\right)$$

٥ر٢٤٣٢٧ = ١٨٥٠٠ + ٥ر١٩٤٢ ن

$$24327{,}5 - 18500 = 1942{,}5 \text{ ن}$$

$$5827{,}5 = 1942{,}5 \text{ ن}$$

$$\therefore \quad \text{ن} = \frac{5827{,}5}{1942{,}5}$$

ن = ٣ سنوات

٥- الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة :

فى الفائدة البسيطة يتم حساب الفائدة على أصل المبلغ فقط وتستخدم الفائدة البسيطة عادة فى القروض قصيرة الأجل أما فى الفوائد المركبه فيتم الاتفاق على أن تضاف الفائدة إلى أصل المبلغ فى نهاية كل فترة (يتفق عليها) ويتم حساب العائد على الإجمالى (الأصل + الفائدة) خلال الفترة التالية .

ويتم معالجة الفوائد المركبه فى الجزء الثانى من هذا المرجع .

٦- المشاكل الخاصة بالمعدل :

تختلف تسمية المعدل بإختلاف وحدة الزمن الخاصة به فإذا كانت :

وحدة الزمن سنه فإن المعدل يسمى معدل سنوى .

أما إذا كانت وحدة الزمن ٦ شهور فإن المعدل يسمى معدل نصف سنوى .

أما إذا كانت وحدة الزمن ٣ شهور فإن المعدل يسمى معدل ربع سنوى .

أما إذا كانت وحدة الزمن ٤ شهور فإن المعدل يسمى معدل ثلث سنوى .

أما إذا كانت وحدة الزمن شهر واحد فإن المعدل يسمى معدل شهرى .

وعند إيجاد الفائدة يجب أن يكون هناك إتفاق بين وحدة زمن المعدل ووحدة زمن المدة . (أى يجب أن تكون جنسية المعدل من نفس جنسية المدة) وفى حالة حدوث إختلاف بينهما فإننا نتبع أحد الطريقتين الآتيتين :

أ- تحويل وحدات زمن المدة لكى تتفق مع وحدة زمن المعدل .

ب- تحويل وحدات زمن المعدل لكى تتفق مع وحدة زمن المدة .

وفيما يلى بعض الأمثله التى توضح تطبيق الطريقتين السابقتين :

مثال ٩ : أوجد الفائدة البسيطه المستحقه لمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه لمدة أربعة سنوات إذا علمت أن معدل الفائدة الربع سنوى ٣٪ .

الحل :

أ = ١٥٠٠٠ ف = ؟

ن = ٤ سنوات

ع = ٣٪ ربع سنوى

أ- تحويل المدة إلى فترات زمنيه تتفق مع وحدة زمن المعدل :

ع = ٣٪ ربع سنوى

ن = ٤ × ٤

= ١٦ فترة زمنيه ربع سنويه

∵ ف = أ × ع × ن

= ١٥٠٠٠ × ٣/١٠٠ × ١٦

= ٧٢٠٠ جنيه

ب- تحويل المعدل لكى يتفق مع وحدة زمن المدة :

ن = ٤ سنوات

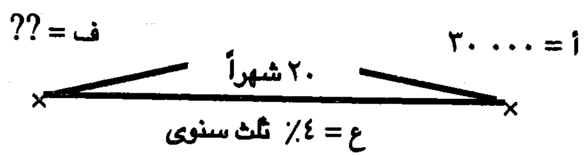
ع = ٣ ٪ × ٤ = ١٢ ٪ سنوياً

∵ ف = أ × ع × ن

= ١٥٠٠٠ × ١٢/١٠٠ × ٤ = ٧٢٠٠ جنيه

مثال ١٠ : أوجد الفائدة البسيطه لمبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه إستثمرت لمدة ٢٠ شهراً إذا علمت أن معدل الفائدة الثلث سنوى ٤٪ .

الحل :



أ- تحويل المدة إلى فترات زمنيه تتفق مع وحدة زمن المعدل :

ع = ٤ ٪ ثلث سنوى

ن = ٢٠ / ٤ = ٥ فترات ثلث سنويه

∵ ف = أ × ع × ن

= ٣٠٠٠٠ × ٤ / ١٠٠ × ٥

= ٦٠٠٠ جنيه

ب- تحويل وحدة زمن المعدل لكى تتفق مع وحدة زمن المدة :

ن = ٢٠ شهراً

ع = ٠,٠٤ / ٤ = ٠١ر٠ شهرياً

∵ ف = أ × ع × ن

= ٣٠٠٠٠ × ١ / ١٠٠ × ٢٠

= ٦٠٠٠ جنيه

٧- المشاكل الخاصة بالمدة :

فى جميع الحالات السابقه وجدنا أن المدة بالسنوات وفى هذه الحالة لا يوجد مشكلة فى حساب الفائدة وأحياناً تكون المدة بالشهور أو الأيام . ففى مثل هذه الحالات يتم حساب الفائدة كما يلى :

١/٧ إذا كانت المدة بالشهور :

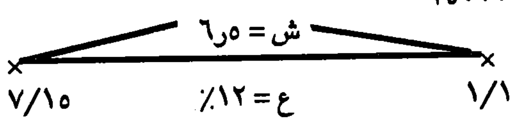
فى هذه الحالة إما أن يعطى المدة بالشهور مباشرة أو يعطى أول أو منتصف أو آخر شهر الايداع وكذلك أول أو منتصف أو آخر شهر السحب أو يعطى تاريخ فى شهر الايداع ونفس التاريخ فى شهر السحب . مثال ذلك ٨/ مارس وينتهى فى ٨/ يونيه وفى جميع الحالات السابقه تحسب المدة بالشهور ونستخدم لذلك القانون التالى .

ف = أ × ع × ش / ١٢

مثال ١١ : إقترض تاجر مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه من البنك فى أول يناير من أحد البنوك التى تحسب الفائدة البسيطة بمعدل ١٢٪ سنوياً إحسب جملة المستحق عليه فى منتصف يوليو من نفس العام .

الحل :

أ = ٢٥٠٠٠



المدة بالشهور من ١/١ - ٧/١٥ = ٦ر٥ شهراً

∵ ف = أ × ع × ش / ١٢

= ٢٥٠٠٠ × ١٢ / ١٠٠ × ٦٥ / ١٢٠

= ١٦٢٥ جنيه

∵ ﺣـ = أ + ف

= ٢٥٠٠٠ + ١٦٢٥ = ٢٦٦٢٥ جنيه

٢/٧ إذا كانت المدة بالأيام :

أحياناً تكون المدة المعطاه بالأيام وإما أن تعطى المدة مباشرة كأن يقول مثلاً المدة ٥٠ يوماً أو ٨٠ يوماً أو يعطى يوم الإيداع ويوم السحب وهنا يتعين علينا حساب المدة بين التاريخين .

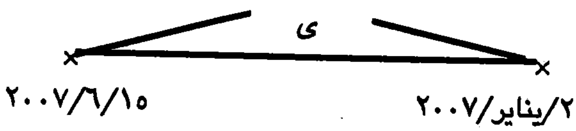
١/٢/٧ كيفية حساب المدة بين تاريخين :

أ - يتم طرح يوم الإيداع من عدد أيام شهر الإيداع .
ب - نضيف عدد أيام الأشهر التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب بالكامل .
جـ - نضيف آخر رقم فى شهر السحب تنتج المدة المطلوبه .

مع ملاحظة أن شهر فبراير يكون ٢٨ يوماً إذا كانت السنة بسيطه ، ٢٩ يوماً إذا كانت السنة كبيسه . ولمعرفة ما إذا كانت السنة كبيسه أو بسيطه نقسم أرقام السنة المعطاه على ٤ فإذا قبلت القسمة على ٤ بدون باق تعتبر سنة كبيسه عدد أيامها ٣٦٦ يوماً أما إذا تبقى كسور تعتبر سنة بسيطه عدد أيامها ٣٦٥ يوماً . وسوف نرمز لعدد الأيام بالرمز (ى) .

مثال ١٢ : إحسب مدة إستثمار مبلغ تم إيداعه فى ٢ - يناير - ٢٠٠٧ وتم السحب فى ١٥ - يونيه من نفس السنة .

الحل :



يناير + فبراير + مارس + ابريل + مايو + يونيه

ى = ٢٩ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٥ = ١٦٤ يوماً

(الأشهر بين الإيداع والسحب)

شهر الإيداع ↑ ... شهر السحب ↑

ملاحظات : تم حساب المدة كالآتى :

١- تم طرح يوم الإيداع من عدد أيام شهر الإيداع
(٣١ - ٢) = ٢٩ يوماً

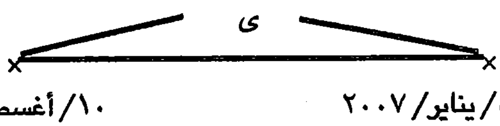
٢- تم إضافة عدد أيام الأشهر التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب بالكامل .

٣- تم إضافة آخر رقم فى شهر السحب .

٤- شهر فبراير ٢٨ يوماً لان سنة ٢٠٠١ سنة بسيطه .

مثال ١٣ : إحسب مدة إستثمار مبلغ تم إيداعه فى ٥ يناير ٢٠٠٧ وتم السحب فى ١٠ أغسطس من نفس السنة .

الحل :



يناير + فبراير + مارس + ابريل + مايو + يونيه + يوليو + أغسطس

ى = ٢٦ + ٢٩ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٠ =٢١٨ يوماً

ملحوظه :

تم حساب عدد أيام شهر فبراير ٢٨ يوماً لأن سنة ٢٠٠٧ سنة بسيطة تقبل القسمة على ٤ ويتبقى كسر .

٢/٢/٧ الفائدة الصحيحة : ف ص

عند إيجاد الفائدة الصحيحة يتم قسمة عدد الأيام المعطاه على عدد أيام السنة فإذا كانت سنة بسيطه يتم القسمة على ٣٦٥ يوماً أما إذا كانت سنة كبيسه يتم القسمة على ٣٦٦ يوماً وتكون الصيغة المستخدمه هى :

$$\text{ف ص} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{\text{٣٦٥/٣٦٦}}$$

حيث ى هى المدة بالأيام .

٣/٢/٧ الفائدة التجارية : $\text{ف}_{\text{ت}}$

عند إيجاد الفائدة التجارية يتم قسمة عدد الأيام المعطاه على ٣٦٠ يوماً (عدد أيام السنة التجارية) .

$$\text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{\text{٣٦٠}}$$

ملاحظات :

أ – الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة مع ثبات المبلغ المستثمر والمعدل ومدة الاستثمار .

ب – إذا لم يحدد فى التمرين طريقة معينه لحساب الفائدة فالمطلوب هو إستخدام الطريقة التجارية .

جـ– إذا لم يحدد نوع السنة (كبيسه أو بسيطه) فى هذه الحالة نعتبر لسنة بسيطه وفبراير ٢٨ يوماً .

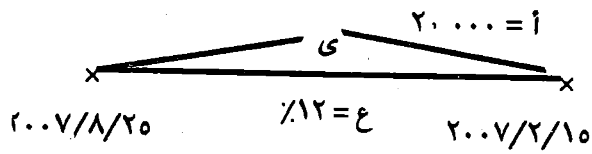
د – فى حالة ما إذا كان المطلوب الحصول على الفائدة الصحيحة وكانت المدة تقع خلال سنتين سنة بسيطه وسنة كبيسه فإنه يمكن إتباع أحد الطريقتين الآتين .

* إيجاد فائدة كل سنة على حده وجمع الفائدتين .
* إعتبار مقام المدة هو السنة التى تقع فيها عدد الأيام الأكبر (وهذه طريقة تقريبية) .

وفيما يلى بعض الأمثلة التى توضح إستخدام العلاقات السابقه .

مثال ١٤ : إقترض شخص يوم ١٥/ فبراير/٢٠٠٧ مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك التى تحسب الفائدة البسيطه بمعدل ١٢٪ سنوياً إحسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحيه المستحقه عليه يوم ٢٥/أغسطس ٢٠٠٧ .

الحل :



فبراير + مارس + ابريل + مايو + يونيه + يوليو + أغسطس

ى = ١٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٥ = ١٩١ يوماً

$$\therefore \quad ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

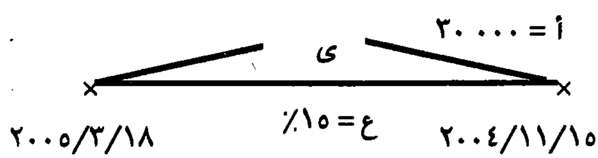
$$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٩١}{٣٦٠} = ١٢٧٣٫٣٣ \text{ جنيه}$$

$$\because \quad ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}$$

$$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٩١}{٣٦٥} = ١٢٥٥٫٨٩ \text{ جنيه}$$

مثال ١٥ : إقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه وذلك يوم ١٥/ نوفمبر/٢٠٠٤ أوجد المستحق على هذا الشخص يوم ١٨/ مارس / ٢٠٠٥ وذلك باستخدام الفائدة التجارية والفائدة الصحيحه إذا علمت أن البنك يستخدم معدل فائدة بسيطه ١٥٪ سنوياً .

الحل :



نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس

ى = ١٥ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ١٨ = ١٢٣ يوماً

٤٦ يوماً في سنة ٢٠٠٤ ، ٧٧ يوماً في سنة ٢٠٠٥

أ- إيجاد المستحق على الشخص باستخدام الفائدة التجارية :

∵ $ح = أ + ف_{ت}$

$$ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٣}{٣٦٠}$$

= ٥ر١٥٣٧ جنيه

$ح = أ + ف_{ت}$

= ٣٠٠٠٠ + ٥ر١٥٣٧

= ٥ر٣١٥٣٧ جنيه

ب- إيجاد المستحق على الشخص باستخدام الفائدة الصحيحه:

$ح = أ + ف_{ص}$

$$ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥/٣٦٦}$$

ويلاحظ فى هذا المثال أن جزء من المدة يقع فى سنة ٢٠٠٤ وهو ٤٦ يوماً وهذه السنة كبيسه عدد أيامها ٣٦٦ يوماً والجزء الثانى يقع فى سنة ٢٠٠٥ وهو ٧٧ يوماً . وهذه السنة بسيطه عدد أيامها ٣٦٥ يوماً .

$$\therefore ف_{ص} = ٣٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \left(\frac{٤٦}{٣٦٦} + \frac{٧٧}{٣٦٥}\right)$$

= ٣٦٠٠ (١٢٦ر + ٢١١ر)

= ٢ر١٢١٣ جنيه

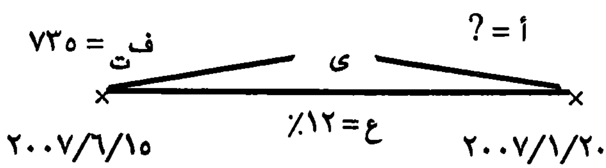
ح = ٣٠٠٠٠ + ٢ر١٢١٣ = ٢ر٣١٢١٣ جنيه

مثال ١٦ : إقترض شخص مبلغ معين من إحد البنوك يوم ٢٠/ يناير ٢٠٠٧ بمعدل فائدة بسيطه قدره ١٢٪ سنوياً وفى ١٥ يونيه /٢٠٠٧ وجد أن الفائدة التجارية المستحقه عليه بلغت ٧٣٥ جنيه أوجد :

أ – أصل القرض .

ب– الفائدة الصحيحه المستحقه عليه .

الحل :



يناير + فبراير + مارس + ابريل + مايو + يونيه

ى = ١١ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٥ = ١٤٦ يوماً

$$\because \text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$$

$$٧٣٥ = \text{أ} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٤٦}{٣٦٠}$$

٧٣٥ = ٠٤٩ر أ

$\therefore$ أ = ١٥٠٠٠ جنيه

$$\therefore \text{ف}_{\text{ص}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٥}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٤٦}{٣٦٥}$$

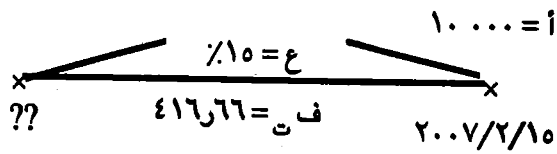
= ٧٢٠ جنيه

مثال ١٧ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وذلك فى ٢٠٠٧/٢/١٥ وقد قام بسداد هذا القرض فى تاريخ معين حيث بلغت قيمة الفوائد المستحقه على هذا القرض ٦٦ر٤١٦ جنيه فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطه بمعدل ١٥٪ سنوياً . إحسب :

أ- مدة القرض .

ب- حدد تاريخ سداد القرض .

الحل :



حيث أنه لم يحدد نوع الفائدة لذلك سنعتبرها فائدة تجارية .

$$\because \quad ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$٦٦ر٤١٦ = ١٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$٦٦ر٤١٦ = ١٦٦٧ر٤ ى$$

(مدة القرض) $\therefore$ ى = ١٠٠ يوم

يتم حساب ١٠٠ يوماً إبتداءًا من ٢٠٠٧/٢/١٥

المدة الباقية من شهر فبراير = ١٣ يوماً

مارس = ٣١

أبريل = ٣٠

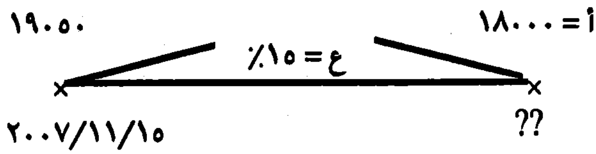
مايو = ٢٦

ى ١٠٠ يوماً

$\therefore$ تاريخ سداد القرض ٢٠٠٧/٥/٢٦

مثال ١٨ : أودع شخص مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك فى تاريخ معين وذلك لاستثماره بالفائدة البسيطه بمعدل ١٥٪ سنوياً فإذا علمت أن جملة ما تكون له فى ١٥/ نوفمبر / ٢٠٠٧ بلغ ١٩٠٥٠ جنيه . المطلوب تحديد تاريخ الإيداع .

الحل :



$\text{ف}_{\text{ت}} = \text{جـ} - \text{أ}$

$= ١٩٠٥٠ - ١٨٠٠٠ = ١٠٥٠$ جنيه

$\text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$

$١٠٥٠ = ١٨٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$

$١٠٥٠ = ٧{,}٥\ \text{ى}$

$\therefore$ ى = ١٤٠ يوماً

ولحساب تاريخ الإيداع نبدأ برقم شهر الاستحقاق كالآتى :

الشهر	الأيام	
نوفمبر	١٥	١٣٨ يوماً
أكتوبر	٣١	
سبتمبر	٣٠	
أغسطس	٣١	
يوليه	٣١	
يونيه	٢	(يعبر عن الفرق بين تاريخ الإيداع وعدد أيام الشهر)
	١٤٠ يوماً	

$\therefore$ يوم الإيداع = ٣٠ - ٢ = ٢٨ يونيه / ٢٠٠٧

$\therefore$ تاريخ الإيداع ٢٠٠٧/٦/٢٨

٨- العلاقة بين الفائدتين التجارية والصحيحة :

١/٨ علاقة النسبه بين الفائدتين:

أ- إذا كانت السنة بسيطه :

$$\because \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}}{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}}$$

$$\therefore \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٣٦٥}{٣٦٠}$$

$$\boxed{\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}}$$

ومن العلاقة السابقه نجد أن

$$\boxed{ف_{ت} = \frac{٧٣}{٧٢} ف_{ص}}$$

$$\boxed{ف_{ص} = \frac{٧٢}{٧٣} ف_{ت}}$$

ب- إذا كانت السنة كبيسه :

$$\because \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}}{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٦}}$$

$$\therefore \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٣٦٦}{٣٦٠}$$

$$\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٦١}{٦٠}$$

ومن العلاقة السابقه نجد أن

$$ف_{ت} = \frac{٦١}{٦٠} ف_{ص}$$

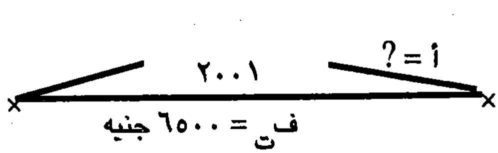
$$ف_{ص} = \frac{٦٠}{٦١} ف_{ت}$$

ملحوظة :

تستخدم العلاقات السابقه فى حالة طلب الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة وكذلك الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية سواء كانت السنة بسيطه أو كبيسه .

مثال ١٩ : إقترض شخص مبلغاً ما عام ٢٠٠٧ من بنك يحسب الفائدة البسيطه بمعدل معين وفى نهاية مدة معينة من نفس العام وجد أن الفائدة التجارية المستحقه عليه ٦٥٠٠ جنيه . إحسب الفائدة الصحيحة .

الحل :



حيث أن سنة ٢٠٠٧ سنة بسيطه .

$$\therefore \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

$$\frac{٦٥٠٠}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

$$٧٣ \; ف_{ص} = ٦٥٠٠ \times ٧٢$$

$$\therefore \quad ف_{ص} = ٦٤١١ \text{ جنيه}$$

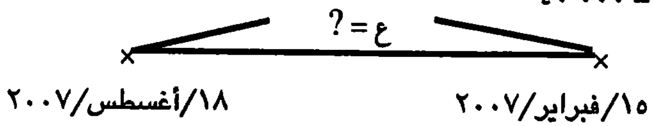
مثال ٢٠ : أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك يوم ١٥/ فبراير/٢٠٠٧ والتى تحسب الفوائد البسيطه بمعدل معين وفى يوم ١٨/ أغسطس من نفس العام وجد أن الفائدة الصحيحه المستحقه له بلغت ٣٠٢٥ جنيه إحسب :

أ - الفائدة التجارية .

ب- معدل الفائدة المستخدم .

الحل :

أ = ٤٠٠٠٠



$\because$ سنة ٢٠٠٧ سنة بسيطه

$$\therefore \quad \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

$$\frac{ف_{ت}}{٣٠٢٥} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

$$٧٢ ف_{ت} = ٣٠٢٥ \times ٧٣$$

$$\therefore \quad ف_{ت} = ٣٠٦٧ \text{ جنيه}$$

فبراير + مارس + ابريل + مايو + يونيه + يوليو + أغسطس

ى = ١٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٨

= ١٨٤ يوماً

$$ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$٣٠٦٧ = ٤٠٠٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{١٨٤}{٣٦٠}$$

٣٠٦٧ = ٢٠٤٫٤٤ ع .

$$\therefore \quad ع = ١٥ \%$$

٢/٨ علاقة الفرق بين الفائدتين :

أ- إذا كانت السنة بسيطه :

$$\because \quad ف_{ص} = \frac{٧٢}{٧٣} ف_{ت}$$

$$ف_{ت} - ف_{ص} = ف_{ت} - \frac{٧٢}{٧٣} ف_{ت}$$

$$\boxed{ف_{ت} - ف_{ص} = \frac{١}{٧٣} ف_{ت}}$$

$\because$ $ف_ت = \frac{٧٣}{٧٢} ف_ص$

$ف_ت - ف_ص = \frac{٧٣}{٧٢} ف_ص - ف_ص$

$$ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٧٢} ف_ص$$

ملحوظة :

من العلاقتين السابقتين نجد أن :

$ف_ت$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٣
$ف_ص$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

ب- إذا كانت السنة كبيسه :

$\because$ $ف_ص = \frac{٦٠}{٦١} ف_ت$

$ف_ت - ف_ص = ف_ت - \frac{٦٠}{٦١} ف_ت$

$$ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٦١} ف_ت$$

$$ف_ت = \frac{٦١}{٦٠} ف_ص$$

$$ف_ت - ف_ص = \frac{٦١}{٦٠} ف_ص - ف_ص$$

$$ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٦٠} ف_ص$$

ملحوظة:

من العلاقتين السابقتين نجد أن :

$ف_ت$ = الفرق × ٦١
$ف_ص$ = الفرق × ٦٠

مثال ٢١ : أوجد كل من الفائدتين التجارية والصحيحة إذا كان الفرق بين الفائدتين ٣٠ جنيه لنفس المبلغ والمدة والمعدل إذا كانت السنة .

أ - بسيطه **ب - كبيسه**

الحل :

أ - إذا كانت السنة بسيطه :

$$\because \quad ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٧٢} ف_ص$$

$$٣٠ = \frac{١}{٧٢} ف_ص$$

$$\therefore \quad ف_ص = ٣٠ \times ٧٢ = ٢١٦٠ \text{ جنيه}$$

$$\because \quad \text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٧٣}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$٣٠ = \frac{١}{٧٣}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\therefore \quad \text{ف}_{\text{ت}} = ٣٠ \times ٧٣ = ٢١٩٠ \text{ جنيه}$$

ب- إذا كانت السنة كبيسه :

$$\because \quad \text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٦٠}\,\text{ف}_{\text{ص}}$$

$$٣٠ = \frac{١}{٦٠}\,\text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\therefore \quad \text{ف}_{\text{ص}} = ٣٠ \times ٦٠ = ١٨٠٠ \text{ جنيه}$$

حيث أن :

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = ٣٠$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} - ١٨٠٠ = ٣٠$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} = ١٨٣٠ \text{ جنيه}$$

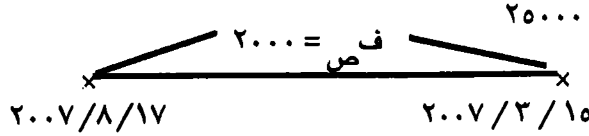
مثال ٢٢ : أودع شخص مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك وذلك يوم ١٥/ مارس/٢٠٠٧ لاستثماره بمعدل فائدة بسيطه وفى ١٧/ أغسطس من نفس العام وجد هذا الشخص أن الفائدة الصحيحة المستحقه له بلغت ٢٠٠٠ جنيه المطلوب إيجاد :

أ- الفائدة التجارية .

٢- معدل الاستثمار المستخدم .

الحل :

أ = ٢٥٠٠٠



∵ سنة ٢٠٠١ تعتبر سنة بسيطه حيث تقبل القسمة على ٤ ويتبقى كسور

∴ $\text{ف}_{\text{ت}} = \frac{٧٣}{٧٢}\ \text{ف}_{\text{ص}}$

$\text{ف}_{\text{ت}} = \frac{٧٣}{٧٢} \times ٢٠٠٠ = \text{٢٠٢٧ر٨}$ جنيه

مارس + ابريل + مايو + يونيه + يوليو + أغسطس

ى = ١٦ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٧ = ١٥٥ يوماً

∵ $\text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$

$\text{٢٠٢٧ر٨} = ٢٥\,٠٠٠ \times \frac{\text{ع}}{١٠} \times \frac{١٥٥}{٣٦٠}$

$\text{٢٠٢٧ر٨} = \text{١٠٧ر٦٣٨٨}\ \text{ع}$

∴ ع = ١٨ر٨٤ ٪

حل آخر :

∵ $\text{ف}_{\text{ص}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٥}$

$٢٠٠٠ = ٢٥\,٠٠٠ \times \frac{\text{ع}}{١٠٠} \times \frac{١٥٥}{٣٦٥}$

$٢٠٠٠ = \text{١٠٦ر١٦٤٣٨}\ \text{ع}$

∴ ع = ١٨ر٨٤ ٪

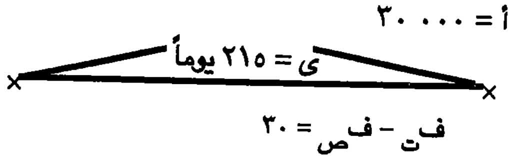
مثال ٢٣ : إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة هو ٣٠ جنيه لمبلغ قيمته ٣٠٠٠٠ جنيه إستثمر بالفائدة البسيطه لمدة ٢١٥ يوماً عام ٢٠٠٠ . أوجد كل من الفائدتين ومعدل الاستثمار المستخدم .

الحل :

$\text{ف}_{\text{ت}} = ?$

$\text{ف}_{\text{ص}} = ?$

$\text{ع} = ?$



∵ سنة ٢٠٠٠ تعتبر سنة كبيسه

$$\therefore \quad \text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٦١}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$٣٠ = \frac{١}{٦١}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} = ٣٠ \times ٦١ = ١٨٣٠ \text{ جنيه}$$

$$\because \quad \text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = ٣٠ \quad ،$$

$$١٨٣٠ - \text{ف}_{\text{ص}} = ٣٠$$

$$١٨٣٠ - ٣٠ = \text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\therefore \quad \text{ف}_{\text{ص}} = ١٨٠٠ \text{ جنيه}$$

$$\because \quad \text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$$

$$١٨٣٠ = ٣٠٠٠٠ \times \frac{\text{ع}}{١٠٠} \times \frac{٢١٥}{٣٦٠}$$

$$١٨٣٠ = ١٧٩{,}١٦٧ \text{ ع}$$

$$\therefore \quad \text{ع} = ١٠{,}٢ \%$$

مثال ٢٤ : إشترى شخص بضاعة فى ٢/ يناير / ٢٠٠٧ ودفع مقدم الثمن وقدره ١٥٠٠٠جنيه نقداً وإتفق مع البائع على سداد باقى الثمن آخر مايو /٢٠٠٧ على أن تحسب فائدة تجارية بمعدل ١٤٪ سنوياً فإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة بلغ عشرة جنيهات المطلوب إيجاد .

١- الثمن الذى كانت معروضة به البضاعة .

٢- المبلغ الواجب سداده فى نهاية المدة .

الحل :

٢٠٠٧/١/٢ ـــــــــ (ى = ١٤٩ يوماً) ـــــــــ ٢٠٠٧/٥/٣١

$ف_ت - ف_ص = ١٠$ ع = ١٤٪

∵ سنة ٢٠٠٧ تعتبر سنة بسيطه

$$∴ \quad ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٧٣} ف_ت$$

$$١٠ = \frac{١}{٧٣} ف_ت$$

$$∴ \quad ف_ت = ١٠ \times ٧٣ = ٧٣٠ \text{ جنيه}$$

يناير + فبراير + مارس + ابريل + مايو

ى = ٢٩ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ = ١٤٩ يوماً

$$ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$٧٣٠ = أ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١٤٩}{٣٦٠}$$

٧٣٠ =٠٫٠٥٧٩ أ

المتبقى ∴ أ = ١٢٦٠٧٫٩

∴ الثمن الذى كانت معروضة به البضاعة = المقدم + المتبقى

= ١٥٠٠٠ + ١٢٦٠٧٫٩

= ٢٧٦٠٧٫٩ جنيه

المبلغ الذى يسدده فى نهاية المدة = المتبقى + الفائدة التجارية

= ١٢٦٠٧٫٩ + ٧٣٠

= ١٣٣٣٧٫٩

٩- إيجاد الفائدة المستحقه على عدة مبالغ (طريقه النمر) :

لا تقتصر العمليات المالية على مبلغ واحد ولكن يمكن إيداع أكثر من مبلغ وكل مبلغ له المدة الخاصه به سواء كانت هذه المدة بالشهور أو بالأيام ويمكن إيجاد الفائدة المستحقه على هذه المبالغ بالطريقة السابق بيانها كل مبلغ على حده أو باستخدام الطريقة المختصرة التى نحن بصددها الآن .

٩/١ إذ كانت المدد المعطاه بالشهور :

$$\text{مجموع الفوائد} = أ_{١} \times ع \times \frac{ش_{١}}{١٢} + أ_{٢} \times ع \times \frac{ش_{٢}}{١٢} + أ_{٣} \times ع \times \frac{ش_{٣}}{١٢}$$

$$+ \ldots\ldots + أ_{ن} \times ع \times \frac{ش_{ن}}{١٢}$$

$$= ع \times \frac{١}{١٢} [أ_{١} ش_{١} + أ_{٢} ش_{٢} + \ldots\ldots أ_{ن} ش_{ن}]$$

$$= \frac{ع}{١٢} [\text{حاصل ضرب كل مبلغ فى مدة إستثماره بالشهور}]$$

$$مجـ ف = \frac{ع}{١٢} \times \text{مجموع النمر}$$

٢/٩ إذا كانت المدد المعطاه بالأيام :

إذا كانت الفائدة المطلوبه فائدة تجارية فإن

$$ف_{ت} = \frac{ع}{٣٦٠} \times \text{مجموع النمر}$$

إما إذا كانت الفائدة المطلوبه فائدة صحيحة فإن

$$ف_{ص} = \frac{ع}{٣٦٥ أ ٣٦٦} \times \text{مجموع النمر}$$

ملحوظة :

مجموع النمر هو مجموع حاصل ضرب كل مبلغ فى مدة إستثماره سواء كانت هذه المدة بالأيام أو الشهور .

مثال ٢٥ : أودع شخص المبالغ الآتية وللمدد الموضحة أمام كل مبلغ

المبالغ	الشهور
٣٥٠٠٠	٣
٤٠٠٠٠	٦
٥٠٠٠٠	٨

أوجد جملة ماله فى البنك إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً .

الحل :

المبالغ	الشهور	نمر (مبالغ × الشهور)
٣٥٠٠٠	٣	١٠٥٠٠٠
٤٠٠٠٠	٦	٢٤٠٠٠٠
٥٠٠٠٠	٨	٤٠٠٠٠٠
مجموع النمر		٧٤٥٠٠٠

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{ع}{١٢} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= \frac{١٢}{١٠٠ \times ١٢} \times ٧٤٥\,٠٠٠ = ٧٤٥٠ \text{ جنيه}$$

جملة ماله فى البنك = مجموع المبالغ + فوائدها

= [٣٥ ٠٠٠ + ٤٠ ٠٠٠ + ٥٠ ٠٠٠] + ٧٤٥٠

= ١٢٥ ٠٠٠ + ٧٤٥٠ = ١٣٢٤٥٠ جنيه

مثال ٢٦ : أودع شخص المبالغ الآتية وللمدد الموضحة أمام كل مبلغ خلال عام ٢٠٠١

المبالغ	الأيام
٨٠٠٠	١٢٠
١٠٠٠٠	١٣٠
١٥٠٠٠	٩٠
٣٠٠٠٠	١٤٠

والمطلوب إيجاد الفوائد المستحقه على هذه المبالغ على أساس كل من الفائدة الصحيحة والتجارية بمعدل ١٢٪ سنوياً

الحل :

المبالغ	الأيام	نمر (مبالغ × الأيام)
٨٠٠٠	١٢٠	٩٦٠٠٠٠
١٠٠٠٠	١٣٠	١٣٠٠٠٠٠
١٥٠٠٠	٩٠	١٣٥٠٠٠٠
٣٠٠٠٠	١٤٠	٤٢٠٠٠٠٠
مجموع النمر		٧٨١٠٠٠٠

$$\because \quad \text{مجـ ف}_{\text{ت}} = \frac{\text{ع}}{٣٦٠} \times \text{مجموع النمر}$$

$$\text{مجـ ف}_{\text{ت}} = \frac{١٢}{٣٦٠ \times ١٠٠} \times ٧٨١٠٠٠٠ = ٢٦٠٣٫٣٣ \text{ جنيه}$$

$$\text{مجـ ف}_{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{٣٦٦} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= \frac{١٢}{٣٦٦ \times ١٠٠} \times ٧٨١٠٠٠٠$$

$$= ٢٥٦٠٫٦٦ \text{ جنيه}$$

مثال ٢٧ : إقترض شخص المبالغ الآتية خلال عام ٢٠٠٧ من بنك يحسب فائدة بسيطه بمعدل ١٥٪ سنوياً .

المبالغ	الأيام
٨٠٠٠	١٢٠
١٠٠٠٠	١٥٠
١٢٠٠٠	١٣٠
مبلغ ما	١١٥

فإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة بلغ ٢٥ جنيها إحسب قيمة المبلغ الرابع .

الحل :

١- فائدة المبالغ الثلاثه الأولى :

المبالغ	الأيام	نمر (مبالغ × الأيام)
٨٠٠٠	١٢٠	٩٦٠٠٠٠
١٠٠٠٠	١٥٠	١٥٠٠٠٠٠
١٣٠٠٠	١٣٠	١٦٩٠٠٠٠
مجموع النمر		٤١٥٠٠٠٠

$$\text{مجـ ف}_{\text{ت}} = \frac{\text{ع}}{٣٦٠} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= \frac{١٥}{٣٦٠ \times ١٠٠} \times ٤١٥٠\ ٠٠٠$$

= ١٧ر١٧٢٩ جنيه

٢- الفائدة التجارية للمبالغ الأربعة :

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٧٣} \text{ف}_{\text{ت}}$$

$$٢٥ = \frac{١}{٧٣} \text{ف}_{\text{ت}}$$

$\text{ف}_{\text{ت}}$ = ٢٥ × ٧٣ = ١٨٢٥ جنيه

فائدة المبلغ الرابع فقط = مجموع الفوائد - فائدة المبالغ الثلاثه

= ١٨٢٥ - ١٧ر١٧٢٩

= ٨٣ر٩٥ جنيه

$\because$ $ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

$٨٣ر٩٥ = أ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١١٥}{٣٦٠}$

$٨٣ر٩٥ = ٠٤٧٩ر٠ أ$

$\therefore$ أ = ٦ر٢٠٠٠ جنيه

القوانين المستخدمة فى الفصل الأول

١- ف = أ × ع × ن

أ $=$ $\frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}}$
ن $=$ $\frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}}$
ع $=$ $\frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ن}}$

٢-

حـ = أ + ف
حـ = أ (١ + ع ن)

٣- **طرق حساب الفوائد البسيطة**

- **المدة بالسنوات**
  - $ف = أ \times ع \times ن$
- **المدة بالشهور**
  - $ف = أ \times ع \times \frac{ش}{١٢}$
- **المدة بالأيام**
  - الفائدة الصحيحة: $ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥ \; | \; ٣٦٦}$
  - الفائدة التجارية: $ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

٤- **العلاقة بين الفائدتين التجارية والصحيحة**

- **إذا كانت السنة بسيطه**
  - $\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}$
  - $ف_{ت} = \frac{٧٣}{٧٢} ف_{ص}$
  - $ف_{ص} = \frac{٧٢}{٧٣} ف_{ت}$
- **إذا كانت السنة كبيسه**
  - $\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٦١}{٦٠}$
  - $ف_{ت} = \frac{٦١}{٦٠} ف_{ص}$
  - $ف_{ص} = \frac{٦٠}{٦١} ف_{ت}$

٥- علاقة الفرق بين الفائدتين

إذا كانت السنة بسيطه

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٧٢}\ \text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٧٣}\ \text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\text{ف}_{\text{ص}} = \text{الفرق} \times ٧٢$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} = \text{الفرق} \times ٧٣$$

إذا كانت السنة كبيسه

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٦٠}\ \text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٦١}\ \text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\text{ف}_{\text{ص}} = \text{الفرق} \times ٦٠$$

$$\text{ف}_{\text{ت}} = \text{الفرق} \times ٦١$$

٦- طريقة النمر لحساب الفوائد

إذا كانت المدد بالشهور

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}}{١٢} \times \text{مجموع النمر}$$

إذا كانت المدد بالأيام

$$\text{ف}_{\text{ص ب}} = \frac{\text{ع}}{٣٦٥ \ / \ ٣٦٦} \times \text{مجموع النمر}$$

تمارين على الفصل الأول

١- أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى بنك القاهرة وذلك يوم ٢٠٠٤/٣/١٥ لاستثماره بالفائدة البسيطه بمعدل ١١٪ سنوياً إحسب جملة ماله فى البنك فى يوم ٢٠٠٤/٨/٤ وذلك باستخدام الطريقتين التجارية والصحيحة .

٢- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فى بنك الاستثمار العربى لاستثمارها بمعدل معين وكان ذلك أول فبراير ٢٠٠٧ وفى آخر سبتمبر ٢٠٠٧ وجد أن جملة ماله فى البنك فى نهاية المدة ١٠٨٠٠ جنيه المطلوب حساب معدل الفائدة المستخدم .

٣- إقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك يوم ٢٠٠٧/٢/٥ بمعدل فائدة بسيطه ١٥٪ سنوياً وفى ٢٠٠٧/٨/١٢ وجد أن الفائدة الصحيحة المستحقه عليه بلغت ١١٦١٫٨٩ جنيه .

المطلوب إيجاد :

أ- أصل القرض .

ب- الفائدة التجارية المستحقه عليه .

٤- أوجد كل من الفائدتين التجارية والصحيحة إذا كان الفرق بين الفائدتين ٥٠ جنيه لنفس المبلغ والمدة والمعدل إذا كانت السنة .

أ- بسيطه .

ب- كبيسه .

٥- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك وذلك يوم ٢٠٠٤/٢/٥ لاستثماره بمعدل فائدة بسيطه وفى يوم ٢٠٠٤/٦/١٥ وجد أن الفائدة التجارية المستحقه له بلغت ٤٣٦٫٦٧ جنيه .

المطلوب إيجاد :

١- الفائدة الصحيحة . ٢- معدل الاستثمار المستخدم .

٦- إشترى تاجر من أحد الموردين أدوات كهربائية فى ٢٠٠٤/١/١٥ ودفع مقدم الثمن وقدره ٣٠٠٠٠ جنيه نقداً وإتفق على سداد الباقى من الثمن يوم ٢٠٠٤/٦/٢٠ على أن تحسب فائدة تجارية بمعدل ١٥٪ سنوياً فإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة بلغ ٢٠ جنيه .

المطلوب إيجاد :

١- الثمن الذى كانت معروضة به الأدوات الكهربائية .

٢- المبلغ الواجب سداده فى نهاية المدة .

٧- أودع شخص المبالغ الآتية والمدد الموضحه أمام كل مبلغ

المبالغ	الشهور
٥٠٠٠	٥
٧٠٠٠	٣
٩٠٠٠	٨
١٢٠٠٠	٤

والمطلوب إيجاد جملة ماله فى البنك إذا كان معدل الفائدة المستخدم٥ر١٤٪ سنوياً .

٨- أودع شخص المبالغ الآتية فى بنك يحسب الفائدة البسيطه بمعدل ٥ر١٣٪ سنوياً .

١٥٠٠٠	جنيه	يوم	٢٠٠٧/٢/٥
١٨٠٠٠	جنيه	يوم	٢٠٠٧/٣/١٣
٢٧٠٠٠	جنيه	يوم	٢٠٠٧/٥/١٠

إحسب جمله المستحق له يوم ٢٠٠٧/٧/١٥ باستخدام الطريقتين التجارية والصحيحة .

٩- إقترض شخص المبالغ الآتية خلال عام ٢٠٠٧ من بنك يحسب فائدة بسيطه بمعدل ١٥٪ سنوياً .

المبالغ	الأيام
٧٠٠٠	١٣٠
٩٠٠٠	١٢٠
مبلغ ما	١٠٠

فإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة ٣٠ جنيه . إحسب قيمه المبلغ الثالث .

١٠- أودع شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك وكان ذلك يوم ٢٠٠٤/٢/١٨ فإذا كان معدل الفائدة البسيطه المستخدم ١٤٫٥٪ سنوياً . وفى نهاية مدة معينة وجد أن الفائدة التجارية المستحقة له بلغت ١٨١٢٫٥ إحسب :

أ- الفائدة الصحيحة .

ب- تاريخ سحب المبلغ .

✍ ✍ ✍

الفصل الثانى

القيمة الحالية والخصم

الفصل الثانى

القيمة الحالية والخصم

إذا إقترض شخص من البنك مبلغ معين اليوم وهذا المبلغ يستحق السداد فى نهاية مدة معينه. فإن قيمة المبلغ فى تاريخ الاستحقاق أو السداد تسمى بالقيمة الاسمية أما قيمة المبلغ فى تاريخ إقتراضه تسمى بالقيمة الحاليه.

وإذا فرضنا أن المدين قد رغب فى سداد الدين قبل موعد إستحقاقه فإنه يقوم بسداد قيمة تقل عن القيمة الاسميه بمقدار الخصم الذى يستحقه عن الفترة من تاريخ سداده للدين حتى تاريخ إستحقاقه.

ومن العرض السابق يمكن التوصل الى مجموعة من التعارف :-

١- تعاريف أساسيه :-

١/١ القيمة الاسميه :-

هى قيمة المبلغ المقترض أو المستثمر فى تاريخ السداد أو الاستحقاق وهى بمثابة جملة المبلغ ويرمز لها بالرمز ($ق_{س}$)

٢/١ القيمة الحالية :-

هى قيمة المبلغ فى تاريخ الأقتراض أو الايداع أو فى أى وقت قبل تاريخ الاستحقاق وهى بمثابة المبلغ الأصلى وهذه القيمة الحالية قد تكون :

١/٢/١ قيمة حالية صحيحة :-

هى الفرق بين القيمه الاسميه والخصم الصحيح وهذا الفرق إذا إستثمر بالفائدة البسيطة لمدة معينة وبمعدل معين فإن قيمته فى نهاية المدة تساوى القيمة الاسمية ويرمز لها بالرمز ($أ_{ى}$) .

٢/٢/١ قيمة حالية تجارية :-

هى الفرق بين القيمه الاسميه والخصم التجارى وهذا الفرق إذا إستثمر بالفائدة البسيطة لمدة معينة وبمعدل معين فإن قيمته فى نهاية المدة تساوى القيمة الاسمية ويرمز لها بالرمز ($أ_{ت}$).

ملحوظة :-

القيمة الحالية التجارية أقل من القيمة الحالية الصحيحة.

٣/١ الخصم :-

هو قيمة الفائدة التى تعود على المدين نتيجة سداد الدين فى أى تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق أو هو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية وهو بمثابة الفائدة. والخصم إما أن يكون خصم صحيح أو خصم تجارى.

١/٣/١ الخصم الصحيح

وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة أو هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة ويرمز له بالرمز ($ص_{ى}$).

٢/٣/١ الخصم التجارى :-

وهو عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية التجارية أو هو فائدة القيمة الاسمية ويرمز له بالرمز ($ص_{ت}$).

٢- طرق حساب القيمة الحالية والخصم :-

هناك طريقتان لحساب القيمة الحالية والخصم

١/٢ الطريقة الصحيحة (النظرية-العلمية)

فى ظل هذه الطريقة تتحدد القيمة الحالية الصحيحة على أساس الفرق بين القيمة الاسمية والخصم الصحيح.

$$أ_{ى} = ق_{س} - ص_{ى}$$

ومن العلاقة السابقة يمكن إيجاد الخصم الصحيح

$$ص_{ى} = أ_{ى} \times ع \times ن$$

ويمكن التوصل لصيغة أخرى لحساب القيمة الحالية الصحيحة والخصم الصحيح على النحو التالى :-

$$\because ق_{س} = أ_{ى}(١ + ع ن)$$

$$\therefore أ_{ى} = \frac{ق_{س}}{١ + ع ن}$$

$$، \because ص_{ى} = أ_{ى} \times ع \times ن$$

$$\therefore ص_{ى} = \frac{ق_{س}}{١ + ع ن} \times ع \times ن$$

$$\therefore ص_{ى} = \frac{ق_{س} \times ع \times ن}{(١ + ع ن)}$$

٢/٢ الطريقة التجارية (العملية)

وفى ظل هذه الطريقة تتحدد القيمة الحالية التجارية على أساس الفرق بين القيمة الاسمية والخصم التجارى.

$$أ_ت = ق_س - ص_ت$$

أما الخصم التجارى فهو فائدة القيمة الاسمية

$$ص_ت = ق_س \times ع \times ن$$

أ،

$$ص_ت = ق_س - أ_ت$$

ويمكن التوصل الى صيغة أخرى لحساب القيمة الحالية التجارية على النحو التالى.

$$\because\ أ_ت = ق_س - ص_ت$$

$$= ق_س - ق_س \times ع \times ن$$

$$\therefore\ أ_ت = ق_س (١ - ع ن)$$

ملاحظات هامة :-

أ- طالما أن الخصم هو عبارة عن فائدة تعود على المدين نتيجة سداد المبلغ فى أى تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق معنى ذلك فإن الخصم هو حاصل ضرب (مبلغ × معدل × مده) فإذا كان المبلغ الذى يضرب فى (المعدل × المده) قيمة حالية صحيحة فإن الخصم الناتج خصم صحيح أما إذا كان المبلغ قيمة إسمية فإن الخصم الناتج خصم تجارى.

$$\text{ص}_{\text{ى}} = \text{أ}_{\text{ى}} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} = \text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

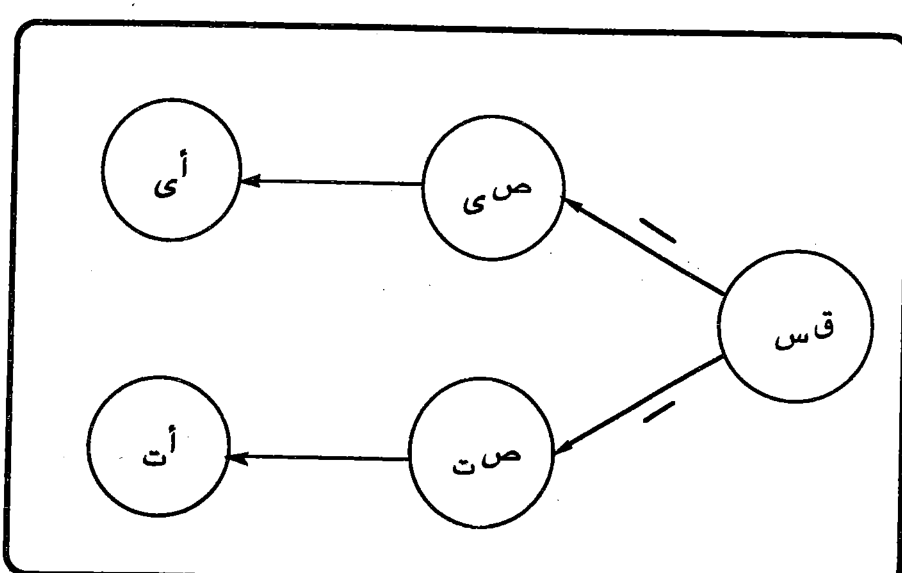
لذلك نجد أن الخصم التجارى > الخصم الصحيح. لأن الخصم التجارى محسوب على أساس القيمة الإسمية أما الخصم الصحيح محسوب على أساس القيمة الحالية.

وحيث أن القيمة الإسمية > القيمة الحالية

∴ الخصم التجارى > الخصم الصحيح.

ب- تتوقف القيمة الحالية الناتجة على نوع الخصم المطروح من القيمة الإسمية فإذا كان الخصم المطروح خصم صحيح كانت القيمة الحالية الناتجة قيمة حالية صحيحة أما إذا كان الخصم المطروح خصم تجارى فإن القيمة الحالية الناتجة قيمة حالية تجارية.

والشكل التالى يوضح ذلك :-



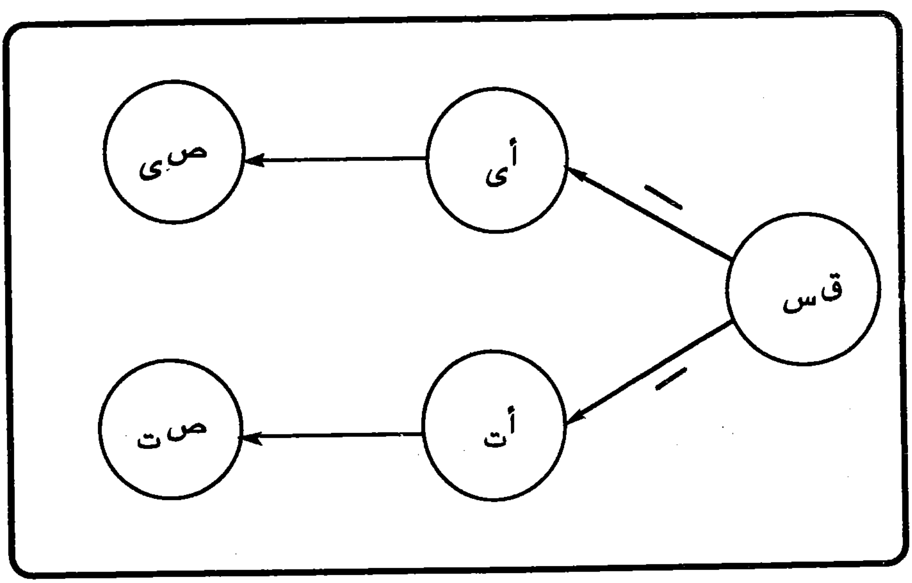
$$أ_{ى} = ق_{س} - ص_{ى}$$

$$أ_{ت} = ق_{س} - ص_{ت}$$

جـ- القيمة الحالية الصحيحة ($أ_{ى}$) > القيمة الحالية التجارية ($أ_{ت}$) وذلك لأن الخصم الصحيح($ص_{ى}$) < الخصم التجارى ($ص_{ت}$).

د- يتوقف الخصم الناتج على نوع القيمة الحالية المطروحة من القيمة الإسمية فإذا كانت قيمة حالية صحيحة فإن الخصم الناتج خصم صحيح . أما إذا كانت قيمة حالية تجارية فإن الخصم الناتج خصم تجارى.

والشكل التالى يوضح ذلك.



$$\text{ص}_{\text{ى}} = \text{ق}_{\text{س}} - \text{أ}_{\text{ى}}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} = \text{ق}_{\text{س}} - \text{أ}_{\text{ت}}$$

هـ- إذا لم يحدد فى التمرين نوع الخصم فالمطلوب هو الخصم التجارى.

وفيمايلى بعض الأمثلة التى توضح كيفية إستخدام العلاقات السابقة.

مثال ١ : إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى نهاية تسعة شهور بمعدل ١٠ ٪ سنوياً . إحسب :-

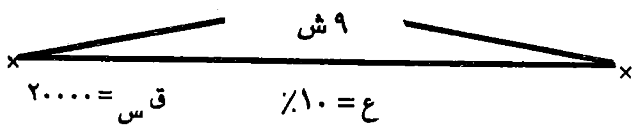
أ - الخصم التجارى.

ب- الخصم الصحيح.

جـ- القيمة الحالية الصحيحة.

د - القيمة الحالية التجارية.

الحل :



أ- $\text{ص}_{\text{ت}} = \text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}$

$$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} = ١٥٠٠ \text{ جنيه}$$

ب- $\text{ص}_{\text{ى}} = \dfrac{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}}{(١ + \text{ع ن})}$

$$= \frac{٢٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}}{١ + \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}}$$

$$= \frac{١٥٠٠}{١+٠,٠٧٥} = ١٣٩٥٫٣٥ \text{ جنيه}$$

ج- $أ_{ت} = ق_{س} - ص_{ت}$

$= ٢٠٠٠٠ - ١٥٠٠ = ١٨٥٠٠$ جنيه

د - $أ_{ى} = ق_{س} - ص_{ى}$

$= ٢٠٠٠٠ - ١٣٩٥٫٣٥ = ١٨٦٠٤٫٦٥$ جنيه

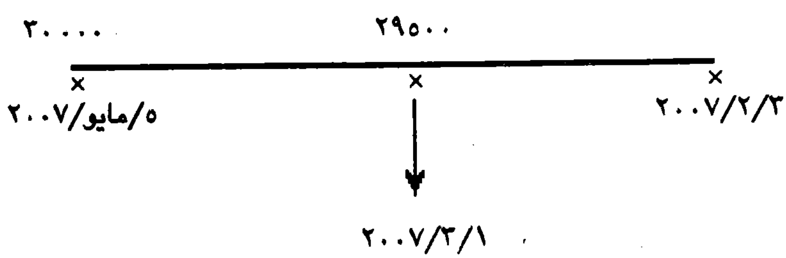
ملحوظة :

أ - $ص_{ت} > ص_{ى}$

ب- $أ_{ى} > أ_{ت}$

مثال ٢ : إقترض شخص فى ٣ / يناير / ٢٠٠٧ مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٥/ مايو / ٢٠٠٧ وفى أول مارس ٢٠٠٧ إتفق مع الدائن على سداد مبلغ ٢٩٥٠٠ جنيه سداداً لهذا الدين. إحسب المعدل الذى إستخدم أساساً لتسويه هذا الدين.

الحل :



١ - باستخدام الطريقة التجارية :

المده المتبقية على سداد الدين من ٢٠٠٧/٣/١ - ٢٠٠٧/٥/٥

مارس + أبريل + مايو

ى = ٣٠ + ٣٠ + ٥ = ٦٥ يوماً

الخصم التجارى (ص ت) = القيمة الإسمية – القيمة الحالية.

= ٣٠٠٠٠ – ٢٩٥٠٠

= ٥٠٠ جنيه.

∴ ص ت = ق س × ع × ن

$$٥٠٠ = ٣٠٠٠٠ \times ع \times \frac{٦٥}{٣٦٠}$$

٥٠٠ = ٥٤١٦٫٦٧ ع

$$∴ ع = \frac{٥٠٠}{٥٤١٦,٦٧} = ٩٫٢ \%$$

٣- العلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح

٣/١ علاقة النسبة بين الخصمين

$$∵ \frac{ص_ت}{ص_ى} = \frac{ق_س \times ع \times ن}{(١ + ع ن)}$$

$$∴ \frac{ص_ت}{ص_ى} = (١ + ع ن)$$

$$ص_ت = ص_ى \left(١ + ع ن \right)$$

$$ص_ى = \frac{ص_ت}{\left(١ + ع ن \right)}$$

ملحوظة :

تستخدم العلاقات السابقة لإيجاد أحد الخصمين بمعلومية الخصم الآخر والمعدل والمدة.

ويمكن إيجاد علاقة أخرى كالآتى :-

$$\because \frac{ص_ت}{ص_ى} = \frac{ق_س \times ع \times ن}{أ_ى \times ع \times ن}$$

$$\therefore \frac{ص_ت}{ص_ى} = \frac{ق_س}{أ_ى}$$

$$ص_ت \cdot أ_ى = ص_ى \cdot ق_س$$

$$\therefore ص_ت = ص_ى \times \frac{ق_س}{أ_ى}$$

$$ص_ى = ص_ت \times \frac{أ_ى}{ق_س}$$

ملحوظة :

تستخدم العلاقات السابقة لإيجاد أحد الخصمين بمعلومية الخصم الآخر والقيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة.

٢/٣ علاقة الفرق بين الخصمين :-

$$\because\ ص_{ت} - ص_{ى} = ق_{س} \times ع \times ن - \frac{ق_{س} \times ع \times ن}{١ + ع ن}$$

$$= \frac{ق_{س} \times ع \times ن \,(١ + ع ن) - ق_{س} \times ع \times ن}{(١ + ع ن)}$$

$$= \frac{ق_{س} \times ع \times ن \,(١ + ع ن - ١)}{(١ + ع ن)}$$

$$ص_{ت} - ص_{ى} = \frac{ق_{س} \times ع \times ن \,(ع ن)}{(١ + ع ن)}$$

$$\therefore\ ص_{ت} - ص_{ى} = \frac{ق_{س} \times ع^{٢} \times ن^{٢}}{١ + ع ن}$$

$$\therefore\ ص_{ت} - ص_{ى} = \frac{ص_{ت} \times ع \times ن}{١ + ع ن}$$

ويمكن إيجاد علاقة أخرى للفرق بين الخصمين كالآتى :

$$ص_{ت} - ص_{ى} = ص_{ى} \,(١ + ع \times ن) - ص_{ى}$$

$$= ص_{ى} \,(١ + ع ن - ١)$$

$$ص_{ت} - ص_{ى} = ص_{ى} \times ع \times ن$$

ملحوظة :

وتستخدم العلاقات الثلاث السابقة إذا أعطى فى التمرين الفرق بين الخصمين وطلب إيجاد القيمة الإسمية - الخصم التجارى - الخصم الصحيح.

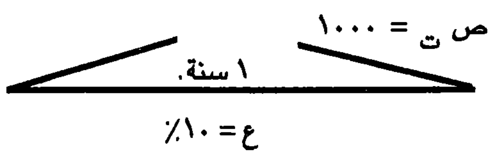
وفيمايلى بعض الأمثلة التى توضح تطبيق العلاقات السابقة.

مثال٣ : إذا علمت أن الخصم التجارى لدين يستحق السداد فى نهاية سنة بمعدل ١٠٪ سنوياً هو ١٠٠٠ جنيه إحسب

أ- الخصم الصحيح. ب- القيمة الإسمية

جـ- القيمة الحالية الصحيحة. د- القيمة الحالية التجارية.

الحل :



$$\because \quad ص_{ى} = \frac{ص_{ت}}{١ + ع\,ن}$$

$$= \frac{١٠٠٠}{١ + \frac{١٠}{١٠٠} \times ١} = \frac{١٠٠٠}{١,١} = ٩٠٩ \text{ جنيه}$$

$$، \quad \because \quad ص_{ت} = ق_{س} \times ع \times ن$$

$$١٠٠٠ = ق_{س} \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١$$

١٠٠٠ = ١ر $\text{ق}_{\text{س}}$

∴ $\text{ق}_{\text{س}} = \frac{١٠٠٠}{١,} = ١٠٠٠٠$ جنيه

∵ القيمة الحالية الصحيحة (أى) = $\text{ق}_{\text{س}} - \text{ص}_{\text{ى}}$

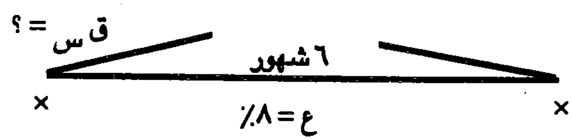
= ١٠٠٠٠ − ٩٠٩ = ٩٠٩١ جنيه

القيمة الحالية التجارية (أت) = $\text{ق}_{\text{س}} - \text{ص}_{\text{ت}}$

= ١٠٠٠٠ − ١٠٠٠ = ٩٠٠٠ جنيه

مثال ٤ : إقترض شخص مبلغ معين يستحق السداد فى نهاية ٦ شهور بمعدل ٨٪ سنوياً فإذا حسب الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح فوجد أنه يساوى ٦٩٢٣ر٧ جنيه أوجد القيمة الإسمية للدين.

الحل :



$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = ٦٩٢٣ر٧$

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع}^{٢} \times \text{ن}^{٢}}{١ + \text{ع ن}}$$

$$٦٩٢٣ر٧ = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \left(\frac{٨}{١٠٠}\right)^{٢} \left(\frac{٦}{١٢}\right)^{٢}}{١ + \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}}$$

$$٦٩٢٣ر٧ = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \frac{٦٤}{١٠٠٠٠} \times \frac{٣٦}{١٤٤}}{١ + ٠,٠٤}$$

$$٧٫٦٩٢٣ = \frac{٠٫٠٠١٦\,\text{ق}_{\text{س}}}{١٫٠٤}$$

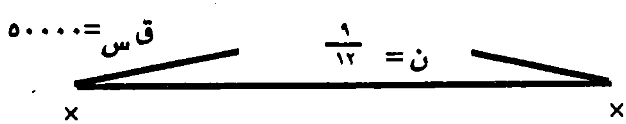
$$٠٫٠٠١٦\,\text{ق}_{\text{س}} = ٧٫٦٩٢٣ \times ١٫٠٤$$

$$\text{ق}_{\text{س}} = \frac{١٫٠٤ + ٧٫٦٩٢٣}{٠٫٠٠١٦}$$

$$\therefore \quad \text{ق}_{\text{س}} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال ٥ : إقترض شخص مبلغ ٠٠٠ ٥٠ جنيه يستحق السداد بعد ٩ شهور من الآن فإذا حسب الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح فوجد أنه يساوى ٢٦١٫٦٢٧٩ جنيه إحسب معدل الخصم السنوى.

الحل :



$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = ٢٦١٫٦٢٧٩ \qquad \text{ع} = ؟$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع}^{٢} \times \text{ن}^{٢}}{١ + \text{ع ن}}$$

$$٢٦١٫٦٢٧٩ = \frac{٥٠٠٠٠ \times \text{ع}^{٢} \left(\frac{٩}{١٢}\right)^{٢}}{١ + \text{ع} \times \frac{٩}{١٢}}$$

$$\text{٢٦١٫٦٢٧٩} = \frac{\text{٢٨١٢٥} \times \text{ع}^{\text{٢}}}{\text{١} + \text{٫٧٥ ع}}$$

$$\text{٢٨١٢٥ ع}^{\text{٢}} = \text{٢٦١٫٦٢٧٩} + \text{١٩٦٫٢٢ ع}$$

$$\text{٢٨١٢٥ ع}^{\text{٢}} - \text{١٩٦٫٢٢ ع} - \text{٢٦١٫٦٢٧٩} = \text{صفر}$$

(أ) (ب) (جـ)

$$\because \quad \text{ع} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{\text{٢}} - \text{٤ أ جـ}}}{\text{٢ أ}}$$

$$= \frac{\text{١٩٦٫٢٢} \pm \sqrt{(-\text{١٩٦٫٢٢})^{\text{٢}} - \text{٤ (٢٨١٢٥) (-٢٦١٫٦٢٧٩)}}}{\text{٢} \times \text{٢٨١٢٥}}$$

$$\therefore \quad \text{ع} = \frac{\text{١٩٦٫٢٢} \pm \sqrt{\text{٣٨٥٠٢٫٢٩} + \text{٢٩٤٣٣١٣٨}}}{\text{٥٦٢٥٠}}$$

$$\therefore \quad \text{ع} = \frac{\text{١٩٦٫٢٢} \pm \text{٥٤٢٨٫٧٧٩}}{\text{٥٦٢٥٠}}$$

$$\therefore \quad \text{ع} = \frac{\text{١٩٦٫٢٢} + \text{٥٤٢٨٫٧٧٩}}{\text{٥٦٢٥٠}}$$

= ١٠ ٪ (تقريباً)

$$\text{أ ، ع} = \frac{\text{٢٢ر١٩٦} - \text{٧٧٩ر٥٤٢٨}}{\text{٥٦٢٥٠}}$$

∴ ع = - ٣ر٩ ٪ مرفوض.

مثال ٦ : حسب الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح لدين يستحق السداد فى نهاية ٦ شهور بمعدل خصم ٨٪ سنوياً فوجد أنه يساوى ١٥ جنيه.

إحسب :-

أ- الخصم التجارى

ب- الخصم الصحيح

الحل :

$$\text{ن} = \frac{\text{٦}}{\text{١٢}}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \text{١٥} \qquad \text{ع} = \text{٨}\%$$

$$\because \text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ص}_{\text{ت}} \times \text{ع} \times \text{ن}}{\text{١} + \text{ع ن}}$$

$$\text{١٥} = \frac{\text{ص}_{\text{ت}} \times \frac{\text{٨}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٦}}{\text{١٢}}}{\text{١} + \frac{\text{٨}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٦}}{\text{١٢}}}$$

$$\text{١٥} = \frac{\text{٠٤ر ص}_{\text{ت}}}{\text{١} + \text{٠٤ر}}$$

٠ر٠٤ $ص_ت$ = ١٥ + ٠ر٦

٠ر٠٤ $ص_ت$ = ١٥ر٦

∴ $ص_ت = \frac{١٥,٦}{٠,٠٤}$ = ٣٩٠ جنيه

∵ $ص_ت - ص_ى = ص_ى × ع × ن$

١٥ $= ص_ى × \frac{٨}{١٠٠} × \frac{٦}{١٢}$

١٥ = ٠ر٠٤ $ص_ى$

∴ $ص_ى$ = ٣٧٥ جنيه

مثال ٧ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة يستحق السداد فى نهاية سنة من الآن فإذا علمت أن الخصم التجارى = ١ر٠٥ من الخصم الصحيح ومعدل الخصم = معدل الفائدة .إحسب مايلى :-

أ – القيمة الحالية الصحيحة

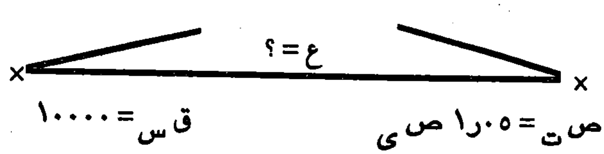
ب– القيمة الحالية التجارية.

جـ– الخصم الصحيح.

د – الخصم التجارى.

هـ– معدل الخصم.

الحل :



∵ $ص_ت$ = ١ر٠٥ $ص_ى$

$$\therefore \quad \frac{ص_ت}{ص_ى} = ١٫٠٥$$

$$\therefore \quad \frac{ص_ت}{ص_ى} = \frac{ق_س}{أ_ى}$$

$$١٫٠٥ = \frac{١٠٠٠٠}{أ_ى}$$

$$\therefore \quad ١٠\ ٠٠٠ = ١٫٠٥\ أ_ى$$

أ - $\therefore$ القيمة الحالية الصحيحة ($أ_ى$) = ٩٥٢٣٫٨ جنيه

ب- ، $\because$ $ص_ى = ق_س - أ_ى$

= ١٠ ٠٠٠ - ٩٥٢٣٫٨ = ٤٧٦٫٢ جنيه

، $\because$ $ص_ت = ١٫٠٥\ ص_ى$

جـ- $\therefore$ $ص_ت$ = ١٫٠٥ × ٤٧٦٫٢ = ٥٠٠ جنيه

د - ، $\because$ $أ_ت = ق_س - ص_ت$

$\therefore$ $أ_ت$ = ١٠٠٠٠ - ٥٠٠ = ٩٥٠٠ جنيه

هـ- ، $\because$ $ص_ت = ق_س \times ع \times ن$

$\therefore$ ٥٠٠ = ١٠٠٠٠ × ع × ١

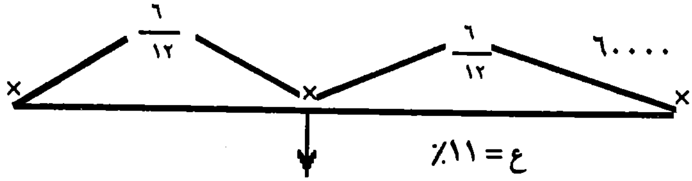
$\therefore$ ع = ٥ ٪ سنوياً.

مثال ٨ : أودع شخص مبلغ ٦٠ ٠٠٠ جنيه فى بنك يحسب الفائدة بمعدل ١١٪ سنوياً وبعد ٦ شهور سحب جملة ماله فى البنك ودفعه مقدم لثمن شراء سيارة وحرر للبائع كمبيالة قيمتها ٤٠ ٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور.

فإذا خصم البائع الكمبيالة على أساس معدل خصم تجارى ١٢٪ سنوياً.

إحسب الثمن الذى كانت معروضة به السيارة.

الحل :



جملة ماله فى البنك

جملة ماله فى البنك = أ (١ + ع ن)

$= ٦٠٠٠٠ \left(١ + \frac{١١}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} \right)$

= ٦٠٠٠٠ (١ + ٠٫٠٥٥)

= ٦٣٣٠٠ جنيه.

∵ $ص_{ت} = ق_{س} \times ع \times ن$

$= ٤٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$

= ٢٤٠٠ جنيه

∴ القيمة الحالية التجارية $(أ_{ت}) = ق_{س} - ص_{ت}$

= ٤٠٠٠٠ − ٢٤٠٠ = ٣٧٦٠٠ جنيه

الثمن الذى كانت معروضة به السياة = المقدم + $أ_{ت}$

= ٦٣٣٠٠ + ٣٧٦٠٠ = ١٠٠٩٠٠ جنيه

٤- إيجاد القيمة الحالية والخصم لعدة مبالغ :

إستخدمنا فى الفصل السابق طريقة النمر لحساب الفائدة المستحقة على عدة مبالغ سواء كانت مدد هذه المبالغ بالأيام أو الشهور وحيث أن الخصم لايختلف كثيراً عن الفائدة فإنه يمكن الحصول على الخصم المستحق على عدة مبالغ باستخدام طريقة النمر

$$\text{إجمالى الخصم} = \frac{\text{ع}}{١٢/٣٦٠} \times \text{مجموع النمر}$$

حيث أن مجموع النمر هو مجموع حاصل ضرب كل قيمة إسمية فى مدة الخصم الخاصة بها سواء كانت هذه المدة بالأيام أو الشهور.

ويمكن إيجاد مجموع القيم الحالية عن طريق طرح إجمالى الخصم السابق الحصول عليه من مجموع القيم الإسمية.

مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الإسمية - إجمالى الخصم

والأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق العلاقات السابقة.

مثال ٩ : إقترض شخص المبالغ الآتية من بنك القاهرة.

١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤ شهور

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ شهور

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ شهور

فإذا أراد هذا الشخص سداد جميع ديونه اليوم. إحسب مقدار الخصم التجارى الذى يحصل عليه إذا كان معدل الخصم ١٢٪ سنوياً ثم إحسب المبلغ الذى يسدده الآن بدلاً من مجموع القيم الإسمية.

الحل :

القيمة الإسمية	المده بالأشهر	النمر
١٠٠٠٠	٤	٤٠٠٠٠
٢٠٠٠٠	٨	١٦٠٠٠٠
٣٠٠٠٠	١٠	٣٠٠٠٠٠
مجموع النمر		٥٠٠٠٠٠

$$\text{إجمالى الخصم} = \frac{ع}{١٢} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= \frac{١٢}{١٢ \times ١٠٠} \times ٥٠٠٠٠٠ = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

المبلغ الذى يسدده الآن هو مجموع القيم الحالية للمبالغ السابقة.

مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الإسمية – إجمالى الخصم

$= ٦٠٠٠٠ - ٥٠٠٠$

$= ٥٥٠٠٠$ جنيه.

مثال ١٠ : شخص مدين بالديون الآتية :-

٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧٠ يوماً .

١٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠٠ يوماً.

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٥٠ يوماً.

فإذا أراد المدين سداد جميع ديونه اليوم وكان معدل الخصم ١٠٪ سنوياً. إحسب مجموع القيم الحالية لهذه الديون.

الحل :

∵ مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الإسمية – إجمالى الخصم

$$= (٥٠٠٠ + ١٢٠٠٠ + ٢٠٠٠٠) - \frac{ع}{٣٦٠} \times \text{مجموع النمر}$$

$$= ٣٧٠٠٠ - \frac{١٠}{٣٦٠ \times ١٠٠}(٥٠٠٠ \times ٧٠ + ١٢٠٠٠ \times ١٠٠ + ٢٠٠٠٠ \times ١٥٠)$$

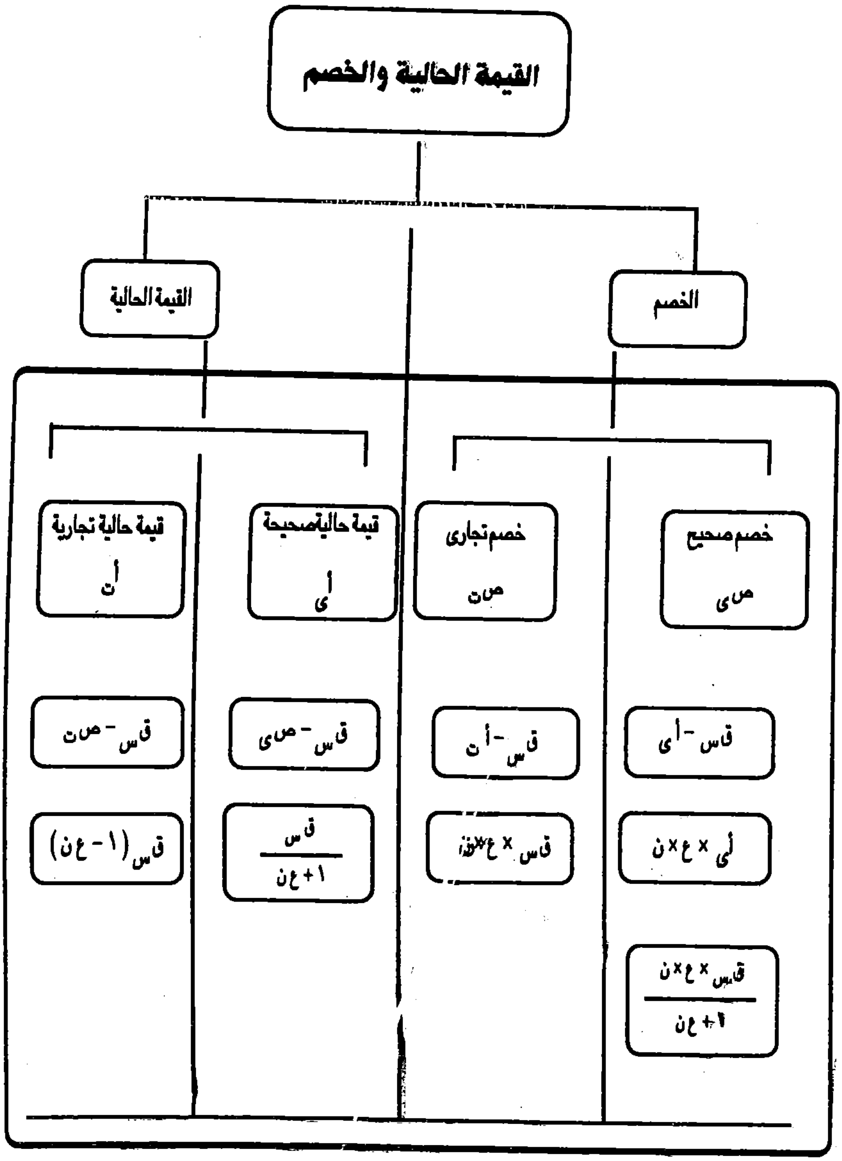
$$= ٣٧٠٠٠ - \frac{١}{٣٦٠٠}(٣٥٠\ ٠٠٠ + ١٢٠٠\ ٠٠٠ + ٣٠٠٠\ ٠٠٠)$$

$$= ٣٧٠٠٠ - \frac{١}{٣٦٠٠}(٤٥٥٠\ ٠٠٠)$$

$$= ٣٧٠٠٠ - ٨٩ر١٢٦٣$$

= ١١ر٧٣٦ ٣٥ جنيه

القوانين المستخدمة فى الفصل الثانى



علاقة النسبة بين الخصمين :

$$\frac{\text{ص}_{\text{ت}}}{\text{ص}_{\text{ى}}} = (\text{١} + \text{ع ن})$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} = \text{ص}_{\text{ى}} \, (\text{١} + \text{ع ن})$$

$$\text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ص}_{\text{ت}}}{(\text{١} + \text{ع ن})}$$

$$\frac{\text{ص}_{\text{ت}}}{\text{ص}_{\text{ى}}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}}}{\text{أ}_{\text{ى}}}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} = \text{ص}_{\text{ى}} \times \frac{\text{ق}_{\text{س}}}{\text{أ}_{\text{ى}}}$$

$$\text{ص}_{\text{ى}} = \text{ص}_{\text{ت}} \times \frac{\text{أ}_{\text{ى}}}{\text{ق}_{\text{س}}}$$

٣- علاقة الفرق بين الخصمين :

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع}^{\text{٢}} \times \text{ن}^{\text{٢}}}{\text{١} + \text{ع ن}}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \frac{\text{ص}_{\text{ت}} \times \text{ع} \times \text{ن}}{\text{١} + \text{ع ن}}$$

$$\text{ص}_{\text{ت}} - \text{ص}_{\text{ى}} = \text{ص}_{\text{ى}} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

القيمة الحالية والخصم لعدة مبالغ :

$$\text{إجمالى الخصم} = \frac{\text{ع}}{\text{٣٦٠/١٢}} \times \text{مجموع النمر}$$

مجموع القيم الحالية = مجموع القيم الإسمية – إجمالى الخصم

تمارين على الفصل الثانى

١- إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى نهاية عشرة شهور بمعدل ١٣٪ سنوياً إحسب.

أ- الخصم التجارى.

ب- الخصم الصحيح .

جـ- القيمة الحالية الصحيحة.

د- القيمة الحالية التجارية.

٢- إقترض شخص فى ١٥ / فبراير / ٢٠٠٤ مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٠ / أغسطس / ٢٠٠٤ وفى ٣/ مايو / ٢٠٠٤ إتفق مع الدائن على سداد مبلغ ٣٨٥٠٠ جنيه سداداً لهذا الدين. إحسب المعدل الذى إستخدم أساساً لتسوية هذا الدين .

٣- إذا علمت أن الخصم التجارى لدين يستحق السداد فى نهاية ٦ شهور بمعدل ١٢٪ سنوياً هو ٩٠٠ جنيه

إحسب :-

أ- الخصم الصحيح.

ب- القيمة الإسمية.

جـ- القيمة الحالية الصحيحة.

د- القيمة الحالية التجارية.

٤- إقترض شخص مبلغ معين يستحق السداد فى نهاية سنة بمعدل ١٠٪ سنوياً فإذا حسب الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح فوجد أنه يساوى ٩٠٫٩٠٩ جنيه أوجد القيمة الإسمية للدين.

٥- إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد مدة معينه بمعدل ١٠٪ سنوياً فإذا حسب الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح فوجد أنه يساوى

١٤٢٫٨٥٧ جنيه إحسب تاريخ إستحقاق الدين. إذا كان تاريخ الأقتراض ٢٠٠٧/٢/١.

٦- إذا علمت أن الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح لدين يستحق السداد فى تهاية عشرة شهور بمعدل ١١٪ سنوياً فوجد أنه يساوى ٣٠ جنيه إحسب .

أ - الخصم التجارى .

ب- الخصم الصحيح.

٧- أقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من بنك قناة السويس يستحق السداد فى نهاية ستة شهور فإذا علمت، أن الخصم التجارى = ١٫٠٦ من الخصم الصحيح ومعدل الخصم = معدل الفائدة . إحسب مايلى :-

أ- القيمة الحالية الصحيحة.

ب- القيمة الحالية التجارية.

جـ- الخصم الصحيح.

د- الخصم التجارى.

هـ- معدل الخصم.

٨- أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه فى بنك يحسب الفائدة بمعدل ١٢٪ سنوياً وكان ذلك فى أول / فبراير /٢٠٠٧ وفى آخر يونيه من نفس السنة سحب جملة ماله فى البنك ودفعه مقدم لثمن شراء قطعة أرض وحرر للبائع كمبيالة قيمتها ١٠٠٠٠٠ جنيه تستحق فى آخر نوفمبر / ٢٠٠٧.

فإذا خصم البائع الكمبيالة على أساس معدل خصم تجارى ١٣٪ سنوياً . إحسب الثمن الذى كانت معروضة به قطعة الأرض.

٩- إقترض شخص المبالغ الآتية :-

١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ شهور

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ شهور

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١١ شهراً.

فإذا أراد هذا الشخص سداد هذه الديون اليوم. إحسب مقدار الخصم التجارى الذى يحصل عليه إذا كان معدل الخصم ١٠,٥٪ سنوياً . ثم إحسب المبلغ الذى يسدده الآن بدلاً من مجموع القيم الإسمية.

١٠- شخص مدين بالديون الآتية :

٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥٠ يوماً.

٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨٠ يوماً

١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٢٠ يوماً.

فإذا أراد المدين سداد جميع ديونه اليوم وكان معدل الخصم ١١٪ سنوياً. إحسب مجموع القيم الحالية لهذه الديون.

✍ ✍ ✍

الفصل الثالث

خصم الأوراق التجارية

الفصل الثالث

خصم الأوراق التجارية

مقدمة :

إذا قام شخص بإقتراض مبلغ ما من المال من شخص آخر وتعهد بسداد هذا المبلغ فى تاريخ معين . ففى هذه الحاله يتم تحرير ورقة تجارية كالكمبيالة أو السند الاذنى بالقيمه التى تم إقتراضها وتاريخ سداد هذه القيمة (تاريخ إستحقاق الكمبيالة أو السند الاذنى) وأحياناً يرغب الدائن فى الحصول على قيمة الكمبيالة أو السند الاذنى قبل موعد الاستحقاق المحدد . لذلك وفرت البنوك خدمة مصرفية للسوق التجارى تتمثل فى خصم هذه الأوراق التجارية لديها بمعنى أن الدائن يحصل على القيمة الحالية للورقة التجارية اليوم (تاريخ الخصم) بدلاً من أن ينتظر إلى أن يحل موعد الاستحقاق .

ويلاحظ أن البنك يعطى للدائن قيمة تقل عن القيمة الاسمية للورقة التجارية بمقدار الخصومات .

١- أنواع الخصومات :

١/١ الخصم التجارى :

ويتوقف هذا الخصم على القيمة الاسمية ومعدل الخصم ومدة الخصم ويحسب البنك الخصم التجارى نظراً لزيادة قيمته عن الخصم الصحيح وهذا لصالح البنك . ويتم حساب الخصم التجارى كما يلى :

$$ص_ت = ق_س \times ع \times ن$$

أما إذا كان هناك عدة أوراق تجارية فإن الخصم التجارى :

$$ص_ت = \frac{ع}{٣٦٠/١٢} \times \text{مجموع النمر}$$

٢/١ مصاريف التحصيل :

وتتوقف مصاريف التحصيل على القيمة الاسمية ونسبة هذه المصاريف من القيمة الاسمية (نسبة فى الألف) وأحياناً يذكر أن مصاريف التحصيل تحسب بحد أدنى رقم معين وهذا نظراً لأن هناك بعض الأوراق التجارية قيمتها الاسمية صغيرة ففى هذه الحالة يتم حساب مصاريف التحصيل كالآتى :

مصاريف التحصيل = $ق_{س}$ × نسبة مصاريف التحصيل

فإذا كان　　الناتج　　مساوى للحد الأدنى　　يكتب كما هو .

أما إذا كان　　الناتج　　أقل من الحد الأدنى　　يكتب الحد الأدنى نفسه .

أما إذا كان　　الناتج　　أكبر من الحد الأدنى　　تكتب القيمة الأكبرلصالح البنك

٣/١ العمولة :

وتتوقف العمولة على القيمة الاسمية ونسبة هذه العمولة من القيمة الاسمية (نسبة فى الألف) ويتم حسابها كما يلى :

العمولة = $ق_{س}$ × نسبة العمولة

٢- صافى المستحق للعميل :

يتم حساب صافى المستحق للعميل عن طريق جمع الخصومات السابقه وتطرح من القيمة الاسمية ينتج صافى المستحق للعميل .

صافى المستحق للعميل = $ق_{س}$ − إجمالى الخصومات

خصم تجارى　　مصاريف تحصيل　　عمولة

٣- مهلة السداد :

أحياناً يكون من شروط البنك أن يضيف مهلة سداد يوم واحد أو عدة أيام يتم الاتفاق عليها وهذه المدة تضاف إلى مدة الخصم الأصلية وهذا يؤدى إلى زيادة المدة وبالتالى زيادة الخصم الذى يحصل عليه البنك .

٤- معدل الخصم الإجمالى :

نظراً لحصول البنك على الخصم التجارى ، مصاريف التحصيل ، العمولة . فإن معدل الخصم الإجمالى الذى يحققه البنك يكون أكبر من معدل الخصم المستخدم . ويتم الوصول إلى هذا المعدل بإستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{إجمالى الخصم} = \text{ق}_{\text{س}} \times \text{معدل الخصم الإجمالى} \times \text{المدة}$$

$$\text{معدل الخصم الإجمالى} = \frac{\text{إجمالى الخصم}}{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{المدة}}$$

أما إذا كان هناك أكثر من ورقة تجارية فإن معدل الخصم الإجمالى يتحدد كالآتى:

$$\text{معدل الخصم الإجمالى} = \frac{\text{إجمالى الخصم}}{[\,\text{ق}_{\text{س}_1} \times \text{المدة} + \text{ق}_{\text{س}_2} \times \text{المدة} + \cdot\cdot\,]}$$

ويلاحظ أنه عند حساب معدل الخصم الإجمالى تهمل مهلة السداد لأنه سبق إضافتها عند حساب الخصم التجارى .

٥- فاتورة الخصم (حافظة الخصم)

عند خصم أى ورقة تجارية يقدم البنك بيان أو فاتورة توضح ما تم خصمه من القيمة الاسمية وصافى المستحق للعميل والشكل التالى يوضح صورة هذه الفاتورة وهى ما تعرف بحافظة الخصم .

بنك ....

فرع ....

القاهرة فى ....

كشف خصم الأوراق التجارية المقدمه من ....

عدد الأوراق ....

القيمة الاسمية ....

الصافى المستحق ....

معدل الخصم ....

معدل العمولة ....

معدل مصروفات التحصيل ....

يضاف مهلة سداد قدرها .... لكل ورقه

القيمة الاسمية		المسحوب عليه	تاريخ الاستحقاق	الأيام أو الشهور	النمر	مصاريف التحصيل	
مليم	جنيه					مليم	جنيه
××	××						

بيان الخصم

مليم	جنيه	
..	..	خصم تجارى بمعدل ..... ٪
..	..	عمولة بمعدل ..... ٪
..	..	مصاريف تحصيل بمعدل ..... ٪
		إجمالى الخصم

مليم	جنيه	
××	××	الصافى المستحق

مثال ١ : خصم تاجر يوم ٢٠٠٧/١٠/٣ كمبيالة قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/١٢/٣١ وكان البنك يستخدم الشروط الآتية لخصم الأوراق التجارية.

١- خصم تجارى بمعدل ١٢٪ سنوياً .

٢- مصاريف تحصيل $\frac{١}{٤}$ ٪ (فى الألف) بحد أدنى ٣ جنيه .

٣- عمولة $\frac{١}{٢}$ ٪ (فى الألف) .

٤- يضيف البنك مهلة سداد قدرها يوم واحد على المدة الأصلية للخصم .

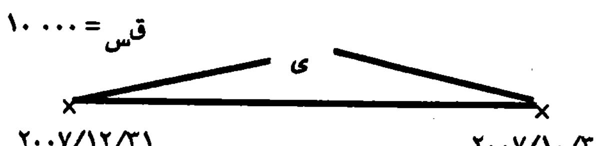
والمطلوب :

أ - صافى المستحق للعميل من خصم الورقة التجارية .

ب- معدل الخصم الإجمالى الذى حققه البنك .

جـ- تصوير فاتورة الخصم .

الحل :



مدة الخصم (ى) من ٢٠٠٧/١٠/٣ - ٢٠٠٧/١٢/٣١

أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + مهلة

ى = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ١ = ٩٠ يوماً

الخصومات :

١- خصم تجارى = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٩٠}{٣٦٠} = ٣٠٠$ جنيه

٢- مصاريف تحصيل = القيمة الاسمية × معدل مصاريف التحصيل

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{٤٠٠٠} = ٢٫٥ \text{ جنيه}$$

وحيث أن مصاريف التحصيل أقل من الحد الأدنى يكتب الحد الأدنى نفسه ٣ ج

٣- العمولة = القيمة الاسمية × معدل العموله

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} = ٥ \text{ جنيه}$$

∴ إجمالى الخصومات = الخصم التجارى + مصاريف التحصيل + العمولة

= ٣٠٠ + ٣ + ٥

= ٣٠٨ جنيه

∴ صافى المستحق للعميل = القيمة الاسمية – إجمالى الخصومات

= ١٠٠٠٠ – ٣٠٨

= ٩٦٩٢ جنيه

معدل الخصم الإجمالى :

إجمالى الخصومات = القيمة الاسمية × معدل الخصم الإجمالى × المدة

$$٣٠٨ = ١٠٠٠٠ \times ع \times \frac{٨٩}{٣٦٠}$$

$$\therefore ع = \frac{٣٠٨}{١٠٠٠٠ \times \frac{٨٩}{٣٦٠}} = \frac{٣٠٨}{٢٤٧٢٫٢}$$

∴ ع = ١٢٫٤٦٪

ملحوظة :

عند حساب معدل الخصم الإجمالى نأخذ مدة الخصم الأصلية فقط دون مهلة السداد .

تصوير فاتورة الخصم

القيمة الاسمية		المسحوب	تاريخ	الأيام أو الشهور	النمر	مصاريف التحصيل	
مليم	جنيه					مليم	جنيه
–	١٠٠٠٠		١٢/٣١	٩٠	٩٠٠٠٠	–	٣
–	١٠٠٠٠	القيمة الاسمية				–	٣
		بيان الخصم					
		مليم جنيه					
		.. ٣٠٠ خصم تجارى بمعدل ١٢ ٪					
		.. ٠٠٣ مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{١}{٤}$ ٪					
		.. ٠٠٥ عمولة $\frac{١}{٢}$ ٪					
–	٣٠٨	إجمالى الخصم					
–	٩٦٩٢	الصافى المستحق					

مثال ٢ : خصم تاجر يوم ٢٠٠٦/١٠/٣ فى بنك مصر كمبيالة تستحق يوم ٢٠٠٧/٢/١١ وتسلم صافى قيمتها وقدرها ٥ر٢٨٦١٢ جنيه فإذا علمت أن شروط البنك لخصم الأوراق التجارية هى :

أ- خصم تجارى بمعدل ١٢٪ سنوياً .

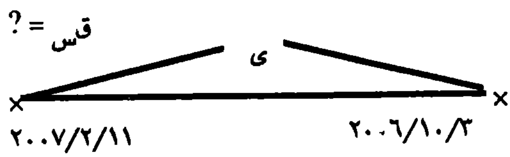
ب- عمولة بنسبة ١.٪ (واحد فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل $\frac{١}{٤}$ ٪ (ربع فى الألف) .

د- مهلة سداد أربعة أيام .

إحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية .

الحل :



الصافى = ٥ر٢٨٦١٢ جنيه

أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مهلة

ى = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ١١ + ٤ = ١٣٥ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

$$= قس \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٣٥}{٣٦٠} = ٠٤٥ر٠ قس$$

٢- العمولة = القيمة الاسمية × المعدل

$$= قس \times \frac{١}{١٠٠٠} = ٠٠١ر٠ قس$$

٣- مصاريف تحصيل = القيمة الاسمية × المعدل

$$= قس \times \frac{١}{٤٠٠٠} = ٠٠٠٢٥ر٠ قس$$

إجمالى الخصم	٠٤٦٢٥ر٠ قس

الصافى المستحق = القيمة الاسمية - إجمالى الخصومات

٥ر٢٨٦١٢ = قس - ٠٤٦٢٥ر٠ قس

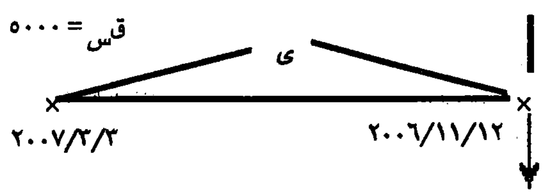
٢٨٦١٢ر٥ = ٠,٩٥٣٧٥ ق س

∴ ق س = ٢٨٦١٢,٥ / ٠,٩٥٣٧٥ = ٣٠٠٠٠ جنيه

مثال ٣ : قطع تاجر يوم ٢٠٠٦/١١/١٢ فى بنك مصر كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠جنيه تستحق يوم ٣ / مارس/ ٢٠٠٧ وقد تسلم من البنك صافى المستحق له وقدره ٤٧٠٠ جنيه فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل ١/٢ ٪ (فى الألف) ، مصاريف تحصيل بمعدل ١/٤ ٪ (فى الألف) بحد أدنى ٥ جنيه للورقة .

إحسب المعدل الذى يستخدمه البنك فى حساب الخصم .

الحل :



الصافى المستحق = ٤٧٠٠ جنيه

نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس

ى = ١٨ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ٣ = ١١١ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = ق س × ع × ى / ٣٦٠

= ٥٠٠٠ × ع × ١١١ / ٣٦٠ = ١٥٤١ر٦٧ ع .

٢- عمولة = $ق_س$ × المعدل

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} = ٢٫٥٠$$

٣- مصاريف تحصيل = $ق_س$ × المعدل

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{١}{٤٠٠٠} = ٥٫ \text{ (حد أدنى)}$$

إجمالي الخصومات	(١٥٤١,٦٧ ع + ٧,٥)

الصافي المستحق = القيمة الاسمية - إجمالي الخصومات

٤٧٠٠ = ٥٠٠٠ - (١٥٤١٫٦٧ع + ٧٫٥)

٤٧٠٠ = ٥٠٠٠ - ١٥٤١٫٦٧ع - ٧٫٥

١٥٤١٫٦٧ع = ٥٠٠٠ - ٤٧٠٠ - ٧٫٥

١٥٤١٫٦٧ع = ٥٠٠٠ - ٤٧٠٧٫٥

١٥٤١٫٦٧ع = ٢٩٢٫٥

$$\therefore \text{ ع } = \frac{٢٩٢,٥}{١٥٤١,٦٧} = ١٨٫٩\%$$

مثال ٤ : إشترى شخص في ٢٠٠٦/٨/١٢ سيارة كانت معروضة للبيع بمبلغ ٢٠٠ ٠٠٠ جنيه ودفع مقدم الثمن وقدره ٥٠ ٠٠٠ جنيه وحرر للبائع كمبياله تستحق يوم ٢٠٠٧/٣/١٥ على أساس معدل فائدة قدره ١٤٪ سنوياً وفي يوم ٢٨ سبتمبر /٢٠٠٦ قطع البائع الكمبياله في بنك الأسكندرية بالشروط الآتية :

أ- خصم تجاري بمعدل ١٤٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ٢ ٪ (في الألف) .

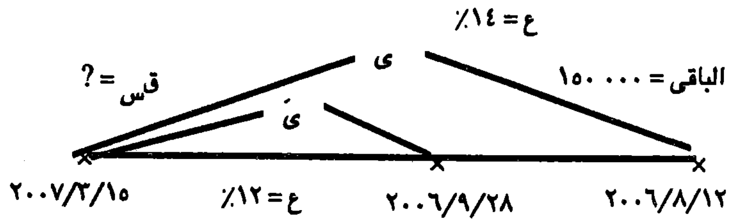
جـ- مصاريف تحصيل بمعدل ١ ٪. (فى الألف) .

د- مهلة سداد قدرها ثلاثة أيام .

أحسب :

١- صافى ما يتسلمه البائع من البنك .

٢- معدل الخصم الإجمالى الذى حققه البنك من هذه العملية .



مدة الكمبيالة (ى) من ٢٠٠٦/٨/١٢ - ٢٠٠٧/٣/١٥

أغسطس + سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس

ى = ١٩ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ١٥

= ٢١٥ يوماً

القيمة الاسمية للكمبيالة = (الباقى من ثمن شراء السيارة + فائدة المتبقى بمعدل ١٤٪ سنوياً لمدة ٢١٥ يوماً)

$$= ١٥٠٠٠٠ + (١٥٠٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{٢١٥}{٣٦٠})$$

= ١٥٠٠٠٠ + ١٢٥٤١٫٦٧

= ١٦٢٥٤١٫٦٧ جنيه

مدة خصم الكمبيالة من ٢٠٠٦/٩/٢٨ - ٢٠٠٧/٣/١٥

سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس + مهلة

ىَ = ٢ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ١٥ + ٣

= ١٧١ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = $ق_س \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

$= ١٦٢٥٤١,٦٧ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{١٧١}{٣٦٠} =$ ١٠٨٠٩,٠٢ جنيه

٢- عمولة = $ق_س$ × المعدل

$= ١٦٢٥٤١,٦٧ \times \frac{٢}{١٠٠٠} =$ ٣٢٥,٠٨ جنيه

٣- مصاريف تحصيل = $ق_س$ × المعدل

$= ١٦٢٥٤١,٦٧ \times \frac{١}{١٠٠٠} =$ ١٦٢,٥٤ جنيه

إجمالى الخصومات	١١٢٩٦,٦٤ جنيه

أ- الصافى المستحق = القيمة الاسمية - إجمالى الخصومات

= ١٦٢٥٤١,٦٧ - ١١٢٩٦,٦٤

= ١٥١٢٤٥,٠٣

ب- معدل الخصم الإجمالى :

مدة الخصم الفعلية = ١٧١ - ٣ = ١٦٨ يوماً

إجمالى الخصومات = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

١١٢٩٦٫٦٤ = ١٦٢٥٤١٫٦٧ × ع × $\frac{١٦٨}{٣٦٠}$

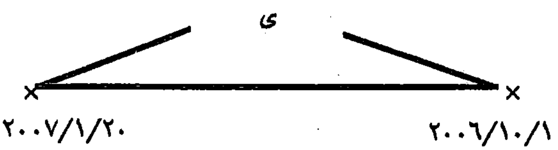
١١٢٩٦٫٦٤ = ٧٥٨٥٢٫٧٧ ع

∴ ع = ١٤٫٩ ٪

مثال ٥ : خصم تاجر يوم ١٠/ أكتوبر/٢٠٠٦ كمبيالة تستحق يوم ٢٠٠٧/١/٢٠ قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه وقد بلغ معدل الخصم الإجمالى ١٦٪ سنوياً فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل ٣٫٠٪ (فى الألف) ، مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{١}{٢}$ ٪ (فى الألف) كما يضيف البنك مهلة سداد قدرها ثلاثة أيام .

إحسب معدل الخصم الذى يستخدمه البنك .

الحل :



أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + مهله

مدة الخصم ى = ٢١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٠ + ٣ = ١٠٥ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = قس × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

= ٥٠٠٠٠ × ع × $\frac{١٠٥}{٣٦٠}$ = ١٤٥٨٣٫٣٣ ع .

٢- مصاريف تحصيل = قس × المعدل

= ٥٠٠٠٠ × $\frac{١}{٢٠٠٠}$ = ٢٥٫٠٠ ج

٣- عمولة = $ق_س$ × المعدل

$$= ٥٠٠٠٠ \times \frac{٣}{١٠٠٠} = ١٥٠٫٠٠ \text{ ج}$$

إجمالى الخصومات	١٤٥٨٣,٣٣ ع + ١٧٥

إجمالى الخصومات = $ق_س$ × معدل الخصم الإجمالى × $\frac{\text{المدة الأصلية فقط}}{٣٦٠}$

$$(١٤٥٨٣٫٣٣ \text{ ع} + ١٧٥) = ٥٠٠٠٠ \times \frac{١٦}{١٠٠} \times \frac{١٠٢}{٣٦٠}$$

١٤٥٨٣٫٣٣ ع + ١٧٥ = ٢٢٦٦٫٦٧

١٤٥٨٣٫٣٣ ع = ٢٢٦٦٫٦٧ − ١٧٥

١٤٥٨٤٫٣٣ ع = ٢٠٩١٫٦٧

$$\therefore \quad \text{ع} = \frac{٢٠٩١,٦٧}{١٤٥٨٣,٣٣} = ١٤٫٣٪$$

مثال ٦ : خصم أحد التجار فى ٢٠٠٦/١٠/٣ ثلاث كمبيالات فى بنك الاسكندرية .

الكمبيالة الأولى قيمتها ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢/ يناير ٢٠٠٧ .

الكمبيالة الثانية قيمتها ٤٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٥/ فبراير ٢٠٠٧ .

الكمبيالة الثالثة قيمتها ٦٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٠/ مارس ٢٠٠٧ .

فإذا كانت شروط البنك كالآتى :

أ – خصم تجارى بمعدل ١٢٪ سنوياً .

ب– عمولة بمعدل ٣٫٪ (فى الألف) .

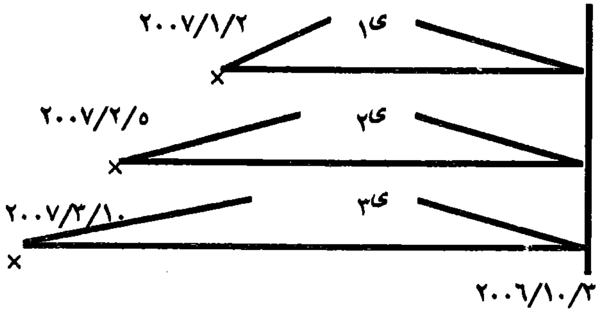
جـ– مصاريف تحصيل ٢٫٪ (فى الألف) .

د – يضيف البنك مهلة سداد قدرها يومان لكل ورقة .

المطلوب :

صافى المستحق للتاجر من خصم هذه الأوراق وإعداد فاتورة الخصم .

الحل :



حساب مدة خصم كل كمبيالة :

أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس + مهلة

ك١ = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٢ + – + – + ٢ = ٩٣ يوماً

ك٢ = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٥ + – + ٢ = ١٢٧يوماً

ك٣ = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ١٠ + ٢ = ١٦٠يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = $\frac{ع}{٣٦٠}$ × مجموع النمر

= $\frac{١٢}{٣٦٠ \times ١٠٠}$ [٣٠٠٠٠ × ٩٣ + ٤٠٠٠٠ × ١٢٧ + ٦٠٠٠٠ × ١٦٠]

= $\frac{١٢}{٣٦٠٠٠}$ [٢٧٩٠٠٠٠ + ٥٠٨٠٠٠٠ + ٩٦٠٠٠٠٠]

= ٠٠٠٣٣٣ر [١٧٤٧٠٠٠٠]

= ٥١ر٥٨١٧ جنيه

٢- عمولة = مجموع القيم الاسمية × معدل العمولة

= ١٣٠ ٠٠٠ × ٣ / ١٠٠٠ = ٣٩٠ر٠٠ جنيه

٣- مصاريف تحصيل = مجموع القيم الاسمية × معدل مصاريف التحصيل

= ١٣٠ ٠٠٠ × ٢ / ١٠٠٠ = ٢٦٠ر٠٠ جنيه

إجمالى الخصومات	٦٤٦٧,٥١ جنيه

صافى المستحق للتاجر = مجموع القيم الاسمية - إجمالى الخصومات

= ١٣٠ ٠٠٠ - ٦٤٦٧ر٥١

= ١٢٣ ٥٣٢ر٤٩ جنيه

فاتورة الخصم

القيمة الاسمية - مليم	القيمة الاسمية - جنيه	المسحوب	تاريخ	الأيام أو الشهور	النمر	مصاريف التحصيل - مليم	مصاريف التحصيل - جنيه
	٣٠٠٠٠	—	٢٠٠٧/١/٢	٩٣	٢٧٩٠٠٠٠	—	٢٦٠
	٤٠٠٠٠	—	٢٠٠٧/٢/٥	١٢٧	٥٠٨٠٠٠٠		
	٦٠٠٠٠	—	٢٠٠٧/٣/١٠	١٦٠	٩٦٠٠٠٠٠		
					١٧٤٧٠٠٠٠		
	١٣٠٠٠٠	مجموع القيم الاسمية					
		بيان الخصم					
		مليم ٥١ جنيه ٥٨١٧ خصم تجارى بمعدل ١٢ ٪ سنوياً					
		مليم ٠٠ جنيه ٢٦٠ مصاريف تحصيل بمعدل ٢ ٪					
		مليم ٠٠ جنيه ٣٩٠ عموله بمعدل ٣ ٪					
٥١	٦٤٦٧	إجمالى الخصم				—	٢٦٠
٤٩	١٢٣٥٣٢	الصافى المستحق					

مثال ٧ : قطع تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٣/١٢ فى بنك القاهرة وقد تسلم صافى المستحق له وقدره ١٨٠٠٠ جنيه فإذا كانت شروط البنك فى عملية الخصم كالآتى :

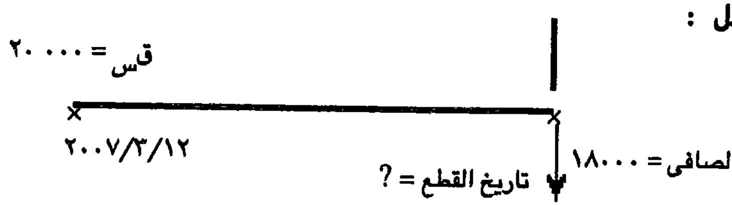
أ- خصم تجارى بمعدل ١٥٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ٢.٪ (فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل $\frac{١}{٢}$ ٪ (فى الألف) .

إحسب تاريخ قطع الكمبيالة بالبنك .

الحل :



الصافى المستحق = القيمة الاسمية - إجمالى الخصومات

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى $= ق_س \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{ى}{٣٦٠} =$ ٨٫٣٣ ى .

٢- مصاريف تحصيل $= ق_س \times$ المعدل

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠}$ = ١٠٫٠٠ ج

٣- عمولة $= ق_س \times$ المعدل

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠٠}$ = ٤٠٫٠٠ ج

إجمالى الخصومات	(٨,٣٣ ى + ٥٠)

صافى المستحق = القيمة الاسمية – إجمالى الخصومات

١٨٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ – (٨٫٣٣ ى + ٥٠)

١٨٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ – ٨٫٣٣ ى – ٥٠

٨٫٣٣ ى = ٢٠٠٠٠ – ١٨٠٠٠ – ٥٠

٨٫٣٣ ى = ١٩٥٠

∴ ى = $\frac{١٩٥٠}{٨,٣٣}$ = ٢٣٤ يوماً

يوليه + أغسطس + سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مارس

ى = ١٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ١٢

= ٢٣٤ يوماً

∴ تاريخ القطع (٣١ – ١٠) = ٢١ يوليه .

ملحوظة :

تاريخ قطع الكمبيالة هو المتمم لعدد أيام شهر القطع أو خصم الكمبيالة .

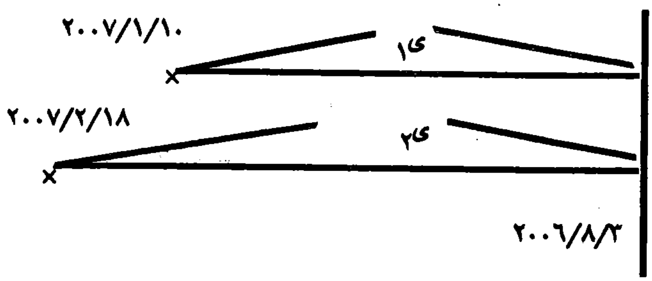
مثال ٨ : خصم تاجر يوم ٢٠٠٦/٨/٣ الأوراق التجارية الآتية فى بنك المهندس.

كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ١٠/ يناير/ ٢٠٠٧ .

كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ١٨/ فبراير/ ٢٠٠٧ .

وقد تسلم صافى المستحق له وقدره ٧٤٥٠٠ جنيه فإذا كان البنك يحسب عمولة بمعدل ٢.٪ (فى الألف) ، مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{١}{٢}$ ٪ (فى الألف) ويضيف البنك مهلة سداد قدرها أربعة أيام لكل ورقة إحسب معدل الخصم الذى يستخدمه البنك .

الحل :



مدة خصم كل ورقة :

أغسطس + سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر + ديسمبر + يناير + فبراير + مهلة

ى١ = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٠ + - + ٤ = ١٦٤ يوماً

ى٢ = ٢٨ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ١٨ + ٤ = ٢٠٣ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = $\frac{ع}{٣٦٠}$ × مجموع النمر

= $\frac{ع}{٣٦٠}$ [٣٠٠٠٠ × ١٦٤ + ٥٠٠٠٠ × ٢٠٣] = ٤١٨٦١٫١١ ع

٢- مصاريف تحصيل = مجموع القيم الاسمية × المعدل

= ٨٠٠٠٠ × $\frac{١}{٢٠٠٠}$ = ٤٠٫- ج

٣- العمولة = مجموع القيم الاسمية × المعدل

= ٨٠٠٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠٠}$ = ١٦٠٫- ج

إجمالى الخصومات	(٤١٨٦١,١١ ع + ٢٠٠)

الصافى المستحق = مجموع القيمة الاسمية - إجمالى الخصومات

٧٤٥٠٠ = ٨٠٠٠٠ - (١١ر٤١٨٦١ع + ٢٠٠)

٧٤٥٠٠ = ٨٠٠٠٠ - ١١ر٤١٨٦١ع - ٢٠٠

١١ر٤١٨٦١ع = ٨٠٠٠٠ - ٧٤٥٠٠ - ٢٠٠

١١ر٤١٨٦١ع = ٥٣٠٠

∴ ع = ٧ر١٢ ٪

مثال ٩ : خصم التاجر على مجاهد بالقاهرة فى بنك مصر يوم ٢٠٠٦/٩/١٥ الأوراق التالية :

٢٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بالمنصورة تستحق يوم ١٥ يناير/ ٢٠٠٧ .

٣٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بالاسكندرية تستحق يوم ٥ فبراير/ ٢٠٠٧ .

٤٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بالشرقية تستحق يوم ١٠ فبراير/ ٢٠٠٧ .

٥٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بالبحيرة تستحق يوم ٣ مارس/ ٢٠٠٧ .

فإذا كانت شروط البنك لخصم هذه الأوراق كما يلى :

أ- خصم تجارى بمعدل ١٢٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ١.٪ (فى الألف) .

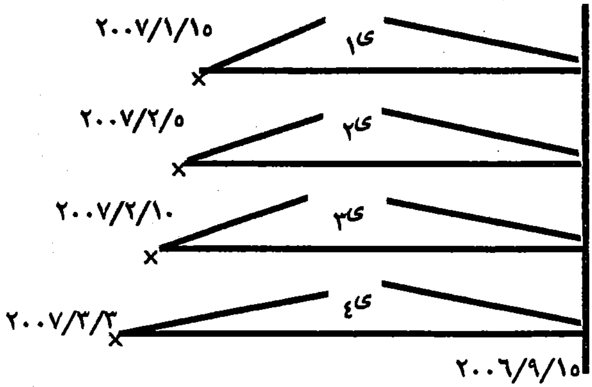
جـ- مصاريف تحصيل $\frac{١}{٢}$.٪ (فى الألف) .

د- مهلة سداد ثلاثة أيام لمدة كل ورقة .

المطلوب :

إعداد حافظة الخصم .

الحل :



حساب مدد خصم الأوراق التجارية :

	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير	فبراير	مارس	مهلة	
ى١ =	١٥	+ ٣١	+ ٣٠	+ ٣١	+ ١٥	+ –	+ –	+ ٣	= ١٢٥ يوماً
ى٢ =	١٥	+ ٣١	+ ٣٠	+ ٣١	+ ٣١	+ ٥	+ –	+ ٣	= ١٤٦ يوماً
ى٣ =	١٥	+ ٣١	+ ٣٠	+ ٣١	+ ٣١	+ ١٠	+ –	+ ٣	= ١٥١ يوماً
ى٤ =	١٥	+ ٣١	+ ٣٠	+ ٣١	+ ٣١	+ ٢٨	+ ٣	+ ٣	= ١٧٢ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = (ع / ٣٦٠) × مجموع النمر

= (١٢ / ٣٦٠ × ١٠٠) [٢٠٠٠٠ × ١٢٥ + ٣٠٠٠٠ × ١٤٦ + ٤٠٠٠٠ × ١٥١ + ٥٠٠٠٠ × ١٧٢]

= ٣٣٣٠٠٠ر [٢١٥٢٠ ٠٠٠] = ٧١٦٦ر١٦ ج

٢- عمولة = مجموع القيم الاسمية × المعدل

= ١٤٠ ٠٠٠ × (١ / ١٠٠٠) = ١٤٠ر٠٠ ج

٣- مصاريف تحصيل = مجموع القيم الاسمية × المعدل

$$= ١٤٠\,٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} = ٧٠٫٠٠ \text{ جنيه}$$

إجمالى الخصومات	٧٣٧٦,١٦

الصافى المستحق = مجموع القيم الاسمية - إجمالى الخصومات

= ١٤٠٠٠٠ - ١٦ر٧٣٧٦

= ٨٤ر١٣٢٦٢٣ جنيه

ثم يتم إعداد فاتورة الخصم كما يلى .

بنـــك مصـــر

القاهرة فى ١٥/٩/٢٠٠٦

حافظة خصم الأوراق التجارية المقدمه من السيد / على مجاهد

عدد الأوراق المقدمة   أربعة كمبيالات

مجموع القيم الاسمية   ١٤٠ ٠٠٠ جنيه

الصافى المستحق   ١٣٢٦٢٣ر٨٤ جنيه

معدل الخصم   ١٢٪ سنوياً

معدل العمولة   ١٪ (في الألف)

معدل مصاريف التحصيل ½٪ (فى الألف)

يضاف مهلة سداد قدرها ثلاثة أيام لكل ورقه

القيمة الاسمية (مليم)	القيمة الاسمية (جنيه)	المسحوب عليه	استحقاق	أيام	نمر	مصاريف التحصيل (مليم)	مصاريف التحصيل (جنيه)
-	٢٠٠٠٠	تاجر بالمنصورة	١٥/١/٢٠٠٧	١٢٥	٢٥٠٠٠٠٠	-	٧٠
-	٣٠٠٠٠	تاجر بالاسكندرية	٥/٢/٢٠٠٧	١٤٦	٤٣٨٠٠٠٠		
-	٤٠٠٠٠	تاجر بالشرقية	١٠/٢/٢٠٠٧	١٥١	٦٠٤٠٠٠٠		
-	٥٠٠٠٠	تاجر بالبحيرة	٣/٣/٢٠٠٧	١٧٢	٨٦٠٠٠٠٠		
-	١٣٠٠٠٠	مجموع القيمة الاسمية			٢١٥٢٠٠٠٠	-	٧٠
		بيان الخصم					
١٦٠	٧١٦٦	خصم تجارى بمعدل ١٢٪					
-	٧٠	مصاريف تحصيل بمعدل ½٪					
-	١٤٠	عمولة تحصيل بمعدل ١٪					
١٦	٧٣٧٦	إجمالى الخصومات					
٨٤	١٣٢٦٢٣	الصافى المستحق					

مثال ١٠ : تاجر مدين بكمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٥/١٥ أراد الحصول على قيمتها الصافية يوم ٢ يناير/ ٢٠٠٦ فإذا كان أمام التاجر شروط بنك مصر وشروط بنك الأسكندرية كالآتى :

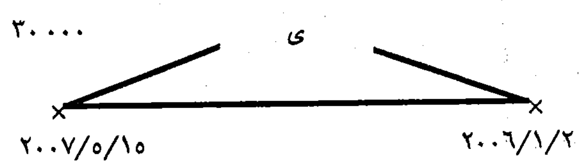
بنك مصر	بنك الاسكندرية
خصم تجارى بمعدل ١٠٪ سنوياً	خصم تجارى بمعدل ١٠,٧٥٪ سنوياً
عمولة بمعدل ١٪	عمولة بمعدل $\frac{١}{٢}$ ٪
مصاريف تحصيل بمعدل ١,٥٪	مصاريف تحصيل بمعدل ١,٧٥٪
مهلة سداد ٤ أيام	

أى شروط البنكين أفضل لخصم هذه الورقة التجارية .

الحل :

لمعرفة أى شروط البنكين أفضل يتعين علينا إيجاد إجمالى الخصومات التى يتقاضاها البنك الأول ، البنك الثانى فالبنك الذى يتقاضى خصومات أقل يكون أفضل بالنسبة للعميل .

أ- بنك مصر :



يناير + فبراير + مارس + أبريل + مايو + مهلة

ى = ٢٩ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ١٥ + ٤ = ١٣٧ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى $= ق_س \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٣٧}{٣٦٠} =$ ١١٤١,٦٧ ج

٢- مصاريف تحصيل = $ق_{س}$ × المعدل

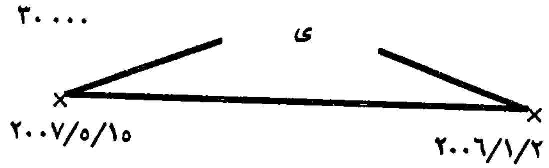
= ٣٠ ٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠٠٠}$ = ٤٥ر٠٠ ج

٣- عمولة = $ق_{س}$ × المعدل

= ٣٠ ٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = –ر٣٠ ج

إجمالى الخصومات	١٢١٦,٦٧ ج

ب- بنك الاسكندرية :



يناير + فبراير + مارس + أبريل + مايو

ى = ٢٩ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ١٥ = ١٣٣ يوماً

إجمالى الخصومات :

١- خصم تجارى = $ق_{س}$ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

= ٣٠ ٠٠٠ × $\frac{١٠٧٥}{١٠٠٠٠}$ × $\frac{١٣٣}{٣٦٠}$ = ١١٩١ر٤٦ ج

٢- مصاريف تحصيل = $ق_{س}$ × المعدل

= ٣٠ ٠٠٠ × $\frac{١٧٥}{١٠٠٠٠٠}$ = ٥٢ر٥٠ ج

٣- عمولة = $ق_س$ × المعدل

$$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{٢٠٠٠} = ١٥٫٠٠ \text{ ج}$$

إجمالى الخصومات	١٢٥٨,٩٦ ج

يلاحظ أن إجمالى الخصومات التى يتقاضاها بنك مصر أقل من إجمالى الخصومات التى يتقاضاها بنك الأسكندرية مما يدل على أن الخصم لدى بنك مصر أفضل .

حل آخر :

يمكن إيجاد معدل الخصم الإجمالى الذى يحققه كل بنك ويتم إختيار البنك الذى يحقق معدل خصم إجمالى أقل .

أ- بنك مصر :

$$\text{معدل الخصم الإجمالى} = \frac{\text{إجمالى الخصومات}}{\text{القيمة الاسمية} \times \text{المدة}}$$

$$= \frac{١٢١٦,٦٧}{٣٠٠٠٠ \times \frac{١٣٣}{٣٦٠}}$$

$$= \frac{١٢١٦,٦٧}{١١٠٨٣,٣٣} = ١٠٫٩٨ \%$$

ب- بنك الاسكندرية :

$$\text{معدل الخصم الإجمالى} = \frac{\text{إجمالى الخصومات}}{\text{القيمة الاسمية} \times \text{المدة}}$$

$$= \frac{١٢٥٨,٩٦}{\frac{١٣٣}{٣٦٠} \times ٣٠٠٠٠}$$

$$= \frac{١٢٥٨,٩٦}{١١٠٨٣,٣٣} = ١١ر٣٦٪ \text{٪}$$

حيث أن معدل الخصم الإجمالى لبنك مصر أقل من معدل الخصم الإجمالى لبنك الاسكندرية .

∴ بنك مصر أفضل من بنك الاسكندرية فى عملية الخصم .

تمارين على الفصل الثالث

١- خصم التاجر عبد السلام يوم ٢٠٠٧/١/٣ كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٥/٣١ وكان البنك يستخدم الشروط الآتية لخصم الأوراق التجارية .

أ- خصم تجارى بمعدل ١٥٪ سنوياً .

ب- مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{١}{٢}$ ٪ بحد أدنى ٢٠ جنيه .

جـ- عمولة بمعدل واحد فى الألف .

د- يضيف البنك مهلة سداد قدرها ثلاثة أيام على المدة الأصلية للخصم .

والمطلوب :

١- صافى المستحق للعميل من خصم الورقة التجارية .

٢- معدل الخصم الإجمالى الذى حققه البنك .

٣- تصوير فاتورة الخصم .

٢- خصم تاجر يوم ٥/ نوفمبر/ ٢٠٠٦ كمبيالة فى بنك القاهرة تستحق يوم ٤/مايو/٢٠٠٧ وتسلم صافى قيمتها وقدرها ٤٦٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن شروط البنك لخصم الأوراق التجارية كما يلى :

أ- خصم تجارى بمعدل ١٥٪ سنوياً .

ب- مصاريف تحصيل بمعدل ١.٪ (فى الألف)

جـ- عمولة بمعدل ٢.٪ (فى الألف)

د- مهلة سداد قدرها أربعة أيام .

إحسب القيمة الاسمية للكمبيالة .

٣- خصم تاجر يوم ٥/١٠/٢٠٠٦ فى بنك الاسكندرية كمبيالة قيمتها الاسمية ٤٠٠٠٠ ج تستحق يوم ١٥/٤/٢٠٠٧ وقد تسلم صافى المستحق له وقدره ٣٧٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن شروط البنك لخصم الأوراق التجارية التى ترد إليه كما يلى :

أ- مصاريف تحصيل بمعدل $\frac{١}{٤}$ ٪ (فى الألف) بحد أدنى ١٥ جنيه .

ب- عمولة بمعدل $\frac{١}{٢}$ ٪ (فى الألف)

إحسب المعدل الذى يستخدمه البنك فى خصم الورقة التجارية .

٤- إشترى شخص شقة تمليك بمنطقة المهندسين فى ١٥/١٠/٢٠٠٦ كانت معروضه للبيع بمبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه ودفع مقدم الثمن وقدره ١٥٠٠٠٠ جنيه وحرر للبائع كمبيالة تستحق يوم ١٠/٤/٢٠٠٧ على أساس معدل الفائدة قدره ١٥٪ سنويا وفى يوم ٢/يناير/٢٠٠١ خصم البائع الكمبيالة فى بنك القاهرة بالشروط الآتية .

أ- خصم تجارى بمعدل ١٤٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ٢٫٪ (فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل بمعدل ١٫٪ (فى الألف) .

د- مهلة سداد قدرها أربعة أيام .

إحسب :

١- صافى ما يتسلمه البائع من البنك .

٢- معدل الخصم الإجمالى الذى حققه البنك من هذه العملية .

٥- خصم تاجر يوم ٣/يناير/٢٠٠٧ كمبيالة تستحق يوم ٥/مايو/٢٠٠٧ قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠٠ جنيه وقد بلغ معدل الخصم الإجمالى ١٥٪ سنوياً فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل ٢٫٪ (فى الألف) ، مصاريف تحصيل بمعدل ١٫٪ (فى الألف) ، كما يضاف مهلة سداد قدرها يومان . إحسب معدل الخصم الذى يستخدمه البنك .

٦- خصم أحد التجار فى ٥/١١/٢٠٠٦ لدى بنك الاسكندرية أربعة كمبيالات :

الكمبيالة الأولى قيمتها ١٠٠٠٠جنيه تستحق فى ٣/٥/٢٠٠٧ على التاجر محمد جابر

الكمبيالة الثانية قيمتها ٣٠٠٠٠جنيه تستحق فى١٢/٤/٢٠٠٧ على التاجر سيد منصور

الكمبيالة الثالثة قيمتها ٤٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٠٠٧/٣/١٥ على التاجر عبدالعاطى على

الكمبيالة الرابعة قيمتها ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٠٠٧/٢/١٦ على التاجر على السيد

فإذا كانت شروط البنك كالآتى :

أ- خصم تجارى بمعدل ١٤٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ١.٪ (فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل ٢.٪ (فى الألف) .

د- يضيف البنك مهلة سداد قدرها ثلاثة أيام .

إحسب صافى المستحق لهذا التاجر عن خصم هذه الأوراق التجارية .

٧- خصم تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية ٦٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٤/١٥ فى بنك مصر وقد تسلم صافى المستحق له وقدره ٥٨٠٠٠ جنيه فإذا كانت شروط البنك لعملية الخصم ما يلى .

أ- خصم تجارى بمعدل ١٤٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ١.٪ (فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل بمعدل ٢.٪ (فى الألف) .

إحسب تاريخ خصم الكمبيالة .

٨- خصم تاجر يوم ٢٠٠٦/٩/١٥ الأوراق التجارية الآتية فى بنك التجاريين .

كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٣/١٠ .

كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٢/١٦ .

فإذا علمت أن صافى المستحق لهذا التاجر من خصم هذه الأوراق التجارية هو ٤٦٥٠٠ جنيه فإذا كان البنك يحسب عمولة بمعدل ١.٪ ، مصاريف تحصيل بمعدل ٢.٪ ، يضيف البنك مهلة سداد ثلاثة أيام على المدة الأصلية للخصم .

إحسب معدل الخصم الذى يستخدمه البنك .

٩- خصم التاجر عبد السلام محمد بالقاهرة فى البنك الأهلى المصرى يوم ٢٠٠٦/١١/٥ الأوراق الآتية :

٣٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بأسيوط إستحقاق ٢٠٠٧/٤/١٥ .

٢٠٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بالمنوفية إستحقاق ٢٠٠٧/٣/٣ .

١٥٠٠٠ جنيه كمبيالة على تاجر بسوهاج إستحقاق ٢٠٠٧/٢/٥ .

فإذا كانت شروط البنك لخصم الأوراق التجارية التى ترد إليه كالآتى :

أ- خصم تجارى بمعدل ١٥٪ سنوياً .

ب- عمولة بمعدل ١٪ (فى الألف) .

جـ- مصاريف تحصيل $\frac{١}{٤}$ ٪ (فى الألف) .

د- مهلة سداد أربعة أيام لكل ورقة .

والمطلوب إعداد فاتورة الخصم .

١٠- تاجر مدين بكمبيالة قيمتها الاسمية ٧٠٠٠٠ جنيه تستحق يوم ٢٠٠٧/٤/٤ فإذا أراد هذا التاجر الحصول على قيمتها الصافية يوم ٥ يناير/٢٠٠٧ وكان أمام التاجر شروط بنك القاهرة وشروط البنك الأهلى كالآتى :

بنك القاهرة	البنك الأهلى
خصم تجارى بمعدل ١٢٪ سنوياً	خصم تجارى بمعدل ٥ر١٢٪ سنوياً
عمولة بمعدل ١٪	عمولة بمعدل $\frac{١}{٤}$ ٪
مصاريف تحصيل بمعدل ٢٪	مصاريف تحصيل بمعدل ٥ر١٪
	مهلة سداد يومين

أى شروط البنكين أفضل .

القوانين المستخدمة فى الفصل الثالث

١- عند خصم أى ورقة تجارية يقوم البنك بحساب ثلاث أنواع من الخصومات هى :

أ- الخصم التجارى $=$ ق$_{س}$ × ع × ن

ب- مصاريف التحصيل = ق$_{س}$ × معدل مصاريف التحصيل (نسبة فى الألف)

جـ- العمولة = ق$_{س}$ × معدل العمولة (نسبة فى الألف)

٢- صافى المستحق للعميل :

أ- عند خصم ورقة تجارية واحدة :

صافى المستحق = القيمة الاسمية - إجمالى الخصومات .

ب- عند خصم عدة أوراق تجارية :

صافى المستحق = مجموع القيم الاسمية - إجمالى الخصومات .

٣- معدل الخصم الإجمالى :

أ- عند خصم ورقة تجارية واحدة :

$$\text{المعدل} = \frac{\text{إجمالى الخصومات}}{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{المدة}}$$

ب- عند خصم عدة أوراق تجارية :

$$\text{المعدل} = \frac{\text{إجمالى الخصومات}}{[\text{ق}\text{س}_{١} \times \text{ن}_{١} + \text{ق}\text{س}_{٢} \times \text{ن}_{٢} + \ldots]}$$

✍ ✍ ✍

الفصل الرابع

تسويـــة الديـــون

الفصل الرابع
تسويـــــة الديـــــون

يقصد بتسوية الديون هو تعديل طريقة سداد هذه الديون إما من حيث تعديل عدد وقيم هذه الديون أو تواريخ سداد هذه الديون أو الاثنين معاً. ويعتبر هذا الموضوع هو التطبيق العملى لما تم دراسته فى الفصل الأول (الفائدة والجملة) والفصل الثانى (القيمة الحالية والخصم) ومنهما نصل إلى أن أى مبلغ يتأخر عن موعد سداده يدفع عنه فائده وأى مبلغ يسدد قبل موعد إستحقاقه يستحق عنه خصم.

وفى مجال تسوية الديون يطلق على التاريخ الذى يتم فيه الاتفاق أو التسوية أو التعديل بتاريخ التسوية. كما يطلق على الديون المستحقة على المدين قبل عملية التعديل أو الاتفاق بالديون قبل التسوية أو الديون قبل التعديل أو الديون القديمة كما يطلق على الديون التى يتم الاتفاق على سدادها بالديون بعد التسوية أو الديون بعد التعديل أو الديون الجديدة. ويلاحظ أن عملية تسوية الديون تكون بين طرفين وحتى تتحقق العدالة بين الطرفين فإنه يتم تطبيق القاعدة الأساسية فى تسوية الديون وهى :-

قيمة الديون قبل التسوية فى أى تاريخ = قيمة الديون بعد التسوية فى نفس التاريخ

وقيمة الديون هنا تتمثل فى ثلاث صور هى :-

قيمة الدين نفسه أو القيمة الحالية للدين أو جملة الدين

وكل صورة من هذه الصور تتوقف على تاريخ التسوية.

ويلاحظ أن تاريخ التسوية قد يكون سابق لجميع تواريخ إستحقاق الديون ففى هذه الحالة فإن معادلة التسوية تأخذ الصورة الآتية (فى تاريخ التسوية) :-

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

وأحياناً يرغب المدين فى سداد مبلغ نقدى عند الاتفاق ففى هذه الحالة فإن المعادلة تأخذ الصورة الآتية (فى تاريخ التسوية) :-

القيمة الحالية للديون قبل التسوية – المبلغ النقدى = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

كما أن تاريخ التسوية قد يكون لاحق لجميع تواريخ إستحقاق الديون ففى هذه الحاله فإن معادلة التسوية تأخذ الصوره الآتية (فى تاريخ التسوية) :-

جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية

كما أن تاريخ التسوية قد يكون لاحق لبعض تواريخ الاستحقاق وسابق للبعض الآخر ففى هذه الحاله فإن معادلة التسوية تأخذ الصوره الآتية (فى تاريخ التسوية) :

قيمة الديون قبل التسوية = قيمة الديون بعد التسوية

قيمة الديون قبل التسوية	قيمة الديون بعد التسوية
(القيمة الحالية للديون التى تقع بعد تاريخ التسوية)	(القيمه الحاليه للديون التى تقع بعد تاريخ التسوية)
+	+
(جملة الديون التى تقع قبل تاريخ التسوية)	(جملة الديون التى تقع قبل تاريخ التسوية)

ومن المتعارف عليه أننا نستخدم معادله القيمه الحاليه فى التطبيق وعلى وجه الخصوص عند سداد مبلغ نقدى والأمثلة التاليه توضح معظم المشاكل التى تصادفنا فى تسوية الديون.

مثال ١ : فى أول فبراير / ٢٠٠١ كانت شركة النصر للتوريدات المعدنية مدينه بالمبالغ الآتية :-

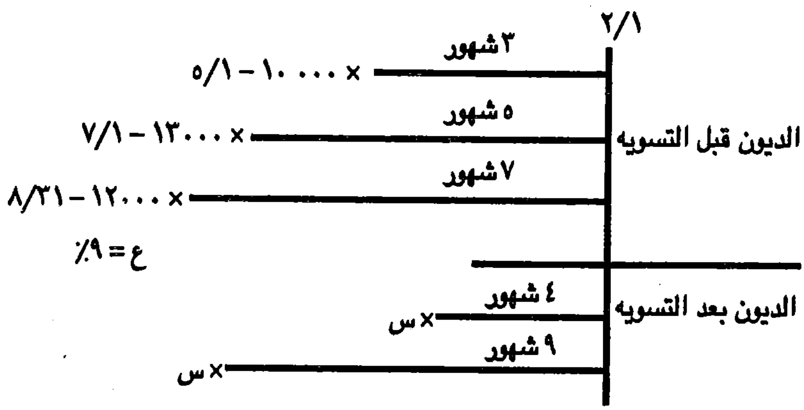
١٠٠٠٠ جنيه تستحق أول مايو / ٢٠٠٧

١٣٠٠٠ جنيه تستحق أول يوليه / ٢٠٠٧

١٢٠٠٠ جنيه تستحق آخر أغسطس / ٢٠٠٧

وفى أول فبراير / ٢٠٠٧ إتفقت الشركة مع الدائن على إستبدال هذه الديون بكمبيالتين لهما نفس القيمة الاسمية تستحق الأولى آخر مايو / ٢٠٠٧ وتستحق الثانية أول نوفمبر / ٢٠٠٧. إحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩٪ سنوياً.

الحل :



مدد الديون قبل التسوية :-

المبلغ الأول من ٢/١ - ٥/١ = ٣ شهور

المبلغ الثانى من ٢/١ - ٧/١ = ٥ شهور

المبلغ الثالث من ٢/١ - ٨/٣١ = ٧ شهور

مدد الديون بعد التسوية

الكمبيالة الأولى من ٢/١ - ٥/٣١ = ٤ شهور

الكمبيالة الثانية من ٢/١ - ١١/١ = ٩ شهور

∵ تاريخ التسوية هو ٢٠٠٧/٢/١

∵ عند هذا التاريخ نجد أن

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحاليه للديون بعد التسوية

(مجموع القيم الاسمية - الخصم) (مجموع القيم الاسمية - الخصم)

٣٥٠٠٠ - (٩ / ١٢×١٠٠) [٣ × ١٠٠٠٠ + ٥ × ١٣٠٠٠ + ٧ × ١٢٠٠٠]

= ٢ س - (٩ / ١٢×١٠٠) [س × ٤ + س × ٩]

٣٥٠٠٠ - ١٣٤٢ر٥ = ٢ س - ٠٩٧٥ر٠ س

٣٣٦٥٧ر٥ = ١ر٩٠٢٥ س

∴ س = ٣٣٦٥٧,٥ / ١,٩٠٢٥ = ١٧٦٩١ر٢

وحيث أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى مساوية للقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية.

∴ القيمة الاسمية الكمبيالة الأولى = ١٧٦٩١ر٢

، القيمة الاسمية الكمبيالة الثانية = ١٧٦٩١ر٢

مثال ٢ : فى أول ينـاير / ٢٠٠٧ كانت شركة المجد الحديثه مدنيه بالديون الآتية:-

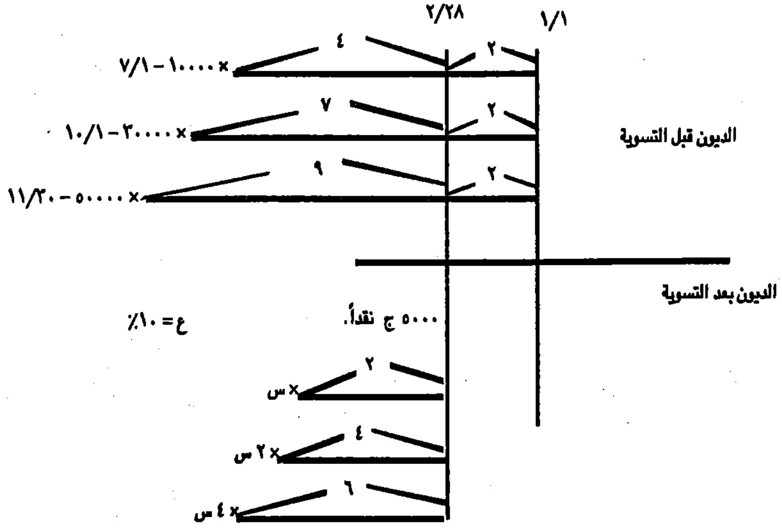
١٠٠٠٠ جنيه تستحق أول يوليه / ٢٠٠٧

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق أول أكتوبر / ٢٠٠٧

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق آخر نوفمبر / ٢٠٠٧

وفى آخر فبراير / ٢٠٠٧ إتفقت الشركه مع الدائن على سداد مبلغ ٥٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير ثلاث كمبيالات بالباقى. القيمة الاسمية للأولى نصف القيمة الاسمية للثانية. والقيمة الاسمية للثانية نصف القيمة الاسمية للثالث. وتستحق هذه الكمبيالات على الترتيب بعد شهرين ، أربع شهور ، سته شهور فإذا كان معدل الفائدة ١٠٪ سنوياً. إحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة.

الحل :



حيث أن تاريخ الاقتراض هو ٢٠٠٧/١/١ وتاريخ التسوية هو ٢٠٠٧/٢/٢٨

∴ يجب طرح المده بين تاريخ الأقتراض وتاريخ التسوية من مده كل دين قبل التسوية.

مدد الديون قبل التسوية :

مده الدين الأول = ٦ - ٢ = ٤ شهور

" الثانى = ٩ - ٢ = ٧ شهور

" الثالث = ١١ - ٢ = ٩ شهور

، بفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = س

∴ " " " الثانية = ٢ س

" " " الثالثة = ٤ س

ثم يتم تطبيق المعادلة الآتية حيث أن هناك مبلغ نقدى.

القيمة الحاليه للديون قبل التسوية - المبلغ النقدى = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

$$٩٠٠٠٠ - \frac{١٠}{١٠٠ \times ١٢} [١٠٠٠٠ \times ٤ + ٣٠٠٠٠ \times ٧ + ٥٠٠٠٠ \times ٩] - ٥٠٠٠$$

$$= ٧ س - \frac{١٠}{١٠٠ \times ١٢} [س \times ٢ + ٢ س \times ٤ + ٤ س \times ٦]$$

٩٠٠٠٠ - ٥٨٣٣٫٣٣ - ٥٠٠٠ = ٧ س - ٠٫٢٨س

٧٩١٦٦٫٦٧ = ٦٫٧٢ س

∴ س = ١١٧٨٠٫٨

∴ القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = ١١٧٨٠٫٨ جنيه

" " " الثانية = ١١٧٨٠٫٨ × ٢ = ٢٣٥٦١٫٦ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثه = ٨ر١١٧٨٠ × ٤ = ٢ر٤٧١٢٣ جنيه

مثال ٣ : فى ٢٥/ فبراير / ٢٠٠٧ كانت إحدى الشركات مدنيه بالمبالغ الآتية

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٣ / يونيه / ٢٠٠٧

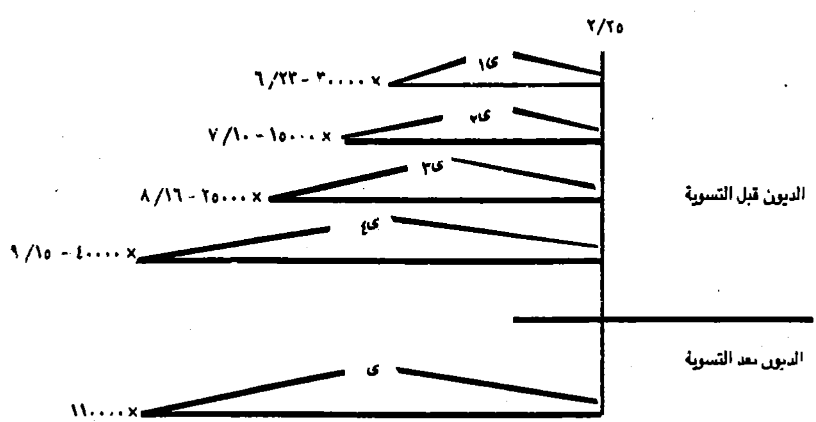
١٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٠ / يوليه / ٢٠٠٧

٢٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٦ / أغسطس / ٢٠٠٧

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٥ / سبتمبر / ٢٠٠٧

فإذا إتفقت الشركة مع الدائن على سداد هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية تساوى مجموع القيم الاسمية للديون قبل التسوية إحسب مدة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنوياً ثم إحسب تاريخ إستحقاق هذا الدين.

الحل :



حساب مدد الديون قبل التسوية :

فبراير + مارس + أبريل + مايو + يونيه + يوليه + أغسطس + سبتمبر

ى١ = ٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٣ + — + — + — = ١١٨ يوماً

ى٢ = ٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ١٠ + — + — = ١٣٥ يوماً

ى٣ = ٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٦ + — + — = ١٧٢ يوماً

ى٤ = ٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ١٥ = ٢٠٢ يوماً

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحاليه للديون بعد التسوية

$$١١٠ ٠٠٠ - \frac{١٢}{١٠٠ \times ٣٦٠} [٣٠٠٠٠ \times ١١٨ + ١٥٠٠٠ \times ١٣٥ + ٢٥٠٠٠ \times ١٧٢$$

$$+ ٤٠٠٠٠ \times ٢٠٢]$$

$$= ١١٠ ٠٠٠ - ١١٠ ٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

١١٠ ٠٠٠ - ٥٩٨١٫٦٧ = ١١٠ ٠٠٠ - ٣٦٫٦٧ ى

١٠٤٠١٨٫٣٣ = ١١٠ ٠٠٠ - ٣٦٫٦٧ ى

٣٦٫٦٧ ى = ٥٩٨١٫٦٧

∴ ى = ١٦٣ يوماً.

فبراير + مارس + أبريل + مايو + يونيه + يوليه + أغسطس

∴ ى = ٣ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٧ = ١٦٣ يوماً

∴ تاريخ إستحقاق الدين الجديد هو ٧ / أغسطس / ٢٠٠٧

مثال ٤ : فى ١٨ فبراير / ٢٠٠٧ كانت إحدى الشركات مدنيه بالمبالغ الآتية :

٩٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩٠ يوماً

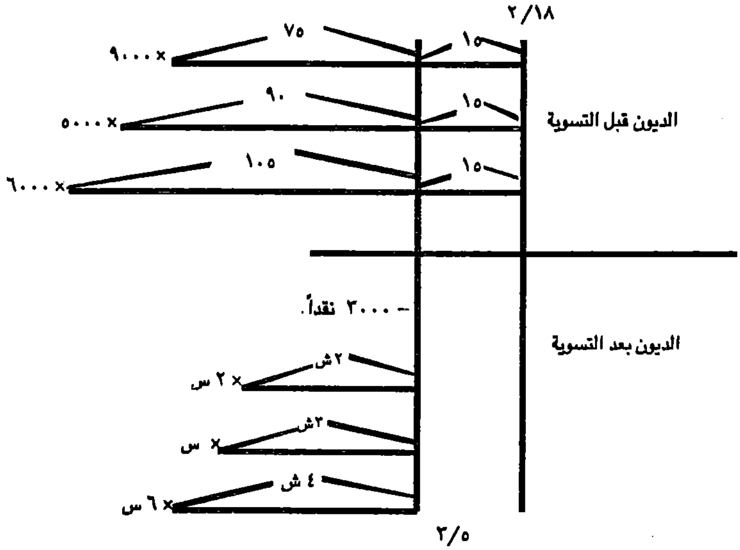
٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠٥ يوماً

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٢٠ يوماً

وفى يوم ٥ / مارس / ٢٠٠٧ إتفقت مع الدائن على سداد مبلغ ٢٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير ثلاث كمبيالات بالباقى فإذا كانت القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثه ثلاثه أمثال القيمة الاسمية

للكمبيالة الأولى وتستحق هذه الكمبيالات على الترتيب بعد شهرين ، ٣ شهور ، ٤ شهور على التوالى إحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٠٪ سنوياً.

الحل :



∵ تاريخ الأقتراض هو ١٨ / ٢ /٢٠٠٧ وتاريخ التسوية هو ٥ / ٣ /٢٠٠٧

∴ يتم طرح الفترة بين تاريخ الأقتراض وتاريخ التسوية.

من مدة كل دين قبل التسوية.

فبراير + مارس

المدة بين تاريخ الأقتراض وتاريخ التسوية = ١٠ + ٥ = ١٥ يوماً.

مدد الديون قبل التسوية :-

ى١ = ٩٠ - ١٥ = ٧٥ يوماً.

ى٢ = ١٠٥ - ١٥ = ٩٠ يوماً.

ى٣ = ١٢٠ - ١٥ = ١٠٥ يوماً.

وحيث أن هناك مبلغ نقدى مسدد فوراً. فإنه يتم تطبيق الصيغة الآتية :-

القيمة الحالية للديون قبل التسوية – المبلغ النقدى = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

$$٢٠٠٠٠ - \frac{١٠}{٣٦٠ \times ١٠٠} [٩٠٠٠ \times ٧٥ + ٥٠٠٠ \times ٩٠ + ٦٠٠٠ \times ١٠٥] - ٣٠٠٠$$

$$= ٩ س - \frac{١٠}{١٢ \times ١٠٠} [٢ س \times ٢ + س \times ٣ + ٦ س \times ٤]$$

٢٠٠٠٠ – ٤٨٧٫٥ – ٣٠٠٠ = ٩ س – ٢٦٫س

١٦٥١٢٫٥ = ٨٫٧٤ س

∴ س = ١٨٨٩٫٣

∴ القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = ٢ س = ٢ × ١٨٨٩٫٣ = ٣٧٧٨٫٦

" " " الثانية = س = = ١٨٨٩٫٣

" " " الثالثة = ٦س = ٦ × ١٨٨٩٫٣ = ١١٣٣٥٫٨

ملحوظة :

يلاحظ أن الطرف الأيمن للمعادله قسم على ٣٦٠ وذلك لأن المدد بالأيام أما الطرف الأيسر قسم على ١٢ لأن المدد بالشهور

مثال ٥ : فى ٢٠ / فبراير / ٢٠٠٧ كان أحد التجار مدنياً بالمبالغ الآتية :-

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٥ / مايو / ٢٠٠٧

٢٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٠ / يونيه / ٢٠٠٧

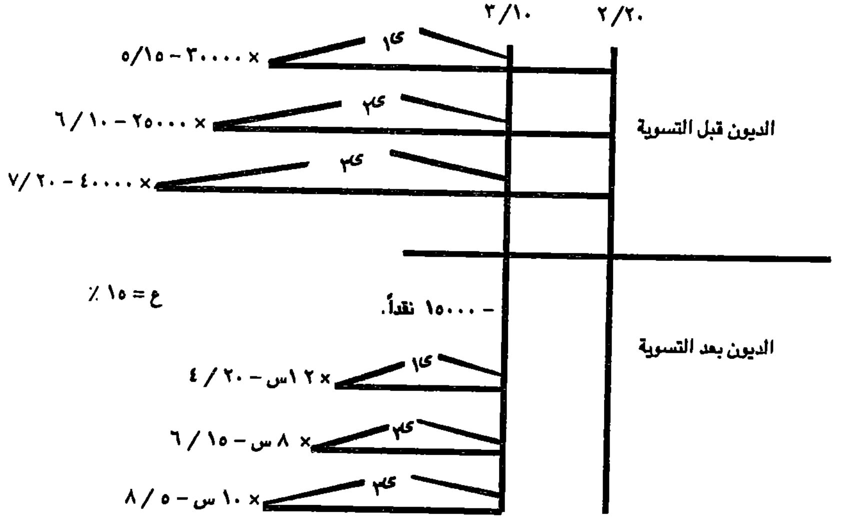
٤٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٠ / يوليه / ٢٠٠٧

وقد إتفق مع الدائن يوم ١٠ / مارس / ٢٠٠٧ على سداد مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير ثلاث كمبيالات بالباقى نسبه القيمة الاسمية للأولى الى القيمة الاسمـــية للثانية

٣ : ٢ ونسبه القيمة الاسمية للثالثه الى القيمه الاسمية للثانيه ٥ : ٤ وتستحق الأولى يوم ٢٠ / ٤/ ٢٠٠١ ، الثانية ١٥ / ٦ / ٢٠٠٧ ، الثالثه ٥ / ٨ / ٢٠٠٧.

إحسب القيمه الاسميه لكل كمبياله إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٥٪ سنوياً.

الحل :



إيجاد مدد الديون قبل التسوية :

مارس + أبريل + مايو + يونيه + يوليه

ي١ = ٢١ + ٣٠ + ١٥ + — + — = ٦٦ يوماً

ي٢ = ٢١ + ٣٠ + ٣١ + ١٠ + — = ٩٢ يوماً

ي٣ = ٢١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٢٠ = ١٣٢ يوماً .

إيجاد مدد الديون بعد التسوية :-

مارس + أبريل + مايو + يونيه + يوليه + أغسطس

ي١ = ٢١ + ٢٠ + — + — + — + — = ٤١ يوماً

ي٢ = ٢١ + ٣٠ + ٣١ + ١٥ + — + — = ٩٧ يوماً

ي٣ = ٢١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٥ = ١٤٨ يوماً

الكمبياله الأولى		الكمبياله الثانية		الكمبياله الثالثة
٣	:	٢		
		٤	:	٥
١٢ س		٨ س		١٠ س

وحيث أن هناك مبلغ نقدى مسدد فى تاريخ الأتفاق لذلك يتم تطبيق الصيغة الآتيه :

القيمة الحاليه للديون قبل التسويه – المبلغ النقدى = القيمه الحاليه للديون بعد التسويه

٩٥٠٠٠ – $\frac{١٥}{٣٦٠ \times ١٠٠}$ [٣٠٠٠٠ × ٦٦ + ٢٥٠٠٠ × ٩٢ + ٤٠٠٠٠ × ١٣٢] – ١٥٠٠٠

= ٣٠ س – $\frac{١٥}{٣٦٠ \times ١٠٠}$ [١٢ س × ٤١ + ٨ س × ٩٧ + ١٠ س × ١٤٨]

٩٥٠٠٠ – ٢٢٠٠ – ١٥٠٠٠ = ٣٠ س – ١٤٥ر١ س

٧٧٨٠٠ = ٢٨٫٨٥٥ س

∴ س = ٢٦٩٦٫٢

∴ القيمة الاسمية للكمبياله الأولى = ١٢ س = ١٢ × ٢٦٩٦٫٢ = ٣٢٣٥٤٫٤ جنيه

" " " الثانية = ٨ س = ٨ × ٢٦٩٦٫٢ = ٢١٥٦٩٫٦ جنيه

" " " الثالثه = ١٠ س = ١٠ × ٢٦٩٦٫٢ = ٢٦٩٦٢ جنيه

مثال ٦ : فى أول يناير / ٢٠٠٧ كانت شركة النصر مدنيه بالمبالغ الآتية :-

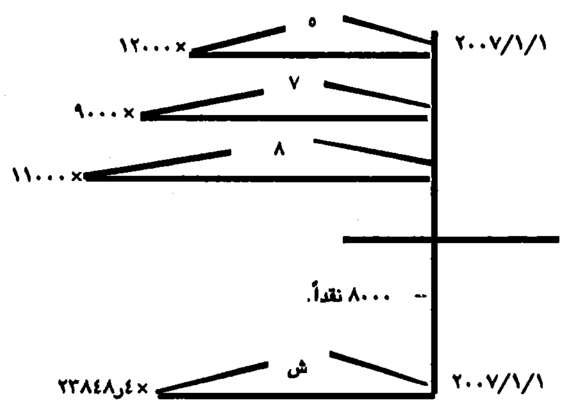
١٢٠٠٠ جنيه تسحق بعد ٥ شهور

٩٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ شهور

١١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور

وفى نفس التاريخ السابق إتفقت الشركه مع الدائن على سداد مبلغ ٨٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير كمبياله قيمتها الاسمية ٢٣٨٤٨ر٤ جنيه مقابل الباقى. إحسب تاريخ إستحقاق الكمبياله إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩ ٪ سنوياً.

الحل :



القيمه الحاليه للديون قبل التسوية – المبلغ النقدى = القيمه الحالية للديون بعد التسوية

$$\text{٣٢٠٠٠} - \frac{\text{٩}}{\text{١٠٠} \times \text{١٢}} [\text{٥} \times \text{١٢٠٠٠} + \text{٧} \times \text{٩٠٠٠} + \text{٨} \times \text{١١٠٠٠}] - \text{٨٠٠٠}$$

$$= \text{٢٣٨٤٨ر٤} - \text{٢٣٨٤٨ر٤} \times \frac{\text{٩}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{ش}}{\text{١٢}}$$

$$\text{٣٢٠٠٠} - \text{١٥٨٢ر٥} - \text{٨٠٠٠} = \text{٢٣٨٤٨ر٤} - \text{١٧٨ر٨٦٣ ش}$$

$$\text{٢٢٤١٧ر٥} \qquad = \text{٢٣٨٤٨ر٤} - \text{١٧٨ر٨٦٣ ش}$$

١٧٨٫٨٦٣ ش = ٢٣٨٤٨٫٤ – ٢٢٤١٧٫٥

١٧٨٫٨٦٣ ش = ١٤٣٠٫٩

∴ ش = ٨ شهور

∴ تاريخ إستحقاق الكمبياله هو ١ / ٩ / ٢٠٠٧

مثال ٧ : كانت شركة الصناعات الحديثه مدنيه فى ١٦ / يناير / ٢٠٠٧ بالمبالغ الآتيه :

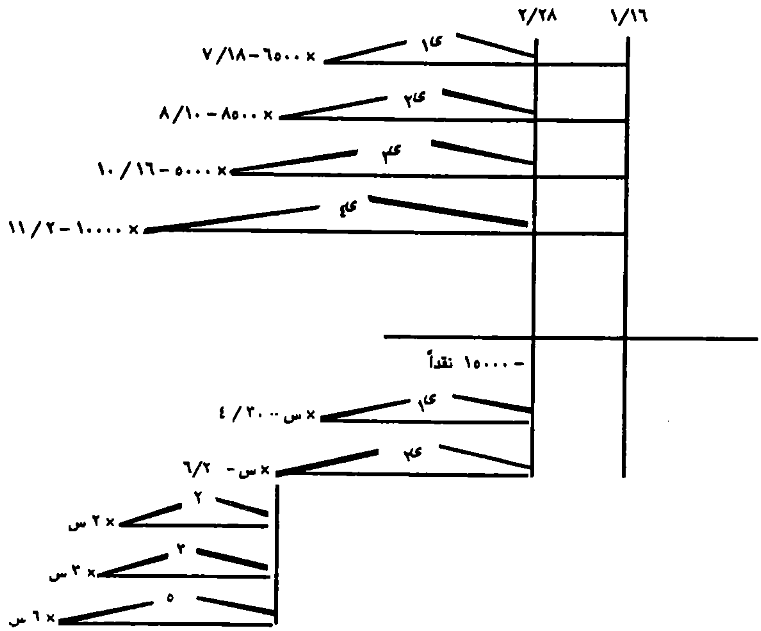
٦٥٠٠	جنيه	تستحق فى	١٨ / يوليه / ٢٠٠٧
٨٥٠٠	جنيه	تستحق فى	١٠ / أغسطس / ٢٠٠٧
٥٠٠٠	جنيه	تستحق فى	١٦ / أكتوبر / ٢٠٠٧
١٠٠٠٠	جنيه	تستحق فى	٢ / نوفمبر / ٢٠٠٧

وفى ٢٨ / فبراير / ٢٠٠٧ إتفقت الشركه مع الدائن على سداد مبلغ ٧٠٠٠ جنيه نقداً وسداد الباقى بكمبيالتين لهما نفس القيمة الاسميه تستحق الأولى فى ٣٠ / ٤ / ٢٠٠٧ وتستحق الثانيه يوم ٢٠ / ٦ / ٢٠٠٧. وعند إستحقاق الكمبياله الأولى لم تتمكن الشركه من السداد فإتفقت مع الدائن على أن تسدد قيمتها مع الكمبياله الثانيه مع إحتساب فوائد تأخير.

وفى تاريخ إستحقاق الكمبياله الثانيه سددت الشركة مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فقط وإتفقت على سداد الباقى بموجب ثلاث سندات إذنيه نسبه القيمه الاسميه للأول الى الثانى كنسبه ٢ : ٣ ونسبه القيمه الاسميه للثالث الى الثانى كنسبه ٢ :١ وتستحق هذه السندات بعد شهرين ، ثلاثة شهور ، خمسه شهور على التوالى.

إحسب القيمه الاسميه لكل سند إذا كان معدل الفائدة المستخدم فى جميع الأحوال السابقة ١٢٪ سنوياً.

الحل :



إيجاد مدد الديون قبل التسويه :-

مارس + أبريل + مايو + يونيه + يوليه + أغسطس + سبتمبر + أكتوبر + نوفمبر

ى١ = ٣١ + ٣ + ٣١ + ٢ + ١٨ + -- + -- + -- + -- = ١٤ يوما

ى٢ = ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ١٠ + — + — + — = ١٦٣ يوماً

ى٣ = ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ + ١٦ + — = ٢٢٠ يوماً

ى٤ = ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢ = ٢٤٧ يوماً

إيجاد مدد الديون بعد التسويه :-

مارس + أبريل + مايو + يونيه

ى١ = ٣١ + ٣٠ + — + — = ٦١ يوماً

ى٢ = ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٠ = ١١٢ يوماً

القيمه الحاليه للديون قبل التسويه − المبلغ النقدى = القيمه الحاليه للديون بعد التسويه

$$٧٠٠٠ - [٢٤٧ \times ١٠٠٠٠ + ٢٢٠ \times ٥٠٠٠ + ١٦٣ \times ٨٥٠٠ + ١٤٠ \times ٦٥٠٠\ ]\ \frac{١٢}{٣٦٠ \times ١٠٠} - ٣٠٠٠٠$$

$$[\ ١١٢ \times \text{س} + ٦١ \times \text{س}\ ]\ \frac{١٢}{٣٦٠ \times ١٠٠} - ٢\ \text{س} =$$

٣٠٠٠٠ − ١٧ر١٩٥٥ − ٧٠٠٠ = ٢ س − ٠٥٨ر٠ س

٨٣ر٢١٠٤٤ = ٩٤٢ر١ س

∴ س = ٧ر١٠٨٣٦ جنيه

∴ القيمه الاسميه لكل كمبياله = ٧ر١٠٨٣٦ جنيه

المبلغ الواجب سداده فى تاريخ إستحقاق الكمبياله الثانيه :

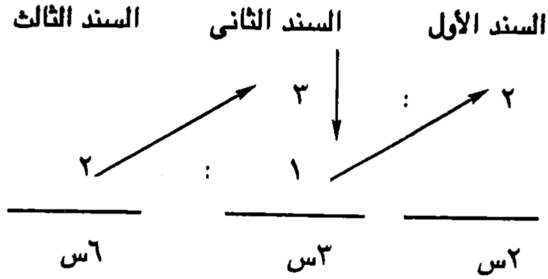
(الكمبياله الأولى + فوائد تأخيرها + الكمبياله الثانيه)

مايو + يونيه

مدة تأخير الكمبياله الأولى = ٣١ + ٢٠ = ٥١ يوماً

الكمبياله الأولى	= ٧ر١٠٨٣٦
فوائد تأخيرها = ٧ر١٠٨٣٦ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٥١}{٣٦٠}$	= ٢ر١٨٤
الكمبياله الثانيه	= ٧ر١٠٨٣٦
الاجمالى	٦ر٢١٨٥٧

وحيث أن الشركه قامت بسداد مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فقط والباقى يسدد بموجب ثلاثة سندات إذنيه. فنحن الآن أمام تسويه ديون أخرى ويعتبر المبلغ الواجب سداده فى تاريخ إستحقاق الكمبياله الثانيه هو القيمه الحاليه للديون قبل التسويه. السندات الأذنية هى الديون بعد التسويه.



القيمة الحاليه للديون قبل التسوية - المبلغ النقدى = القيمه الحاليه للديون بعد التسويه

٢١٨٥٧٫٦ - ٥٠٠٠ = ١١س - $\frac{١٢}{١٠٠ \times ١٢}$ [٢س × ٢ × ٣ س × ٣ + ٦س × ٥]

١٦٨٥٧٫٦ = ١١ س - ٤٣ر س

١٦٨٥٧٫٦ = ١٠٫٥٧ س

س = ١٥٩٥ جنيه

السند الأول = ٢ س = ٢ × ١٥٩٥ = ٣١٩٠ جنيه

السند الثانى = ٣ س = ٣ × ١٥٩٥ = ٤٧٨٥ جنيه

السند الثالث = ٦ س = ٦ × ١٥٩٥ = ٩٥٧٠ جنيه

مثال ٨ : كانت شركة الأمل مدنيه فى أول فبراير / ٢٠٠٧ بالديون الآتية -

١٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣٠ / ٤ / ٢٠٠٧

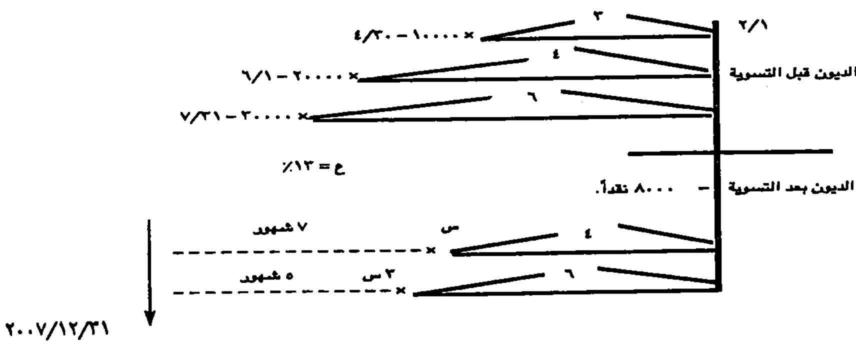
٢٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١ / ٦ / ٢٠٠٧

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣١ / ٧ / ٢٠٠٧

وفى نفس التاريخ السابق إتفقت الشركه مع الدائن على سداد مبلغ ٨٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير سندين بالباقى القيمه الاسمية للسند الأول ثلث القيمه الاسميه للسند الثانى ويستحق الأول بعد ٤ شهور والثانى بعد ٦ شهور على التوالى.

فإذا علمت أن الشركة لم تستطع سداد السندين فى تواريخ إستحقاقهما وطلبت تأجيل سداد السندين الى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٧ إحسب المبلغ الواجب سداده فى هذا التاريخ إذا علمت أن المعدل المستخدم فى جميع الحالات السابقة ١٣٪ سنوياً.

الحل :



القيمه الحاليه للديون قبل التسويه – المبلغ النقدى = القيمه الحاليه للديون بعد التسويه

$$٦٠٠٠٠ - \frac{١٣}{١٠٠ \times ١٢} [\,١٠٠٠٠ \times ٣ + ٢٠٠٠٠ \times ٤ + ٣٠٠٠٠ \times ٦\,] - ٨٠٠٠$$

$$= ٤ س - \frac{١٣}{١٠٠ \times ١٢} [س \times ٤ + ٣س \times ٦]$$

٦٠٠٠٠ – ٣١٤١٫٦٧ – ٨٠٠٠ = ٤ س – ٢٤ دس

٤٨٨٥٨٫٣٣ = ٣٫٧٦ س

س = ١٢٩٩٤

∴ السند الأول = ١٢٩٩٤

، السند الثانى = ٣ × ١٢٩٩٤ = ٣٨٩٨٢

المبلغ الواجب سداده فى ٢٠٠٧/١٢/٣١

مدة تأخير السند الأول = ٧ شهور

" " الثانى = ٥ شهور

١- السند الأول = ١٢٩٩٤

٢- فوائد تأخيره = $١٢٩٩٤ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٧}{١٢}$ = ٩٨٥ر٤

٣- السند الثانى = = ٣٨٩٨٢

٤- فوائد تأخيره = $٣٨٩٨٢ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}$ = ٢١١١ر٥

الاجمالـــــى ٥٥٠٧٢ر٩

الطريقة التقريبية فى تسوية الديون :

تستخدم الطريقة التقريبية فى تسوية الديون فى إيجاد المده التى يستحق بعدها الدين الجديد دون إستخدام معدل فائدة. فإذا كان لدينا مجموعه من الديون وأردنا استبدال هذه الديون بموجب دين واحد قيمته الاسميه تساوى مجموع القيم الاسميه للديون قبل التسوية. فإن المده التى يستحق بعدها الدين الجديد تتحدد كمايلى:-

$$ن = \frac{ق_{س١} \times ن_١ + ق_{س٢} \times ن_٢ + ق_{س٣} \times ن_٣ + \cdots}{مجـ ق_س}$$

ويتضح ذلك من الأمثلة الآتية :

مثال ٩ : فى آخر يناير / ٢٠٠٧ كان أحد التجار مدنياً بالمبالغ الآتية :

٨٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور

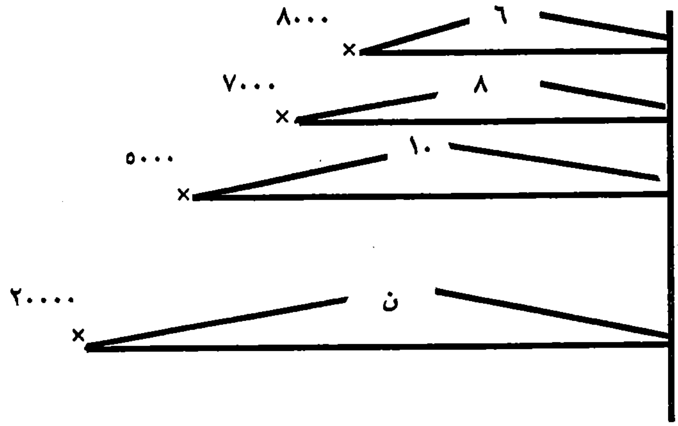
٧٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ شهور

فإذا أراد إستبدالها بدين واحد قيمته الاسميه تساوى مجموع القيم الاسميه للديون القديمه.

إحسب مده الدين الجديد

الحل :



$$\text{ن} = \frac{\text{ق}_{\text{س}١} \times \text{ن}_١ + \text{ق}_{\text{س}٢} \times \text{ن}_٢ + \text{ق}_{\text{س}٣} \times \text{ن}_٣ + \cdots}{\text{مجـ } \text{ق}_{\text{س}}}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{٨٠٠٠ \times ٦ + ٧٠٠٠ \times ٨ + ٥٠٠٠ \times ١٠}{٢٠٠٠٠}$$

= ٧ر٧ شهراً

مثال ١٠ : فى نفس المثال السابق أوجد المده التى يستحق بعدها الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩٪ سنوياً.

الحل :

القيمه الحاليه للديون قبل التسوية = القيمه الحاليه للديون بعد التسوية

$$٢٠٠٠٠ - \frac{٩}{١٢ \times ١٠٠} \left[٦ \times ٨٠٠٠ + ٨ \times ٧٠٠٠ + ١٠ \times ٥٠٠٠ \right]$$

$$= ٢٠٠٠٠ - ٢٠٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{\text{ش}}{١٢}$$

٢٠٠٠٠ − ١١٥٥ = ٢٠٠٠٠ − ١٥٠ ش

١٨٨٤٥ = ٢٠٠٠٠ − ١٥٠ ش

١٥٠ ش = ٢٠٠٠٠ − ١٨٨٤٥

١٥٠ ش = ١١٥٥

ش = ٧ر٧ شهراً

القوانين المستخدمة فى الفصل الرابع

١- إذا كان تاريخ التسوية سابق لتواريخ إستحقاق الديون :-

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمه الحاليه للديون بعد التسوية

٢- فى حاله سداد مبلغ نقدى :-

القيمه الحالية للديون قبل التسوية – المبلغ النقدى = القيمه الحاليه للديون بعد التسوية

٣- إذا كان تاريخ التسوية لاحق لتواريخ إستحقاق الديون :-

جمله الديون قبل التسوية = جمله الديون بعد التسوية.

٤- إذا كان تاريخ التسوية يقع بين توايخ إستحقاق الديون :-

قيمه الديون قبل التسوية = قيمة الديون بعد التسوية

قيمه الديون قبل التسوية:

القيمه الحاليه للديون التى تقع بعد هذا التاريخ

+

جملة الديون التى تقع قبل هذا التاريخ

قيمة الديون بعد التسوية:

القيمه الحالية للديون التى تقع قبل هذا التاريخ

+

جملة الديون التى تقع بعد هذا التاريخ

٥- إذا كان لدينا مجموعة من الديون وأردنا سداد هذه الديون بموجب دين واحد قيمته الاسميه تساوى مجموع القيم الاسميه للديـــون قبل التسويه فإن المده التى يستحق بعدها الدين الجديد يتحدد كالآتى:

$$ن = \frac{ق_{س١} \times ن_١ + ق_{س٢} \times ن_٢ + ق_{س٣} \times ن_٣}{مجـ ق_س}$$

تمارين على الفصل الرابع

١- فى أول يناير / ٢٠٠٧ كانت شركة المحجوب مدنية بالمبالغ الآتية :-

١٥٠٠٠ جنيه تسحتق فى أول مارس / ٢٠٠٧

١٨٠٠٠ جنيه تستحق فى أول مايو / ٢٠٠٧

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى أول يونيه / ٢٠٠٧

وفى نفس ا لتاريخ السابق إتفقت الشركه مع الدائن على إستبدال هذه الديون بموجب سندين القيمه الاسميه للسند الأول نصف القيمه الاسميه للسند الثانى. ويستحق الأول بعد ٣ شهور والثانى بعد ٥ شهور. إحسب القيمه الاسميه لكل سند إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً.

٢- فى ٢٠٠٧/١/١ كانت شركة النساج مدنيه بالديون الآتيه :-

١٣٠٠٠ جنيه تستحق فى أول أبريل / ٢٠٠٧

١٥٠٠٠ جنيه تستحق فى أول يوليه / ٢٠٠٧

٣٠٠٠٠ جنيه تستخدم فى آخر أغسطس / ٢٠٠٧

وفى آخر فبراير / ٢٠٠٧ طلبت الشركة من الدائن سداد الديون السابقة كالآتى

أ- سداد مبلغ ٨٠٠٠ جنيه نقداً

ب- سداد القيمه الثانيه بعد سداد المبلغ النقدى بموجب ثلاث كمبيالات القيمه الاسميه للأولى ثلث القيمه الاسميه للثانيه ، القيمه الاسميه للثانيه ثلث القيمه لاسميه للثالثه . وتستحق هذه الكمبيالات على الترتيب بعد ٣ شهور ، ٤ شهور ، ٥ شهور على التوالى.

إحسب القيمه الاسميه لكل كمبياله إذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ١٤,٥٪ سنوياً

٣- فى ١٥ / مارس / ٢٠٠٧ كانت إحدى الشركات مدنيه بالمبالغ الآتيه :-

٤٠.٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣ / مايو / ٢٠٠٧

٣٠.٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٠ / يونيه / ٢٠٠٧

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٣ / يوليه / ٢٠٠٧

فإذا إتفقت الشركه مع الدائن على سداد هذه الديون بموجب دين واحد قيمته الاسميه تساوى مجموع القيم الاسميه للديون قبل التسويه. إحسب مده الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٥ر١٣٪ ثم إحسب تاريخ إستحقاق هذا الدين.

٤- كانت شركة الصفا مدنيه فى ١٠ / يناير / ٢٠٠٧ بالمبالغ الآتيه :-

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٢٠ يوماً.

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٢٨ يوماً

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٤٠ يوماً.

وفى يوم ٨ / فبراير / ٢٠٠٧ إتفقت الشركه مع الدائن على سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير كمبيالتين بالباقى. فإذا كانت القيمه الاسميه للكمبياله الأولى ربع القيمه الاسميه للكمبياله الثانيه وتستحق هذه الكمبيالات بعد ٤ شهور ، ٥ شهور على الترتيب .

إحسب القيمه الاسميه لكل كمبياله إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٠٪ سنوياً.

٥- كانت شركة الليثى الهندسية للمقاولات مدنيه فى ٢٠٠٧/٢/١٥ بالمبالغ الآتية :-

٣٥٠٠ جنيه تستحق فى ١٠ / ٤ / ٢٠٠٧

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٨ / ٥ / ٢٠٠٧

٧٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٢ / ٦ / ٢٠٠٧

وقد إتفقت الشركه مع الدائن يوم ٣ /مارس / ٢٠٠٧ على سداد الديون السابقة بالطريقة الآتيه :-

أ- سداد مبلغ ٢٠٠٠٠ ج نقداً

ب- سداد القيمه الباقية بعد سداد المبلغ النقدى بموجب ثلاث سندات إذنية نسبه القيمه الاسمية للسند الأول الى القيمه الاسميه للسند الثانى ٥ : ٤ ونسبه القيمه الاسميه للسند الثالث الى القيمه الاسميه للسند الثانى ٢ : ١ وتستحق هذه السندات على الترتيب بعد شهرين ، ٤ شهور ، ٦ شهور.

إحسب القيمه الاسميه لكل سند إذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ٥ر١٠٪ سنوياً.

٦- كانت شركة الزهراء للتكييف مدنيه فى أول مارس / ٢٠٠٧ بالديون الآتيه :-

١٥٠٠٠ جنيه تسحق فى ٣١ / ٥ / ٢٠٠٧

٢٨٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣٠ / ٦ / ٢٠٠٧

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣١/ ٨ / ٢٠٠٧

وفى نفس التاريخ السابق إتفقت الشركه مع الدائن على سداد الديون السابقة كالآتى :-

أ- سداد مبلغ نقدى فوراً عند الأتفاق ٩٠٠٠ جنيه

ب- سداد القيمه الباقية بعد سداد المبلغ النقدى بموجب سندين القيمه الاسميه للسند الثانى ضعف القيمه الاسميه للسند الأول ويستحق الأول بعد ٣ شهور والثانى بعد ٥ شهور وعند إستحقاق السند الأول طلبت الشركه من الدائن سداد جميع إلتزاماتها بعد مضى سته شهور من إستحقاق السند الأول .

إحسب المبلغ الواجب سداده . إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً

٧- كانت شركة الدلتا للمقاولات مدينة بالمبالغ الآتيه فى أول يناير / ٢٠٠٧

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور

٤٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ شهور . وفى أول فبراير / ٢٠٠٧

إتفقت الشركه مع الدائن على سداد الديون السابقة كالآتى :

أ- سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً

ب- سداد القيمه الباقيه بموجب سندين القيمه الاسميه للسند الأول ربع القيمه الاسميه للسند الثاني ويستحق الأول بعد ٣ شهور والثانى بعد ٤ شهور

فإذا علمت أن الشركة إتفقت مع الدائن على سداد قيمة السند الثانى بموجب ثلاث كمبيالات نسبه القيمه الاسميه للكمبياله الأولى الى الثانيه ٣ : ١ ونسبة القيمه الاسميه للكمبياله الثالثه الى القيمه الاسميه للكمبياله الثانيه ٤ : ٢ وتستحق هذه الكمبيالات على الترتيب بعد ٣ شهور ، ٥ شهور ، ٧ شهور فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ٥ر١٤٪ سنوياً.

إحسب القيمه الاسميه لكل كمبياله

٨- فى آخر فبراير / ٢٠٠٧ كان أحد التجار مدنياً بالمبالغ الآتيه :-

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور

٩٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩ شهور

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٥ شهراً

فإذا أراد إستبدال هذه الديون بموجب دين واحد قيمته الاسميه تساوى مجموع القيم الاسميه للديون القديمه.

إحسب مده الدين الجديد.

٩- فى أول أبريل / ٢٠٠٧ كانت إحدى الشركات مدنيه بالمبالغ الآتيه :-

١٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ شهور

١٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور

١٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ شهراً

وفى نفس التاريخ السابق إتفقت الشركه مع الدائن على سداد الديون السابقة بالطريقة الآتية :-

أ- سداد مبلغ ٢٠٠٠ جنيه نقداً

ب- سداد القيمه الباقيه بعد سداد المبلغ النقدى بموجب ثلاث سندات إذنيه النسبه بين قيمها الاسميه كنسبه ٣ : ٤ : ٧ وتستحق هذه السندات على الترتيب بعد ٤ شهور ، ٥ شهور ، ٦ شهور

إحسب القيمه الاسميه لكل سند علما بأن معدل الفائدة المستخدم ٢٥ر١٠٪

١٠- إشترى شخص شقة تمليك بمبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه فى أول يناير / ٢٠٠٧ وسدد نصف الثمن نقداً وحرر للبائع كمبيالتين بالباقى تستحق الأولى فى ٢٠٠٧/٥/١ والثانيه فى ٢٠٠٧/٧/١ ونسبه القيمه الاسميه للأولى الى الثانيه ٤ : ٧ وفى أول مارس / ٢٠٠٧ إتفق مع الدائن على سداد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه نقداً وتحرير ثلاث سندات إذنيه النسبة بين قيمها الإسمية كنسبة ٢ : ٥ . ٨ وتستحق هذه السندات على التوالى بعد ٣ شهور ، ٤ شهور ، ٥ شهور.

إحسب القيمه الاسميه لكل سند إذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم فى جميع الحالات السابقة ١٢٪ سنوياً.

✍ ✍ ✍

الفصل الخامس

الدفعـــــــــات

الفصل الخامس

الدفعـــــــات

الدفعات هى مجموعه من المبالغ المتتابعه والتى تدفع على فترات زمنيه متساويه وكل مبلغ من هذه المبالغ يطلق عليه إسم دفعه.

ويلاحظ أن كل دفعه لها فترة زمنيه تفصل بين كل دفعتين متتاليتين وقد تكون هذه الفتره شهر أو شهرين أو ثلاثة شهور ...... الخ ولايجاد هذه الفتره يتم قسمه مده الدفعه كلها على عدد مبالغ هذه الدفعه - وإذا كانت مبالغ الدفعه متساويه يطلق عليها دفعات متساويه أما إذا كانت مبالغ الدفعه غير متساويه يطلق عليها دفعات غير متساويه (دفعات متغيرة) وإذا كان كل مبلغ من مبالغ الدفعه يدفع فى نهايه كل فترة تسمى دفعه عاديه ومن أمثلتها دفعات سداد الديون - الفوائد الدوريه. أما إذا كان كل مبلغ من مبالغ الدفعه يدفع أول كل فتره تسمى دفعه فوريه ومن أمثلتها دفعات الايداع أو الاستثمار أو أقساط التأمين.

كما أن هناك الدفعات المؤكدة السداد وهى الدفعات المتساويه ذات عدد مبالغ محدد مقدماً ولايرتبط سدادها بالحوادث المحتمله الوقوع (الدفعات الاحتماليه)

وسوف تقتصر دراستنا هنا على الدفعات المؤكده السداد.

١- فوائد الدفعات :

نظراً لأن كل مبلغ من مبالغ الدفعه له مده الاستثمار الخاصه به لذلك فإن الفوائد المستحقه على هذه المبالغ غير متساويه وهذه الفوائد تشكل متواليه عدديه. لذلك سوف نستخدم قانون مجموع المتواليه العدديه لإيجاد الفوائد المستحقه على هذه الدفعات.

فوائد الدفعات = (عدد الدفعات ÷ ٢) [فائدة إستثمار الدفعه الأولى + فائدة إستثمار الدفعه الأخيرة]

فائدة إستثمار الدفعه الأولى = مبلغ الدفعه × المعدل × مده الأولى

فائدة إستثمار الدفعه الأخيرة = مبلغ الدفعه × المعدل × مده الأخيرة

ويمكن كتابه القانون السابق بالرموز كمايلى :-

$$\bar{ف} = \frac{ن}{٢} \left[ف_{١} + ف_{ر} \right]$$

$ف_{١} = د \times ع \times ن_{١}$ ، $ف_{ر} = د \times ع \times ن_{ر}$

حيث :

$\bar{ف}$ = فائدة الدفعات

ن = عدد الدفعات

$ف_{١}$ = فائدة إستثمار الدفعه الأولى .

$ف_{ر}$ = فائدة إستثمار الدفعه الأخيرة.

د = مبلغ الدفعه

$ن_{١}$ = مده إستثمار الدفعه الأولى .

$ن_{ر}$ = مده إستثمار الدفعه الأخيره.

٢- جمله الدفعات :

جمله الدفعات = مجموع مبالغ الدفعات + فوائدهـــا

مجموع مبالغ الدفعات = قيمه الدفعه × عدد الدفعات

$$+ \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢} \left[\text{فائدة الدفعه الأولى} + \text{فائدة الدفعه الأخيرة} \right]$$

ويمكن كتابه القانون السابق بالرموز كمايلى :-

$$\text{جـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{2}\left[\text{ف}_{1} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$\text{ف}_{1} = \text{د} \times \text{ع} \times \text{ن}_{1} \qquad \text{ف}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ع} \times \text{ن}_{\text{ر}}$$

حيث :

$\text{حـ}_{\text{ر}}$ = جمله الدفعات

د = مبلغ الدفعه

ن = عدد الدفعات

ف_{1} = فائدة إستثمار الدفعة الأولى.

$\text{ف}_{\text{ر}}$ = فائدة إستثمار الدفعه الأخيرة .

ن_{1} = مدة استثمار الدفعة الأولى

$\text{ن}_{\text{ر}}$ = مدة استثمار الدفعة الأخيرة

ويمكن إيضاح كيفيه تطبيق العلاقات السابقه من خلال الأمثله الآتيه :-

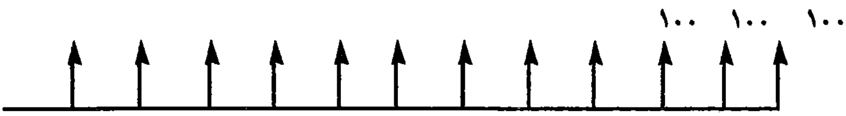
مثال ١ : أودع شخص مبلغ ١٠٠ جنيه شهرياً لمدة سنة واحده في صندوق توفير البريد لاستثمارها بمعدل ١٠٪ سنوياً إحسب جمله ماله فى الصندوق إذا كان الايداع :

أ – أول كل شهر.

ب– آخر كل شهر.

الحل :

أ- إذا كان الايداع أول كل شهر :-



جملة الدفعات = مجموع الدفعات + فوائدها

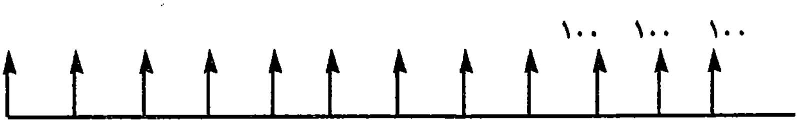
$$\text{ح}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$= ١٠٠ \times ١٢ + \frac{١٢}{٢}\left[١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢} + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + ٦\left[١٠ + ٨٣\text{ر}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + ٦٥ = ١٢٦٥ \text{ جنيه}$$

ب- إذا كان الإيداع آخر كل شهر :-



$$\text{ح}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$= ١٠٠ \times ١٢ + \frac{١٢}{٢}\left[١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١١}{١٢} + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{\text{صفر}}{١٢}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + ٦\left[١٧\text{ر}٩ + \text{صفر}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + ٥٥ = ١٢٥٥ \text{ جنيه}$$

مثال ٢ : أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى أول ومنتصف كل شهر من شهور عام ٢٠٠١ فى بنك القاهرة فإذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً. إحسب جمله ماله فى البنك فى نهايه السنه.

الحل :



عدد الدفعات = ٢٤ دفعه

جمله الدفعات = مجموع الدفعات + فوائدهـــــا

$$\text{ح} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$= ١٠٠٠ \times ٢٤ + \frac{٢٤}{٢}\left[١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢} + ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٠٫٥}{١٢}\right]$$

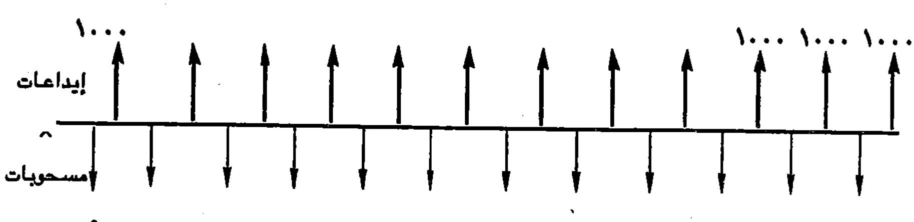
$$= ٢٤٠٠٠ + ١٢ \left[١٢٠ + ٥\right]$$

$$= ٢٤٠٠٠ + ١٥٠٠ = ٢٥٥٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال ٣ : أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه أول كل شهر من شهور عام ٢٠٠٧ وكان يسحب ٥٠٠ جنيه فى منتصف كل شهر من شهور نفس العام. فإذا كان معدل الفائدة على الايداعات والمسحوبات ١٠٪ سنوياً.

إحسب رصيد هذا الشخص فى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٧.

الحل :



أ- جملة الايداعات :

$$\text{ح}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}[\text{ف}_١ + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

$$= ١٠٠٠ \times ١٢ + \frac{١٢}{٢}[١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢} + ١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢}]$$

$$= ١٢٠٠٠ + ٦ \; [١٠٠ + ٨٫٣٣]$$

$$= ١٢٠٠٠ + ٦٥٠ \qquad = ١٢٦٥٠ \text{ جنيه}$$

ب- جملة المسحوبات :

$$\text{ح}_{\text{س}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}[\text{ف}_١ + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

$$= ٥٠٠ \times ١٢ + \frac{١٢}{٢}[٥٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١١٫٥}{١٢} + ٥٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٠٫٥}{١٢}]$$

$$\text{ح}_{\text{س}} = ٦٠٠٠ + ٦ \; [٤٧٫٩ + ٢٫٠٨]$$

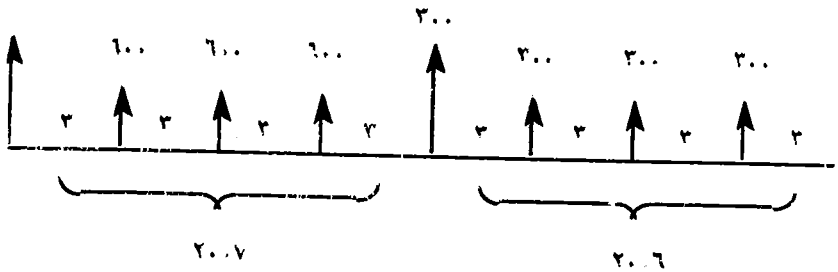
$$= ٦٠٠٠ + ٣٠٠ \qquad = ٦٣٠٠ \text{ جنيه}$$

الرصيد = جملة الايداعات - جمله المسحوبات.

$$= ١٢٦٥٠ - ٦٣٠٠ = ٦٣٥٠ \text{ جنيه}$$

مثال ٤ : أودع شخص مبلغ ٣٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٦ ثم زاد هذا المبلغ الى الضعف آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٧ أوجد جمله ماله فى البنك فى نهايه عام ٢٠٠٧ إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩٪ سنوياً.

الحل :



جمله ماله فى البنك فى نهايه عام ٢٠٠٧ هو عبارة عن جمله الايداعات خلال عام ٢٠٠٦ حتى نهايه عام ٢٠٠٢ مضافاً اليه جمله الايداعات خلال عام ٢٠٠٧ حتى نهاية عام ٢٠٠٧.

أ- جملة الايداعات خلال عام ٢٠٠٦ حتى نهاية عام ٢٠٠٧ :-

$$حـ_ر = د \times ن + \frac{ن}{٢} [ف_١ + ف_ر]$$

$$= ٣٠٠ \times ٤ + \frac{٤}{٢} [٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٢١}{١٢} + ٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢}]$$

$$= ١٢٠٠ + ٢ [٤٧٫٢٥ + ٢٧]$$

$$= ١٢٠٠ + ١٤٨٫٥$$

$$= ١٣٤٨٫٥ \text{ جنيه}$$

ب- جملة الايداعات خلال عام ٢٠٠٧ حتى نهاية عام ٢٠٠٧ :-

$$حـ_ر = د \times ن + \frac{ن}{٢} [ف_١ + ف_ر]$$

$$= ٦٠٠ \times ٤ + \frac{٤}{٢} [٦٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} + ٦٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{صفر}{١٢}]$$

= ٢٤٠٠ + ٢ [٥ر٤٠ + صفر]

= ٢٤٠٠ + ٨١ = ٢٤٨١ جنيه

جمله ماله فى البنك = جملة الايداعات خلال عام ٢٠٠٦ + جملة الايداعات خلال عام ٢٠٠٧

= ٥ر١٣٤٨ + ٢٤٨١

= ٥ر٣٨٢٩ جنيه

حل آخر :

يمكن إعتبار الدفعه المودعه ومقدارها ٣٠٠ جنيه خلال عام ٢٠٠٦ ستستمر بنفس القيمه خلال عام ٢٠٠٧ وعلى ذلك فإن الدفعه التى كان يتم إيداعها خلال عام ٢٠٠٦ تصبح ٣٠٠ جنيه فقط بدلاً من ٦٠٠ جنيه وعلى ذلك فإن الرصيد فى نهايه ٢٠٠٧ هو عباره عن حاصل جمله دفعتين هما -

دفعه مقدارها ٣٠٠ جنيه أخر كل ٣ شهور خلال عامى ٢٠٠٦ ، ٢٠٠٧

+ دفعه مقدارها ٣٠٠ جنيه اخر كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٧

أ- جمله دفعه مقدارها ٣٠٠ جنيه خلال عامى ٢٠٠٦ ، ٢٠٠٧ :-

$$ح_{ر} = د \times ن + \frac{ن}{٢} [ف_{١} + ف_{ر}]$$

$$= ٣٠٠ \times ٨ + \frac{٨}{٢} [٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٢١}{١٢} + ٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠} \times \frac{صفر}{١٢}]$$

= ٢٤٠٠ + ٤ [٢٥ر٤٧ + صفر]

= ٢٤٠٠ + ١٨٩

= ٢٥٨٩

ب- جمله دفعه مقدارها ٣٠٠ جنيه خلال عام ٢٠٠٧ :-

$$\text{حـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$= ٣٠٠ \times ٤ + \frac{٤}{٢}\left[٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} + ٣٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{\text{صفر}}{١٢}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + \frac{٤}{٢}\left[٢٠٫٢٥ + \text{صفر}\right]$$

$$= ١٢٠٠ + ٤٠٫٥ \qquad = ١٢٤٠٫٥$$

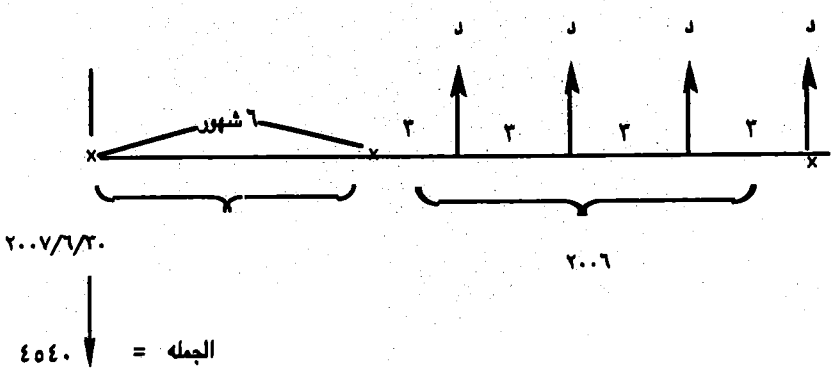
جمله ماله فى البنك = حاصل جمع (أ + ب)

= ٢٥٨٩ + ١٢٤٠٫٥ = ٣٨٢٩٫٥ جنيه

وهى نفس النتيجة السابقه

مثال ٥ : أودع شخص مبلغ معين أول كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٦ وفى ٣٠ /٦/٢٠٠٧ وجد أن جمله ماله فى البنك ٤٥٤٠ جنيه إحسب قيمة المبلغ المودع إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ١٢٪ سنوياً.

الحل :



$$\text{حـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$٤٥٤٠ = \text{د} \times ٤ + \frac{٤}{٢}\left[\text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} + \text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}\right]$$

$$= ٤\ \text{د} + ٢\ \left[\ ١٨\text{ر}\ \text{د} + ٠٩\text{ر}\ \text{د}\ \right]$$

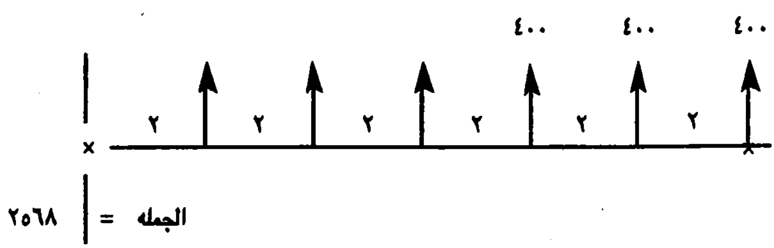
$$= ٤\ \text{د} + ٥٤\text{ر}\ \text{د}$$

$$٤٥٤٠ = ٤\text{ر}٥٤\ \text{د}$$

$$\text{د} = \frac{٤٥٤٠}{٤,٥٤} = ١٠٠٠\ \text{جنيه} .$$

مثال ٦ : أودع شخص مبلغ ٤٠٠ جنيه فى أول كل شهرين من شهور عام ٢٠٠٧ وفى نهاية السنه وجد أن جمله ماله فى البنك ٢٥٦٨ جنيه إحسب معدل الفائدة المستخدم.

الحل :



$$\text{حـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}\left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}\right]$$

$$٢٥٦٨ = ٤٠٠ \times ٦ + \frac{٦}{٢}\left[٤٠٠ \times \text{ع} \times \frac{١٢}{١٢} + ٤٠٠ \times \text{ع} \times \frac{٢}{١٢}\right]$$

$$٢٥٦٨ = ٢٤٠٠ + ٣\ \left[\ ٤٠٠\ \text{ع} + ٦٦\text{ر}٦٧\ \text{ع}\right]$$

$$٢٥٦٨ = ٢٤٠٠ + ١٤٠٠\text{ر}٠١\ \text{ع}$$

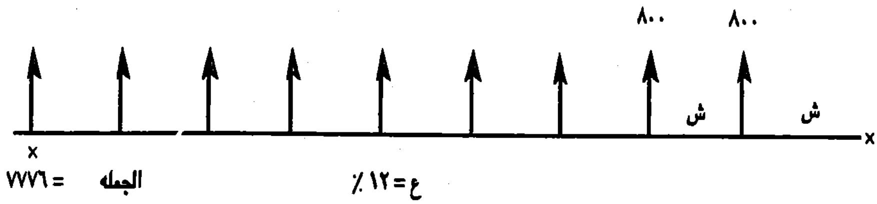
٢٥٦٨ - ٢٤٠٠ = ١٤٠٠ر٠١ ع

١٦٨ = ١٤٠٠ر٠١ ع

∴ ع = $\frac{١٦٨}{١٤٠٠,٠١}$ × ١٠٠ = ١٢٪

مثال ٧ : أودع شخص عدد ٩ دفعات عاديه قيمه كل منها ٨٠٠ جنيه لتستثمر بالفائدة البسيطة بمعدل ١٢٪ سنوياً ، فإذا بلغت جملة هذه الدفعات فى نهاية المده ٧٧٧٦ جنيه إحسب مده سداد الدفعات والفترة الزمنية التى تفصل بين كل دفعه والأخرى.

الحل :



حـ ر = د × ن + $\frac{ن}{٢}$ [ف١ + ف ر]

٢٥٦٨ = ٨٠٠ × ٩ + $\frac{٩}{٢}$ [٨٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٨ ش}{١٢}$ + صفر]

٧٧٧٦ = ٧٢٠٠ + $\frac{٩}{٢}$ [٦٤ ش]

٧٧٧٦ = ٧٢٠٠ + ٢٨٨ ش

٧٧٧٦ - ٧٢٠٠ = ٢٨٨ ش

٥٧٦ = ٢٨٨ ش

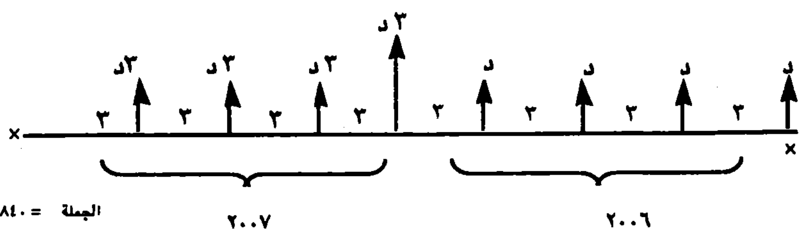
∴ ش = $\frac{٥٧٦}{٢٨٨}$ = ٢ شهراً

∴ الفترة الزمنية التى تفصل بين كل مبلغين هى شهرين.

مده سداد الدفعات = ٢ × ٩ = ١٨ شهراً

مثال ٨ : أودع شخص مبلغ معين أول كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٦ ثم أودع ثلاثه أمثال هذا المبلغ أول كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٧ فإذا علمت أن جمله ماتكون له فى نهايه عام ٢٠٠٧ هو ٨٨٤٠ إحسب قيمة المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٦ وكذلك المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٧ إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً.

الحل :



جملة المتكون = جملة دفعات عام ٢٠٠٦ + جملة دفعات عام ٢٠٠٧

أ- جملة دفعات عام ٢٠٠٦ حتى نهاية عام ٢٠٠٧ :-

$$\text{حـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢} [\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

$$= \text{د} \times ٤ + \frac{٤}{٢} [\text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٢٤}{١٢} + \text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٥}{١٢}]$$

$$= ٤\,\text{د} + ٢\,[\,٢٤\text{ر د} + ١٥\text{ر د}\,]$$

$$= ٤\,\text{د} + ٧٨\text{ر د} = ٧٨\text{ر}٤\,\text{د}$$

ب- جملة دفعات عام ٢٠٠٧ حتى نهاية عام ٢٠٠٧ :-

$$\text{حـ}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢} [\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

$$= ٣\text{د} \times ٤ + \frac{٤}{٢} [٣\,\text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢} + ٣\,\text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}]$$

= ١٢ د + ٢ [٣٦ر د + ٠٩ر د]

= ١٢ د + ٩٠ر د = ١٢٫٩٠ د

∴ جملة المتكون = جملة دفعات عام ٢٠٠٦ + جملة دفعات عام ٢٠٠٧

٨٨٤٠ = ٧٨ر٤ د + ٩٠ر١٢ د

٨٨٤٠ = ٦٨ر١٧ د

$$د = \frac{٨٨٤٠}{١٧٦٨} = ٥٠٠ \text{ جنيه}$$

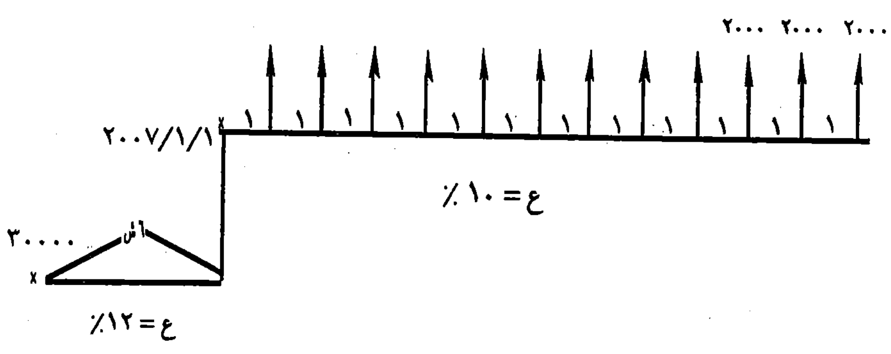
∴ المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠١ = د = ٥٠٠ جنيه

المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٢ = ٣ د = ١٥٠٠ جنيه

مثال ٩ : أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه أول كل شهر من شهور عام ٢٠٠٦ في بنك مصر لاستثماره بمعدل ١٠٪ سنوياً. وفي أول يناير / ٢٠٠٧ سحب جملة المستحق له ودفعه مقدم لثمن شراء سيارة وحرر للبائع كمبياله مقابل باقي الثمن قيمتها الاسميه ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور على أساس معدل فائدة ١٢٪ سنوياً.

إحسب الثمن الذى كانت معروضة به السيارة

الحل :



ثمن شراء السيارة = المقدم + القيمه الحاليه للكمبياله

أ- المقدم : - (جملة دفعه مبلغها ٢٠٠٠ فى نهاية ٢٠٠٦)

جـ ر = د × ن + ن/٢ [ف ١ + ف ر]

= ٢٠٠٠ × ١٢ + ١٢/٢ [٢٠٠٠ × ١٠/١٠٠ × ١٢/١٢ + ٢٠٠٠ × ١٠/١٠٠ × ١/١٢]

= ٢٤٠٠٠ + ٦ [٢٠٠ + ١٦٫٦٧]

= ٢٤٠٠٠ + ١٣٠٠ = ٢٥٣٠٠ جنيه

ب- القيمه الحاليه للكمبياله :-

القيمة الحالية = القيمة الاسمية - الخصم التجارى

= ٣٠٠٠٠ - (٣٠٠٠٠ × ١٢/١٠٠ × ٦/١٢)

= ٣٠٠٠٠ - ١٨٠٠ = ٢٨٢٠٠ جنيه

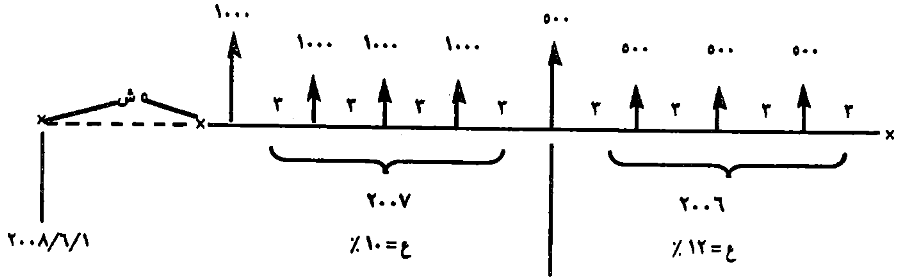
الثمن الذى كانت معروضة به السيارة = المقدم + القيمة الحالية للكمبيالة

= ٢٥٣٠٠ + ٢٨٢٠٠ = ٥٣٥٠٠ جنيه

مثال ١٠ : أودع شخص مبلغ ٥٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٦ ثم زاد هذا المبلغ الى الضعف آخر كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٧ أوجد جملة المتكون له فى ٢٠٠٨/٦/١. إذا علمت أن معدل الفائدة خلال عام ٢٠٠٦ هو ١٢٪ سنوياً ثم أنقص هذا المعدل خلال الفترة الباقيه الى ١٠ ٪ سنوياً.

إحسب الثمن الذى كانت معروضة به السيارة

الحل :



جملة المتكون فى ٢٠٠٨/٦/١ = جملة دفعات عام ٢٠٠٦ حتى ٢٠٠٨/٦/١

+ جملة دفعات عام ٢٠٠٧ حتى ٢٠٠٨/٦/١

أ- جملة دفعات عام ٢٠٠٦ حتى ٢٠٠٨/٦/١ :

جـ د = د × ن + (ن / ٢) [ف١ + فر] + (د × ن) × (١٠ / ١٠٠) × (١٧ / ١٢)

= ٥٠٠ × ٤ + (٤ / ٢) [٥٠٠ × (١٢ / ١٠٠) × (٩ / ١٢) + صفر] + (٥٠٠ × ٤) × (١٠ / ١٠٠) × (١٧ / ١٢)

= ٢٠٠٠ + ٩٠ + ٢٨٣٫٣٣ = ٢٣٧٣٫٣٣ جنيه

ب- جمله دفعات عام ٢٠٠٧ حتى ٢٠٠٨/٦/١ :

جـر = د × ن + (ن / ٢) [ف١ + فر]

= ١٠٠٠ × ٤ + (٤ / ٢) [١٠٠٠ × (١٠ / ١٠٠) × (١٤ / ١٢) + ١٠٠٠ × (١٠ / ١٠٠) × (٥ / ١٢)]

= ٤٠٠٠ + ٢ [١١٦٫٦٧ + ٤١٫٦٧]

= ٤٠٠٠ + ٣١٦٫٦٨ = ٤٣١٦٫٦٨ جنيه

∴ جملة المتكون فى ٢٠٠٨/٦/١ = ٢٣٧٣٫٣٣ + ٤٣١٦٫٦٨

= ٦٦٩٠٫٠١ جنيه

القوانين المستخدمة فى الفصل الخامس

فوائد الدفعات = $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ [فائدة إستثمار الدفعه الأولى + فائدة إستثمار الدفعه الأخيرة]

مبلغ الدفعه × المعدل × مده الأولى

مبلغ الدفعه × المعدل × مده الأخيرة

$$\bar{\text{ف}} = \frac{\text{ن}}{٢} \left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}} \right]$$

$\text{ف}_{١}$ = د × ع × $\text{ن}_{١}$

$\text{ف}_{\text{ر}}$ = د × ع × $\text{ن}_{\text{ر}}$

جمله الدفعات = مجموع مبالغ الدفعات + فوائدهـــا

مجموع مبالغ الدفعات = قيمه الدفعه × عدد الدفعات

فوائدها = $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ [فائدة الدفعه الأولى + فائدة الدفعه الأخيرة]

$$\text{ج}_{\text{ر}} = \text{د} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢} \left[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}} \right]$$

$\text{ف}_{١}$ = د × ع × $\text{ن}_{١}$

$\text{ف}_{\text{ر}}$ = د × ع × $\text{ن}_{\text{ر}}$

تمارين على الفصل الخامس

١- أودع شخص مبلغ ٥٠٠ جنيه شهرياً فى أحد البنوك لمده ١٢ شهراً فإذا كان معدل الفائدة البسيطة المستخدم ١٠٪ سنوياً . إحسب جملة ماله فى البنك إذا كان الايداع.

أ- أول كل شهر.

ب- آخر كل شهر.

٢- أودع شخص مبلغ ٦٠٠ جنيه فى أول ومنتصف كل شهر من شهور عام ٢٠٠٧ فى بنك الاسكندرية فإذا كان معدل الفائدة المستخدم ٨٪ سنوياً. إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية السنه.

٣- أودع محمد على مبلغ ٢٠٠٠ جنيه أول كل شهر من شهور عام ٢٠٠٧ وكان يسحب ١٠٠٠ جنيه فى منتصف كل شهر من شهور نفس العام فإذا كان معدل الفائدة على الايداعات ٩٪ سنوياً ومعدل الفائدة على المسحوبات ١٠٪ سنوياً إحسب رصيد هذا الشخص فى نهاية السنة.

٤- أودع أحمد مصطفى مبلغ ٥٠٠ جنيه أول كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٦ ثم زاد هذا المبلغ الى الضعف آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٧ أوجد جمله ماله فى البنك فى نهاية عام ٢٠٠٧ إذا كان معدل الفائدة المستخدم ٩٪ سنوياً.

٥- أودع شخص مبلغ معين آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٦ فإذا علمت أن هذا الشخص وجد أن جملة ماله فى البنك فى ٢٠٠٧/١٢/٣١ مبلغ ٢٢٧٥ جنيه إحسب المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٦ إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٠٪ سنوياً.

٦- أودع عبد السلام محمود مبلغ ٢٠٠ جنيه آخر كل شهرين من شهور عام ٢٠٠٦ فإذا علمت أن جمله المستحق له فى ٢٠٠٧/٤/١ هو ١٢٩٦ جنيه . إحسب معدل الفائدة المستخدم.

٧- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه ثمانيه مرات متتاليه لتستثمر بالفائدة البسيطة بمعدل ١٠٪ سنوياً فإذا بلغت جمله هذه الدفعات فى نهاية المده ٨٧٠٠ جنيه إحسب مده سداد الدفعات والفترة الزمنية التى تفصل بين كل دفعه والأخرى.

٨- أودع شخص مبلغ معين آخر كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٦ ثم زاد هذا المبلغ الى أربعة أمثاله آخر كل ٣ شهور خلال عام ٢٠٠٧ فإذا علمت أن جملة ماله فى البنك فى نهاية عام ٢٠٠٧ هو ٤١٨٤ جنيه ومعدل الفائدة المستخدم ٨ ٪ سنوياً. إحسب المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٦ وكذلك المبلغ المودع خلال عام ٢٠٠٧.

٩- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل ٣ شهور ولمده سنتين فى بنك مصر بمعدل ١٠٪ سنوياً. وفى نهاية السنتين سحب جمله المستحق له فى البنك ودفعه مقدم لثمن شراء شقة تمليك وحرر للبائع كمبياله مقابل باقى الثمن قيمتها الاسميه ١٠٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ شهور على أساس معدل فائدة ١١٪ سنوياً.

إحسب الثمن الذى كانت معروضة به الشقة.

١٠- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٥ ثم زاد هذا المبلغ الى ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٦ ثم زاد هذا المبلغ الى ٣٠٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور من شهور عام ٢٠٠٧ إحسب جمله ماله فى البنك فى ٢٠٠٨/٤/١ إذا علمت أن معدل الفائدة خلال عام ٢٠٠٥ هو ١٠٪ سنوياً ثم زاد هذا المعدل الى ١٢٪ سنوياً خلال عام ٢٠٠٦ ثم أنقص هذ المعدل الى ١١٪ سنوياً خلال الفترة التاليةوحتى ٢٠٠٨/٤/١.

الفصل السادس

القروض وطرق سدادها

الفصل السادس

القروض وطرق سدادها

يعرف القرض بأنه المبلغ الذى يستحق على شخص لشخص آخر سواء كان هذا الشخص طبيعياً أو إعتبارياً . وتطبق الفائدة البسيطة بالنسبه للقروض قصيرة الأجل وتتميز هذه القروض بأنها قروض عاديه أى تتمثل فى مبالغ معينه ، وإذا كانت القروض تتشابه فى الحصول على القرض فى بداية مدة القرض إلا أنها تختلف فى طريقه سداد هذا القرض والفوائد المستحقه عليه وتتمثل أهم طرق سداد القرض فى الآتى :

١- سداد القرض والفائدة فى نهاية مدة القرض .

٢- سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد بصورة دورية (الفوائد الدورية) .

٣- سداد القرض والفائدة بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً .

٤- سداد القرض والفائدة بموجب أقساط متساويه من الأصل فقط مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض .

٥- سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساويه وعلى فترات غير منتظمة .

وسوف نتناول شرح كل طريقه من الطرق السابقه بالتفصيل .

أولاً : سداد القرض والفائدة فى نهاية مدة القرض :

وبموجب هذه الطريقة يتمثل المبلغ الواجب سداده فى جملة المبلغ المقترض وهذا ما تم دراسته فى الفصل الأول حيث :

$$جـ = أ + ف$$

$$جـ = أ \ (١ + ع ن)$$

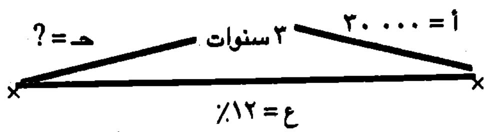
وتستخدم الصيغتين السابقتين إذا كان القرض يتمثل فى مبلغ واحد أما إذا كان القرض يتمثل فى عدة مبالغ فإن :

$$\text{المبلغ الواجب سداده} = \text{مجموع المبالغ} + \frac{\text{ع}}{\text{٣٦٠/١٢}} \times \text{مجموع النمر}$$

وتم إستخدام طريقة النمر فى إيجاد الفوائد المستحقه على عدة مبالغ ويتضح تطبيق العلاقات السابقه من خلال الأمثلة الآتية :

مثال ١ : إقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة واتفق على سداد هذا القرض بعد مضى ثلاث سنوات فإذا كان البنك يحسب الفوائد بمعدل ١٢٪ سنوياً إحسب المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة القرض .

الحل :



المبلغ الواجب سداده (حـ) = أ (١ + ع ن)

$$\text{حـ} = ٣٠٠٠٠ \left(١ + \frac{١٢}{١٠٠} \times ٣\right)$$

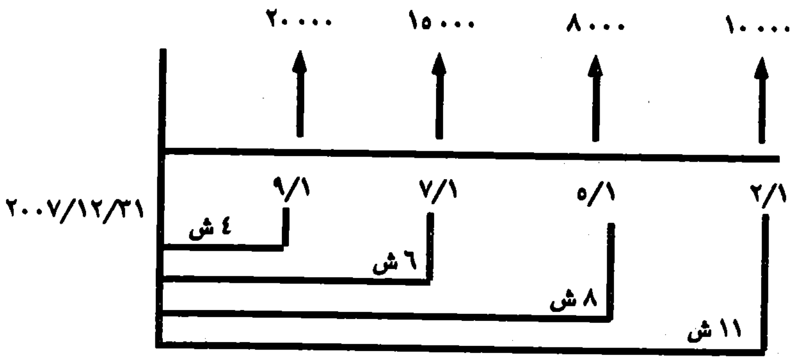
$$= ٣٠٠٠٠ \left(١ + ٣٦ر\right) = ٤٠٨٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال ٢ : إقترض شخص من بنك الاسكندرية المبالغ الآتية :

١٠٠٠٠	جنيه	فى	٢٠٠٦/٢/١
٨٠٠٠	جنيه	فى	٢٠٠٦/٥/١
١٥٠٠٠	جنيه	فى	٢٠٠٦/٧/١
٢٠٠٠٠	جنيه	فى	٢٠٠٦/٩/١

وفى ٢٠٠٧/١٢/٣١ أراد سداد هذه المبالغ فإذا كان البنك يحسب الفوائد بمعدل ١٢٪ سنوياً . إحسب المبلغ الواجب سداده فى هذا التاريخ .

الحل :



إيجاد مدد الديون :

مدة الدين الأول من ٢/١ – ٢٠٠٧/١٢/٣١ = ١١ شهراً

مدة الدين الثانى من ٥/١ – ١٢/٣١ = ٨ شهور

مدة الدين الثالث من ٧/١ – ١٢/٣١ = ٦ شهور

مدة الدين الرابع من ٩/١ – ١٢/٣١ = ٤ شهور

المبلغ الواجب سداده فى ٢٠٠٧/١٢/٣١ = مجموع المبالغ + فوائدها

= ٥٣٠٠٠ + (١٢ ÷ (١٢ × ١٠٠)) [١١ × ١٠٠٠٠ + ٨ × ٨٠٠٠ + ٦ × ١٥٠٠٠ + ٤ × ٢٠٠٠٠]

= ٥٣٠٠٠ + ٣٤٤٠ = ٥٦٤٤٠ جنيه

ثانياً : سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد بصورة دورية (الفوائد الدورية)

فى هذه الطريقة يتم سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد بصورة دورية خلال مدة القرض ويتحدد عدد الفوائد الدورية كالآتى :

$$\text{عدد الفوائد الدورية} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة الواحدة}}$$

كما يمكن إيجاد قيمة الفائدة الدورية الواحدة كالآتى :

$$\text{قيمة الفائدة الواحدة} = \text{القرض} \times \text{معدل الفوائد} \times \frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$$

ويلاحظ أنه إذا قام المدين بسداد القرض فى موعده وسداد الفوائد المستحقه عليه فى مواعيدها فلا توجد أى مشكلة ولكن تتولد مشاكل عندما يتقاعس المدين عن سداد القرض الأصلى وفى هذه الحالة يجب أن يسدد فائدة تأخير على هذا القرض وتستخدم لذلك الصيغة الآتية :

$$\text{فائدة تأخير القرض} = \text{القرض} \times \text{معدل التأخير} \times \frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$$

أما إذا تأخر المدين عن سداد الفوائد الدورية فى مواعيدها فإنه يقوم بسداد فوائد تأخير على الفوائد الدورية المتأخرة . وحيث أن هذه الفوائد مبالغ متساوية وتدفع على فترات زمنية متساوية لذلك يستخدم قانون فوائد الدفعات فى حساب فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة كما يلى :

$$\text{فائدة تأخير الفوائد المتأخرة} = \frac{\text{ن}}{٢}[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

حيث :

ن عدد الفوائد الدورية المتأخرة .

$ف_١$ فائدة تأخير الفائدة الدورية الأولى .

$ف_ر$ فائدة تأخير الفائدة الدورية الأخيرة .

وفى حالة قيام البنك باستثمار الفوائد الدورية المسددة فى مواعيدها فإنه يحصل على فوائد إستثمار الفوائد الدورية المسدده وحيث أن هذه الفوائد أيضاً مبالغ متساوية وتدفع على فترات زمنية متساوية لذلك يستخدم قانون فوائد الدفعات فى حساب فوائد إستثمار الفوائد الدورية المسدده كما يلى :

$$\text{فائدة استثمار الفوائد المسددة} = \frac{ن}{٢}[ف_١ + ف_ر]$$

حيث :

ن عدد الفوائد الدورية المستثمرة .

$ف_١$ فائدة إستثمار الفائدة الدورية الأولى .

$ف_ر$ فائدة إستثمار الفائدة الدورية الأخيرة .

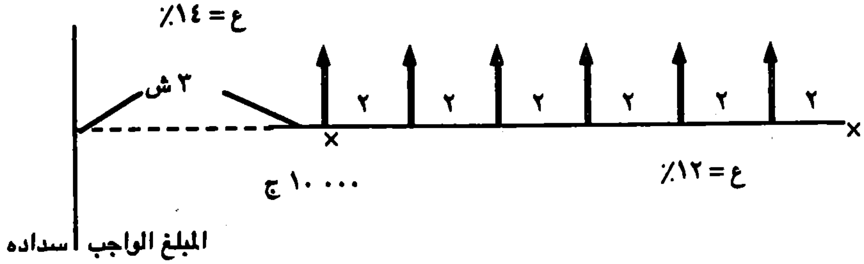
ويتم حساب فوائد إستثمار الفوائد الدورية المسدده عند حساب معدل الإستثمار العام الذى حققه البنك من عملية الأقراض . ويتم إيضاح ذلك من خلال عرض للمشاكل الخاصة بالفوائد الدورية .

١- المشاكل الخاصة بالفوائد الدورية :

١/١ سداد المقترض للفوائد الدورية فى مواعيدها والتأخر فى سداد القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بفترة معينة :

مثال ٣ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة بمعدل ١٢٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية سنة على أن يسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصورة دورية فى نهاية كل شهرين . وبعد أن قام المدين بسداد الفوائد الدورية المستحقه فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بثلاثة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن تحسب فوائد تأخير على القرض الأصلى بمعدل ١٤٪ سنوياً إحسب المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة التأجيل.

الحل :



عدد الفوائد الدورية = $\frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}}$

= $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ فوائد دورية

قيمة الفائدة الدورية الواحدة = القرض × معدل الفوائد × $\frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$

$$= 10\,000 \times \frac{12}{100} \times \frac{2}{12}$$

= ٢٠٠ جنيه

المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة التأجيل :

١- القرض = ١٠٠٠٠ ج

٢- فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{12}$

$$= 10\,000 \times \frac{14}{100} \times \frac{2}{12} = 233{,}3 \text{ ج}$$

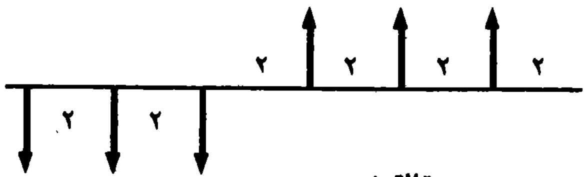
المبلغ الواجب سداده	١٠٢٣٣,٣ ج

٢/١ سداد المقترض لجزء من الفوائد الدورية والتأخر فى سداد الجزء الباقى حتى نهاية مدة القرض .

مثال ٤ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك الأسكندرية بمعدل ١٢٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية سنه على أن يسدد الفوائد المستحقة على هذا القرض بصورة دورية فى نهاية كل شهرين وبعد أن قام المدين بسداد الثلاث فوائد الدورية الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل الفوائد الدورية الباقية لكى تسدد مع القرض الأصلى . فى نهاية السنة وقد وافق البنك على ذلك أن تحسب فوائد تأخير بمعدل ١٣٪ سنوياً .

والمطلوب : حساب المبلغ الواجب سداده فى نهاية السنه .

الحل :



$$\text{عدد الفوائد الدورية} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}}$$

$$= \frac{١٢}{٢} = ٦ \text{ فوائد دورية}$$

$$\text{قيمة الفائدة الدورية الواحدة} = \text{القرض} \times \text{معدل الفوائد} \times \frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٢٠٠ \text{ ج}$$

المبلغ الواجب سداده فى نهاية السنة :

١- القرض = ١٠٠٠٠ ج

٢- الفوائد الدورية المتأخرة = قيمة الفائدة × عدد الفوائد المتأخرة

$$= ٢٠٠ \times ٣ = ٦٠٠ \text{ ج}$$

٣- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة = $[ف_١ + ف_ر]$

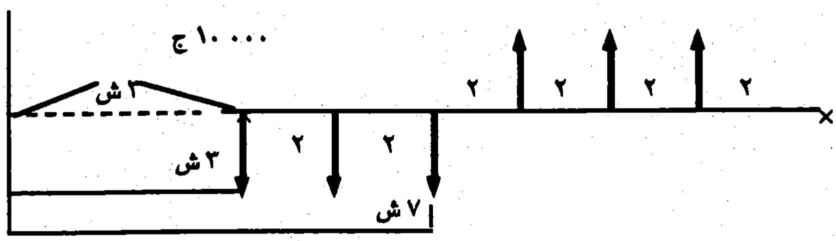
$$= \frac{٣}{٢}\left[٢٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} + ٢٠٠ \times \frac{٣}{١٠٠} \times \frac{\text{صفر}}{١٢}\right] = ١٣ \text{ ج}$$

المبلغ الواجب سداده	١٠٦١٣ ج

٣/١ سداد المقترض لجزء من الفوائد الدورية والتأخر فى سداد الجزء الباقى وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض .

مثال ٥ : فى نفس المثال السابق بفرض أن المدين تأخر فى سداد الثلاث فوائد الدورية الأخيرة وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بثلاثة شهور . إحسب المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة التأجيل .

الحل :



المبلغ الواجب سداده :

١- القرض = ١٠٠٠٠ ج

٢- فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}$ = ٣٢٥ ج

٣- الفوائد المتأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

= ٢٠٠ × ٣ = ٦٠٠ ج

٤- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة $= \frac{ن}{٢} [ف_١ + ف_ر]$

$= \frac{٣}{٢} [٢٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٧}{١٢} + ٢٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}]$ = ٣٢٫٥ ج

المبلغ الواجب سداده ١٠٩٥٧٫٥ ج

٢- معدل الإستثمار العام الذى حققه البنك من عملية الاقراض :

لحساب هذا المعدل يجب الحصول على جميع الفوائد التى حصل عليها الدائن (البنك) وتتحصر هذه الفوائد فى الآتى :

أ – فوائد دورية مسدده = قيمة الفائدة × عددهم

ب– فوائد إستثمارها = $\frac{\text{عددهم}}{١٢}$ [فائدة إستثمار الأولى + فائدة إستثمار الأخيرة]

جـ– فوائد دورية متاخرة = قيمة الفائدة × عددهم .

د– فوائد تأخيرها = $\frac{\text{عددهم}}{١٢}$ [فائدة تأخير الأولى + فائدة تأخير الأخيرة]

هـ– فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

ويتم جمع الفوائد السابقة والتطبيق فى المعادلة الآتية :

ف = أ × ع × ن

حيث :

ف = جميع الفوائد التى حصل عليها الدائن .

أ = القرض الأصلى .

ع = معدل الإستثمار العام المطلوب .

ن = مدة القرض الأصلية مضافاً إليها مدة التأجيل إن وجدت فى التمرين

مثال ٦ : إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من البنك الأهلى بمعدل ٨٪ سنوياً ولمدة ٢١ شهراً وإتفق مع البنك على سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد المستحقة على هذا القرض بصوره دورية فى نهاية كل ٣ شهور وبعد سداد الثلاث فوائد

الدورية الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بتسعة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير بمعدل ٩٪ سنوياً على القرض الأصلى ، بمعدل ١١٪ سنوياً على الفوائد الدورية المتأخرة فإذا علمت أن البنك قام باستثمار الفوائد الدورية المسددة فى مواعيدها بعد تاريخ إستلام الفائدة بشهر واحد وحتى نهاية مدة التأجيل للقرض الأصلى بمعدل ١٠٪ سنويا . إحسب ما يلى :

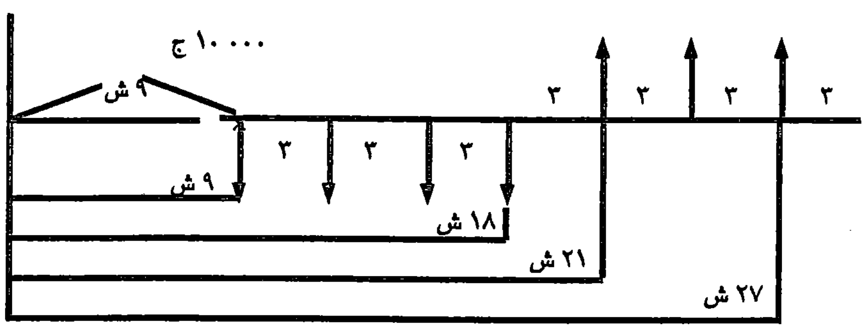
أ – جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل .

ب– الفوائد التى تحملها المدين .

جـ– الفوائد التى حصل عليها الدائن (البنك)

د– معدل الإستثمار العام الذى حققه البنك من هذه العملية .

الحل :



عدد الفوائد = $\frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{٢١}{٣} =$ ٧ فوائد

قيمة الفائدة = القرض × معدل الفوائد × $\frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} =$ ٤٠٠ جنيه

أ- جملة المستحق على المدين :

١- القرض الأصلى = ٢٠٠٠٠ ج

٢- فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

= ٢٠٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$ = ١٣٥٠ ج

٣- الفوائد المتأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

= ٤٠٠ × ٤ = ١٦٠٠ ج

٤- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة = $\frac{ن}{٢}$ [$ف_١$ + $ف_ر$]

= $\frac{٤}{٢}$ [٤٠٠ × $\frac{١١}{١٠٠}$ × $\frac{١٨}{١٢}$ + ٤٠٠ × $\frac{١١}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$] = ١٩٨ ج

المبلغ المستحق	٢٣١٤٨ ج

ب- الفوائد التى تحملها المدين :

١- فوائد مسدده = قيمة الفائدة × عددهم

= ٤٠٠ × ٣ = ١٢٠٠ ج

٢- فوائد متأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

= ٤٠٠ × ٤ = ١٦٠٠ ج

٣- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة = ١٩٨ ج

٤- فوائد تأخير القرض الأصلى = ١٣٥٠ ج

مجموع الفوائد التى تحملها المدين	٤٣٤٨ ج

جـ- الفوائد التى حصل عليها الدائن :

١- فوائد مسدده = قيمة الفائدة × عددهم

$= ٤٠٠ \times ٣ \qquad = ١٢٠٠$ ج

٢- فوائد إستثمارها = $\frac{ن}{٢}$ [ف$_١$ + ف$_ر$]

$= \frac{٣}{٢} [٤٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢٦}{١٢} + ٤٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢٠}{١٢}] \qquad = ٢٣٠$ ج

٣- فوائد متأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

$= ٤٠٠ \times ٤ \qquad = ١٦٠٠$ ج

٤- فوائد تأخيرها = $\frac{ن}{٢}$ [ف$_١$ + ف$_ر$]

$= \frac{٤}{٢} [٤٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} + ٤٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}] \qquad = ١٩٨$ ج

٥- فوائد تأخير القرض = ١٣٥٠ ج

الفوائد التى حصل عليها الدائن	٤٥٧٨ ج

ملحوظة

يمكن القول أن الفوائد التى حصل عليها الدائن هى نفس الفوائد التى تحملها المدين مضافاً إليها فوائد إستثمار الفوائد الدورية المسدده . كما يلاحظ أنه ذكر فى التمرين أن الدائن يستثمر الفوائد المسدده بعد تاريخ إستلامها بشهر واحد.

لذلك تم حساب مدة إستثمار الفائدة الأولى وتم إنقاص هذه المدة شهر واحد (٢٧-١) = ٢٦ ش كذلك مدة إستثمار الفائدة الأخيرة ٢١ شهراً تم إنقاصها شهر واحد (٢١-١) = ٢٠ ش

د- معدل الإستثمار العام الذى حققه الدائن من هذه العملية :

لحساب هذا المعدل يتم تجميع الفوائد التى حصل عليها الدائن وهى تتمثل فى الخمس فوائد السابقه ومجموعهم = ٤٥٧٨ ج ويتم التطبيق فى المعادلة الآتية :

ف = أ × ع × ن

$$٤٥٧٨ = ٢٠٠٠٠ \times ع \times \frac{٣٠}{١٢}$$

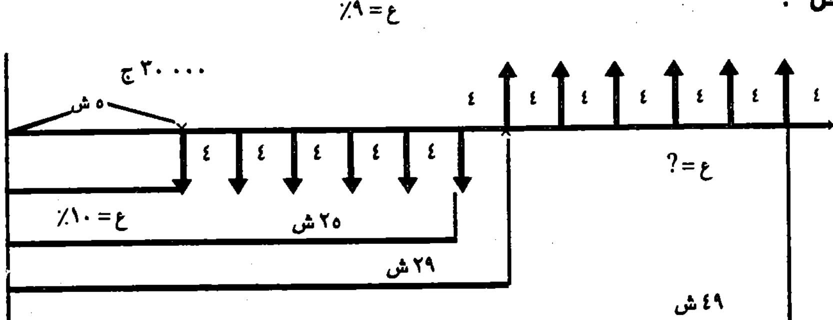
$$٤٥٧٨ = ٥٠٠٠٠ ع .$$

$$\therefore \quad ع = \frac{٤٥٧٨}{٥٠٠٠٠} = ٩،١٦٪$$

مثال ٧ : إقترضت شركة الأنوار الحديثة مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه من بنك الأسكندرية بمعدل فائدة بسيطه ٩٪ سنوياً وإتفقت الشركة مع البنك على سداد هذا القرض فى نهاية ٤ سنوات على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصورة دورية آخر كل ٤ شهور وبعد أن قامت الشركة بسداد نصف عدد الفوائد المستحقه عليها طلبت من البنك تأجيل سداد باقى الفوائد والقرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بخمسه شهور على أن يحسب البنك فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً سواء بالنسبة للقرض الأصلى أو الفوائد الدورية المتأخرة فإذا علمت أن البنك تمكن من إستثمار الفوائد الدورية المسدده فى مواعيدها فور تسلمها بمعدل معين وقد بلغ المعدل العام الذى حققه البنك ٥ر١١٪ سنوياً .

إحسب المعدل الذى إستثمرت به الدفعات المسدده .

الحل :



عدد الفوائد $= \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{٤٨}{٤} =$ ١٢ فائدة

قيمة الفائدة = القرض × معدل الفوائد × $\frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$

$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} =$ ٩٠٠ جنيه

مجموع الفوائد التى حصل عليها البنك :

١- فوائد مسدده = قيمة الفائدة × عددهم

$= ٩٠٠ \times ٦$ = ٥٤٠٠ ج

٢- فوائد إستثمارها $= \frac{ن}{٢}$ [ف$_١$ + ف$_ر$]

$= \frac{٦}{٢} [٩٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{٤٩}{١٢} + ٩٠٠ \times \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{٢٩}{١٢}]$ = ١٧٥٫٥ ع

٣- فوائد متأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

$= ٩٠٠ \times ٦$ = ٥٤٠٠ ج

٣- فوائد تأخيرها $= \frac{ن}{٢}$ [ف$_١$ + ف$_ر$]

$= \frac{٦}{٢} [٩٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢٥}{١٢} + ٩٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}]$ = ٦٧٥ ج

٤- فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}$ = ١٢٥٠ ج

مجموع الفوائد (١٢٧٢٥ + ١٧٥,٥ ع)

ف = أ × ع × ن

$$(١٢٧٢٥ + ٥ر١٧٥ ع) = ٣٠٠٠٠ \times \frac{١١٥}{١٠٠٠} \times \frac{٥٣}{١٢}$$

١٢٧٢٥ + ٥ر١٧٥ ع = ٥ر١٥٢٣٧

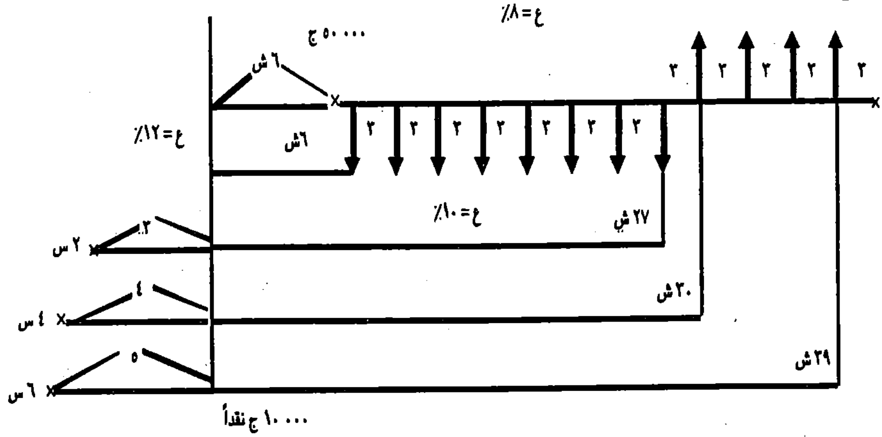
٥ر١٧٥ ع = ٥ر١٥٢٣٧ – ١٢٧٢٥

٥ر١٧٥ ع = ٥ر٢٥١٢

∴ ع = = ٣ر١٤٪

مثال ٨ : إقترض محمد العاصى مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية ٣ سنوات بمعدل ٨٪ سنوياً على أن يسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض فى نهاية كل ٣ شهور وبعد أن قام المدين بسداد الأربعة فوائد الدورية الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بستة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على جميع المبالغ المتأخرة بمعدل ١٠٪ سنوياً وفى نهاية مدة التأجيل قام بسداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً وإتفق على سداد الباقى بموجب ثلاث كمبيالات النسبة بين قيمها الاسمية ٢ : ٤ : ٦ وتستحق هذه الكمبيالات على الترتيب بعد ٣ شهور ، ٤ شهور ، ٥ شهور . إحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة هو ١٢٪ سنوياً .

الحل :



$$\text{عدد الفوائد} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{٣٦}{٢} = ١٢ \text{ فائدة}$$

$$\text{قيمة الفائدة} = \text{القرض} \times \text{معدل الفوائد} \times \frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$$

$$= ٥٠\,٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل :

١- القرض = ٥٠ ٠٠٠ ج

$$٢- \text{فائدة تأخير القرض} = \text{القرض} \times \text{معدل التأخير} \times \frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$$

$$= ٥٠\,٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٢٥٠٠ \text{ ج}$$

٣- الفوائد الدورية المتأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

= ١٠٠٠ × ٨ = ٨٠٠٠ ج

$$٤- \text{فوائد تأخير الفوائد المتأخرة} = \frac{ن}{٢}[ف_١ + ف_ر]$$

$$= \frac{٨}{٢}\left[١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢٧}{١٢} + ١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}\right] = ١١٠٠ \text{ ج}$$

جملة المستحق ٦١٦٠٠ ج

المتبقى بعد سداد المبلغ النقدى = ٦١٦٠٠ - ١٠ ٠٠٠ = ٥١٦٠٠ ج

ويلاحظ أن هذا المبلغ سيتم سداده بموجب ثلاث سندات إذنيه لذلك نحن الآن أمام عملية تسوية ديون يعتبر المتبقى وهو ٥١٦٠٠ ج هو القيمة الحالية للديون قبل التسوية ويتم تطبيق المعادلة الآتية :

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

$$٥١٦٠٠ = ١٢ \text{ س} - \frac{١٢}{١٠٠ \times ١٢} [٢\text{س} \times ٣ + ٤\text{س} \times ٤ + ٦\text{س} \times ٥]$$

$$٥١٦٠٠ = ١٢ \text{ س} - ٥٢\text{ر}٠ \text{ س}$$

$$٥١٦٠٠ = ٤٨\text{ر}١١ \text{ س}$$

$$\therefore \quad \text{س} = \frac{٥١٦٠٠}{١١,٤٨} = ٨\text{ر}٤٤٩٤ \text{ ج}$$

وتكون القيمة الاسمية لكل كمبيالة كالآتى :

الكمبيالة الأولى = ٢س = ٢ × ٨ر٤٤٩٤ = ٦ر٨٩٨٩ ج

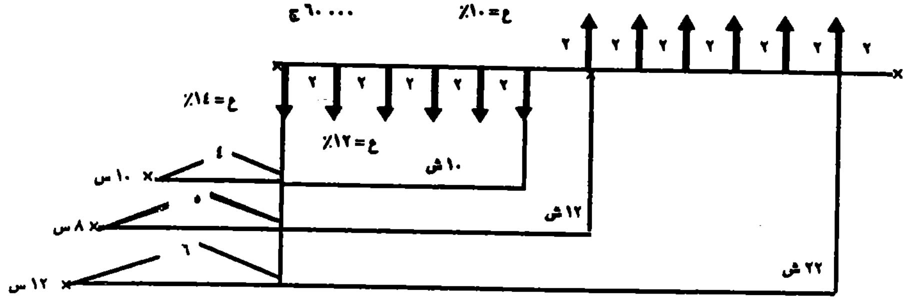
الكمبيالة الثانية = ٤س = ٤ × ٨ر٤٤٩٤ = ٢ر١٧٩٧٩ ج

الكمبيالة الثالثة = ٦س = ٦ × ٨ر٤٤٩٤ = ٨ر٢٦٩٦٨ ج

مثال ٩ : إقترض شخص مبلغ ٦٠ ٠٠٠ جنيه من بنك التجاريين لمدة سنتين بمعدل ١٠٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصفة دورية فى نهاية كل شهرين . وبعد أن قام المدين بسداد الفوائد الدورية المستحقه عن السنة الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل الفوائد الباقية حتى نهاية مدة القرض . وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل ١٢٪ سنوياً . وفى نهاية السنتين قام بسداد نصف المستحق عليه فقط وإتفق على سداد الباقى بموجب ثلاث سندات إذنيه نسبة القيمة الاسمية للسند الأول إلى القيمة الاسمية للسند الثانى كنسبة ٥ : ٤ ونسبة القيمة الاسمية للسند الثالث إلى القيمة الاسمية للسند الثانى كنسبة ٣ : ٢ وتستحق هذه السندات على التوالى بعد ٤ شهور ، ٥ شهور ، ٦ شهور.

إحسب القيمة الاسمية لكل سند إذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة هو ١٤٪ سنوياً .

الحل :



$$\text{عدد الفوائد} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{٢٤}{٢} = ١٢ \text{ فائدة}$$

$$\text{قيمة الفائدة} = \text{القرض} \times \text{معدل الفوائد} \times \frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$$

$$= ٦٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

جملة المستحق على المدين :

١- القرض الأصلى = ٦٠٠٠٠ ج

٢- الفوائد المتأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

$= ١٠٠٠ \times ٦$ = ٦٠٠٠ ج

٣- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة $= \frac{ن}{٢}[ف_١ + ف_ر]$

$$= \frac{٦}{٢}\left[١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢} + ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{\text{صفر}}{١٢}\right] = ٣٠٠ \text{ ج}$$

جملة المستحق ٦٦٣٠٠ ج

نصف المستحق عليه = $\frac{٦٦٣٠٠}{٢}$ = ٣٣١٥٠ ج

ويلاحظ أن هذا المبلغ سيتم سداده بموجب ثلاث سندات إذنيه لذلك سيتم تطبيق معادلة تسوية الديون . حيث :

السند الأول   السند الثانى   السند الثالث

٥   ٤

$\frac{\ }{١٠ س}$ $\frac{٢}{٨ س}$ $\frac{٣}{١٢ س}$

القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية

٣٣١٥٠ = ٣٠ س − $\frac{١٤}{١٠٠ \times ١٢}$ [١٠س × ٤ + ٨س × ٥ + ١٢س × ٦]

٣٣١٥٠ = ٣٠ س − ١٫٧٧ س

٣٣١٥٠ = ٢٨٫٢٣ س

∴ س = $\frac{٣٣١٥٠}{٢٨,٢٣}$ = ١١٧٤٫٣ ج

∴ قيمة السند الأول = ١٠ س = ١٠ × ١١٧٤٫٣ = ١١٧٤٣ جنيه

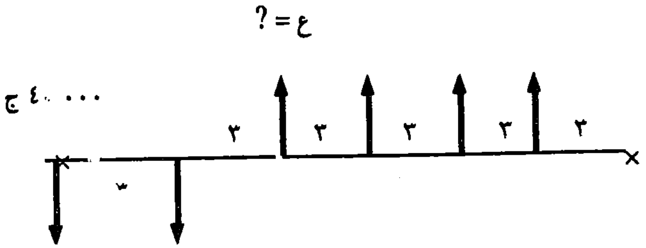
قيمة السند الثانى = ٨ س = ٨ × ١١٧٤٫٣ = ٩٣٩٤٫٤ جنيه

قيمة السند الثالث = ١٢س = ١٢ × ١١٧٤٫٣ = ١٤٠٩١٫٦ جنيه

مثال ١٠ : إقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه من بنك النيل لمدة ١٨ شهر وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد بصفة دورية فى نهاية كل ٣ شهور. وبعد أن قام المدين بسداد الأربعة فوائد الدورية الأولى فى مواعيدها . طلب من البنك

تأجيل سداد الفوائد الباقية لكى تسدد مع القرض الأصلى فى نهاية مدته على أن يحسب البنك فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً فإذا علمت أن جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل ٤١٦٢٠ جنيه . إحسب معدل الفوائد

الحل :



عدد الفوائد = $\frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{18}{3} = 6$ فوائد

قيمة الفائدة = القرض × معدل الفوائد × $\frac{\text{مدة الفائدة}}{12}$

$= 40000 \times \frac{ع}{100} \times \frac{3}{12} = 100$ ع

جملة المستحق على المدين :

١- القرض = ٤٠٠٠٠ ج

٢- الفوائد المتأخرة = ١٠٠ ع × ٢ = ٢٠٠ ع

٣- فوائد تأخيرها = $\frac{2}{2}$ [١٠٠ ع × $\frac{10}{100} \times \frac{3}{12}$ + صفر] = ٢,٥ ع

جملة المستحق (٤٠٠٠٠ + ٢٠٢,٥ ع)

∴ جملة المستحق = (٤٠٠٠٠ + ٢٠٢,٥ ع)

٤١٦٢٠ = (٤٠٠٠٠ + ٢٠٢,٥ ع)

٤١٦٢٠ - ٤٠٠٠٠ = ٢٠٢,٥ ع

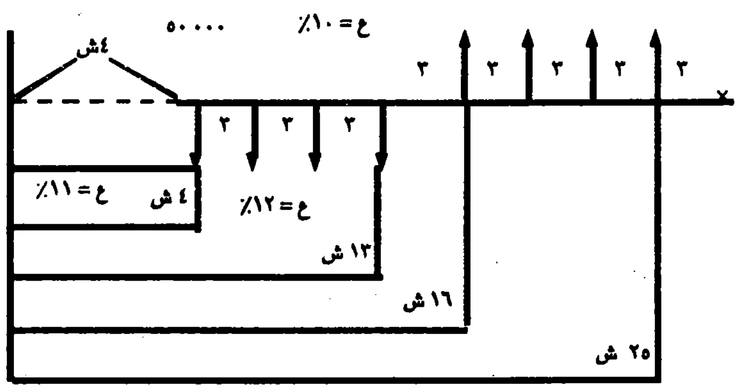
١٦٢٠ = ٢٠٢,٥ ع

∴ ع = $\frac{١٦٢٠}{٢٠٢,٥}$ = ٨٪ سنوياً

مثال ١١ : إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر بمعدل ١٠٪ سنوياً ولمدة سنتين وإتفق على سداد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصورة دورية فى نهاية كل ٣ شهور وبعد أن قام المدين بسداد الأربعة فوائد الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بأربعة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على القرض الأصلى بمعدل ١١٪ سنوياً وعلى الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل ١٢٪ سنوياً .

إحسب جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل .

الحل :



$$\text{عدد الفوائد} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{مدة الفائدة}} = \frac{٢٤}{٣} = ٨ \text{ فوائد}$$

$$\text{قيمة الفائدة} = \text{القرض} \times \text{معدل الفوائد} \times \frac{\text{مدة الفائدة}}{١٢}$$

$$= ٥٠\,٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٢٥٠ \text{ جنيه}$$

جملة المستحق على المدين :

١- القرض = ٥٠ ٠٠٠ ج

٢- فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

$$= ٥٠\,٠٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} = ١٨٣٣{,}٣٣ \text{ ج}$$

٣- الفوائد المتأخرة = قيمة الفائدة × عددهم

$$= ١٢٥٠ \times ٤ = ٥٠٠٠ \text{ ج}$$

٤- فوائد تأخير الفوائد المتأخرة = $\frac{ن}{٢}$ [ف$_١$ + ف$_ر$]

$$= \frac{٤}{٢}\left[١٢٥٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٣}{١٢} + ١٢٥٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢}\right] = ٤٢٥ \text{ ج}$$

جملة المستحق	٥٧٢٥٨,٣٣ ج

ثالثا : سداد القرض والفائدة بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً :

وبمقتضى هذه الطريقة يتم سداد القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً . وهذا القسط يتميز بثلاث خصائص هى :

أ- القسط متساوى .

ب- يدفع فى نهاية كل فترة زمنيه .

جـ- يشتمل على جزئين جزء خاص بالقرض وجزء خاص بالفائدة ولذلك سمى من الأصل والفوائد معاً .

وهنا يتم تطبيق الصيغة الآتية لإيجاد قيمة القسط المتساوى .

جملة القرض = جملة الأقساط

(القرض + الفائدة) (مجموع الأقساط + فوائدها)

$$أ + ف = ط \times ن + \frac{ن}{٢}[ف_{١} + ف_{ر}]$$

حيث :

أ = قيمة القرض .

ف = فائدة القرض

ط = القسط المتساوى .

ن = عدد الأقساط .

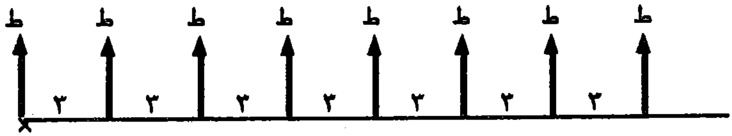
$ف_{١}$ = فائدة القسط الأول .

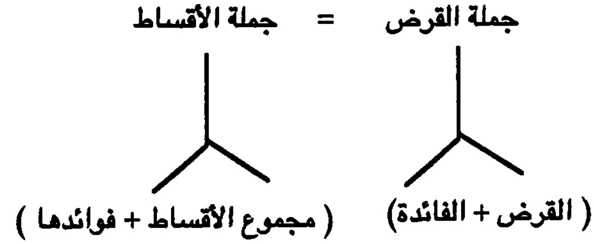
$ف_{ر}$ = فائدة القسط الأخير .

والأمثلة التالية توضح كيفية إستخدام المعادلة السابقة .

مثال ١٢ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك المهندس بمعدل ١٠٪ سنوياً . وإتفق مع البنك على سداد هذا القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٣ شهور خلال سنتين . إحسب قيمة القسط المتساوى والفوائد التى تحملها المدين .

الحل :





$$\text{أ} + \text{ف} = \text{ط} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

$$١٠\,٠٠٠ + ١٠\,٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ٢ = \text{ط} \times ٨ + \frac{٨}{٢}[\text{ط} \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢١}{١٢} + \text{صفر}]$$

$$١٠\,٠٠٠ + ٢٠٠٠ = ٨\ \text{ط} + ٠٫٧\ \text{ط}$$

$$١٢٠٠٠ = ٨٫٧\ \text{ط}$$

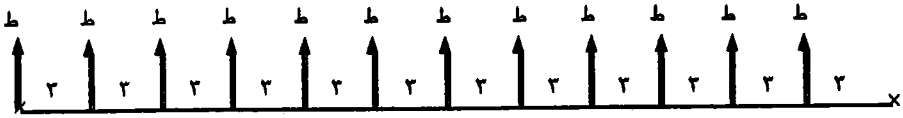
$$\therefore\ \text{ط} = ١٣٧٩٫٣\ \text{جنيه}$$

الفوائد التى تحملها المدين = (قيمة القسط × عدد الأقساط) – القرض الأصلى

= ١٣٧٩٫٣ × ٨ – ١٠ ٠٠٠ = ١٠٣٤٫٤ جنيه

مثال ١٣ : إشترى شخص شقة تمليك بمبلغ ٤٠٠ ٠٠٠ جنيه ودفع نصف الثمن فوراً وإتفق مع البائع على سداد الباقى بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً . على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٣ شهور خلال ٣ سنوات . إحسب قيمة القسط المتساوى إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٠٪ سنوياً .

الحل :



٢٠٠٠٠٠ ج

جملة القرض = جملة الأقساط

(القرض + الفائدة) (مجموع الأقساط + فوائدها)

$$٢٠٠٠٠٠ + (٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ٣) = \text{ط} \times ١٢ + \frac{١٢}{٢}\left[\text{ط} \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٣٣}{١٢} + \text{صفر}\right]$$

$$٢٠٠٠٠٠ + ٦٠٠٠٠ = ١٢\ \text{ط} + ١{,}٦٥\ \text{ط}$$

$$٢٦٠٠٠٠ = ١٣{,}٦٥\ \text{ط}$$

$$\therefore \quad \text{ط} = \frac{٢٦٠٠٠٠}{١٣{,}٦٥} = ١٩٠٤٧{,}٦\ \text{جنيه}$$

رابعاً : سداد القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض :

بموجب هذه الطريقة يتم سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل فقط وهذا يعنى أن قيمة القسط تتحدد على أساس خارج قسمة القرض على عدد الأقساط . ويلاحظ أن القرض يتناقص كل فترة بمقدار القسط المسدد - كما يلاحظ أيضاً أن الفائدة تتناقص نظراً لتناقص الرصيد المتبقى من القرض ويتضح ذلك من خلال الأمثلة الآتية :

مثال ١٤ : إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة وإتفق على سداد هذا القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل فقط خلال سنة على أن يسدد

القسط فى نهاية كل ٣ شهور بمعدل ١٢٪ سنوياً وتسدد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض .

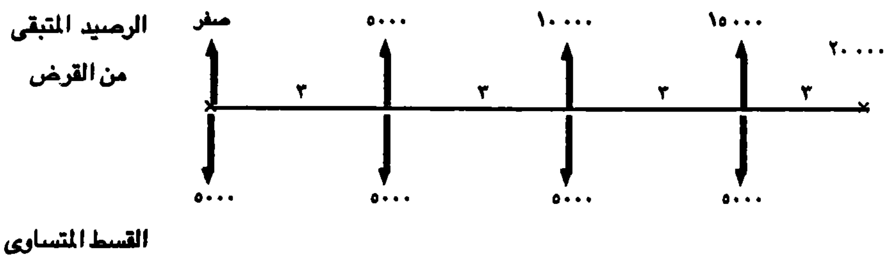
والمطلوب حساب :

١- قيمة القسط المتساوى .

٢- مجموع الفوائد .

٣- تصوير جدول إستهلاك القرض .

الحل :



$$\text{القسط المتساوى} = \frac{\text{القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$$

$$\text{القسط} = \frac{٢٠٠٠٠}{٤} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الفوائد على الرصيد المتبقى من القرض :

$$ف_١ = ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٦٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_٢ = ١٥٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٤٥٠ \text{ ج}$$

ف٣ = ١٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ٣٠٠ ج

ف٤ = ٥٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ١٥٠ ج

مجموع الفوائد ١٥٠٠ ج

ويلاحظ أن الفوائد تمثل متوالية عددية متناقصه حدها الأول = ٦٠٠ ج وحدها الأخير = ١٥٠ وعدد حدودها أربعة .

∴ يمكن إيجاد مجموع الفوائد باستخدام قانون المتوالية العددية .

مجموع الفوائد = $\frac{\text{عدد الفوائد}}{٢}$ [الفائدة الأولى + الفائدة الأخيرة]

مجـ ف = $\frac{٤}{٢}$ [٦٠٠ + ١٥٠]

= ٢ × ٧٥٠ = ١٥٠٠ ج

ثم بعد ذلك يتم تفريغ البيانات السابقة فى جدول يسمى بجدول إستهلاك القرض .

جدول إستهلاك القرض

الفترات	رصيد القرض أول الفترة	الفوائد فى نهاية كل فترة	القسط المتساوى	القسط الإجمالى	رصيد القرض آخر الفترة
الأولى	٢٠٠٠٠	٦٠٠	٥٠٠٠	٥٦٠٠	١٥٠٠٠
الثانية	١٥٠٠٠	٤٥٠	٥٠٠٠	٥٤٥٠	١٠٠٠٠
الثالثة	١٠٠٠٠	٣٠٠	٥٠٠٠	٥٣٠٠	٥٠٠٠
الرابعة	٥٠٠٠	١٥٠	٥٠٠٠	٥١٥٠	صفر
		١٥٠٠	٢٠٠٠٠	٢١٥٠٠	

مثال ١٥ : إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه بمعدل ١٠٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل فقط على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٣ شهور خلال ثلاثون شهراً وتسدد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض .

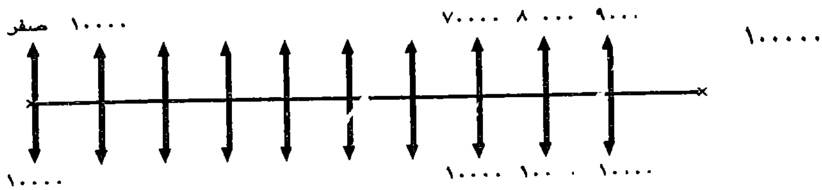
والمطلوب حساب :

١- قيمة القسط المتساوى .

٢- مجموع الفوائد .

٣- تصوير جدول إستهلاك القرض .

الحل :



١- قيمة القسط المتساوى $= \frac{\text{القرض}}{\text{عدد الأقساط}} = \frac{١٠٠٠٠٠}{١٠} = ١٠٠٠٠$ ج

٢- مجوع الفوائد :

$$ف_1 = ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٣٠٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_2 = ٩٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٧٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_3 = ٨٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٤٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_4 = ٧٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢١٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_5 = ٦٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٨٠٠ \text{ ج}$$

$$ف_{6} = 50000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 1500 \text{ ج}$$

$$ف_{7} = 40000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 1200 \text{ ج}$$

$$ف_{8} = 30000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 900 \text{ ج}$$

$$ف_{9} = 20000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 600 \text{ ج}$$

$$ف_{10} = 10000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 300 \text{ ج}$$

مجموع الفوائد	١٦٥٠٠ ج

يمكن إيجاد مجموع الفوائد كالآتى :

$$مجـ ف = \frac{\text{عدد الفوائد}}{2} [\text{الفائدة الأولى + الفائدة الأخيرة}]$$

$$= \frac{10}{2} [3000 + 300] = 16500 \text{ ج}$$

٣- تصوير جدول إستهلاك القرض :

تصوير جدول إستهلاك القرض

الفترات	رصيد القرض أول الفترة	الفائدة	القسط المتساوى	القسط الإجمالى	رصيد القرض أخر الفترة
١	١٠٠٠٠٠	٣٠٠٠	١٠٠٠٠	١٣٠٠٠	٩٠٠٠٠
٢	٩٠٠٠٠	٢٧٠٠	١٠٠٠٠	١٢٧٠٠	٨٠٠٠٠
٣	٨٠٠٠٠	٢٤٠٠	١٠٠٠٠	١٢٤٠٠	٧٠٠٠٠
٤	٧٠٠٠٠	٢١٠٠	١٠٠٠٠	١٢١٠٠	٦٠٠٠٠
٥	٦٠٠٠٠	١٨٠٠	١٠٠٠٠	١١٨٠٠	٥٠٠٠٠
٦	٥٠٠٠٠	١٥٠٠	١٠٠٠٠	١١٥٠٠	٤٠٠٠٠
٧	٤٠٠٠٠	١٢٠٠	١٠٠٠٠	١١٢٠٠	٣٠٠٠٠
٨	٣٠٠٠٠	٩٠٠	١٠٠٠٠	١٠٩٠٠	٢٠٠٠٠
٩	٢٠٠٠٠	٦٠٠	١٠٠٠٠	١٠٦٠٠	١٠٠٠٠
١٠	١٠٠٠٠	٣٠٠	١٠٠٠٠	١٠٣٠٠	صفر
		١٦٥٠٠	١٠٠٠٠٠	١١٦٥٠٠	

خامساً : سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وعلى فترات غير منتظمة :

وبموجب هذه الطريقة يتم سداد القرض والفائدة بموجب أقساط غير متساوية تسدد على فترات مختلفة ويكون الرصيد المستحق على المدين هو عبارة عن جملة القرض فى تاريخ التسوية مطروحاً منه جملة المبالغ المسدده فى نفس التاريخ .

مثال ١٦ : إشترى شخص شقة تمليك بمبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه وكان ذلك فى أول يناير/ ٢٠٠٦ فإذا قام هذا الشخص بسداد الأقساط الآتية :

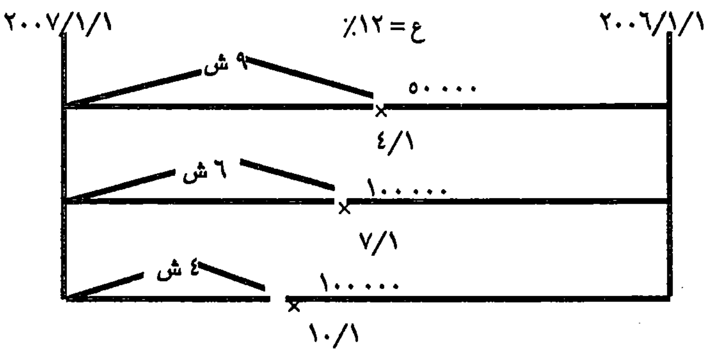
٥٠٠٠٠ ج فى ٢٠٠٦/٤/١

١٠٠٠٠٠ ج فى ٢٠٠٦/٧/١

١٠٠٠٠٠ ج فى ٢٠٠٦/١٠/١

والمطلوب حساب الرصيد المستحق على هذا الشخص فى ٢٠٠٧/١/١ إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ١٢٪ سنوياً .

الحل :



الرصيد المستحق = جملة القرض – جملة المبالغ المسدده

فى ٢٠٠٧/١/١ فى ٢٠٠٧/١/١

أ- جملة القرض فى ٢٠٠٧/١/١

جملة القرض = القرض + الفائدة

$$= ٣٠٠٠٠٠ + \left(٣٠٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١\right)$$

$$= ٣٠٠٠٠٠ + ٣٦٠٠٠$$

$$= ٣٣٦٠٠٠ \text{ ج}$$

ب- جملة المبالغ المسدده فى ٢٠٠٧/١/١

جملة المبالغ المسدده = مجموع المبالغ + فوائدها

$$= ٢٥٠\,٠٠٠ + \frac{١٢}{١٠٠ \times ١٢} (٥٠٠٠٠ \times ٩ + ١٠٠٠٠٠ \times ٦ + ١٠٠٠٠٠ \times ٣]$$

$$= ٢٥٠\,٠٠٠ + ١٣٥٠٠ = ٢٦٣٥٠٠ \text{ ج}$$

الرصيد المستحق = جملة القرض - جملة المبالغ المسدده

$$= ٣٣٦٠٠٠ - ٢٦٣٥٠٠$$

$$= ٧٢٥٠٠ \text{ ج}$$

مثال ١٧ : إقترض شخص فى ٤/ يناير/ ٢٠٠٧ مبلغ ٥٠ ٠٠٠ جنيه من البنك وقد قام هذا الشخص بسداد المبالغ الآتية :

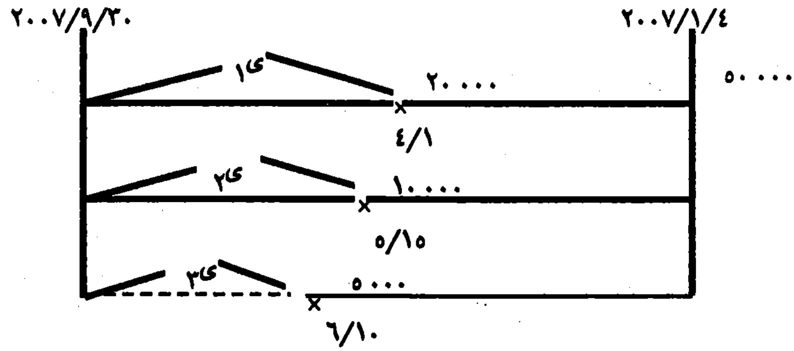
٢٠ ٠٠٠ ج فى ٢٠٠٧/٤/١

١٠ ٠٠٠ ج فى ٢٠٠٧/٥/١٥

٥ ٠٠٠ ج فى ٢٠٠٧/٦/١٠

إحسب الرصيد المستحق على الشخص فى ٢٠٠٧/٩/٣٠ إذاكان معدل الفائدة المستخدم ١٣٪ سنوياً .

الحل :



الرصيد المستحق = جملة القرض - جملة المبالغ المسدده

في ٢٠٠٧/٩/٣٠ في ٢٠٠٧/٩/٣٠

أ- جملة القرض في ٢٠٠٧/٩/٣٠

يناير+ فبراير+ مارس + أبريل + مايو + يونيه+ يوليه + أغسطس + سبتمبر

مدة القرض (ى) = ٢٧ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠

= ٢٦٩ يوماً

جملة القرض = القرض + الفائدة

$$= ٥٠٠٠٠ + (٥٠٠٠٠ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٢٦٩}{٣٦٠})$$

= ٥٠٠٠٠ + ٤٨٥٦٫٩

= ٥٤٨٥٦٫٩

ب- جملة الأقساط المسدده في ٢٠٠٧/٩/٣٠

أبريل + مايو + يونيه + يوليه + أغسطس + سبتمبر

$ى_١$ = ٢٩ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ = ١٨٢ يوماً .

$ى_٢$ = - + ١٦ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ = ١٣٨ يوماً .

$ى_٣$ = - + - + ٢٠ + ٣١ + ٣١ + ٣٠ = ١١٢ يوماً .

جملة الأقساط = مجموع الأقساط + فوائدها

$$= ٣٥٠٠٠ + \frac{١٣}{٣٦٠ \times ١٠٠} (١٨٢ \times ٢٠٠٠٠ + ١٣٨ \times ١٠٠٠٠ + ١١٢ \times ٥٠٠٠)]$$

= ٣٥٠٠٠ + ٢٠١٥ = ٣٧٠١٥ جنيه

الرصيد المستحق = جملة القرض - جملة الأقساط

= ٥٤٨٥٦٫٩ - ٣٧٠١٥ = ١٧٨٤١٫٩ ج

القوانين المستخدمة فى الفصل السادس

أولاً: سداد القرض والفائدة فى نهاية مدة القرض :

حـ = أ (١ + ع ن)

ثانياً: سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد بصوره دورية (الفوائد الدورية) :

عدد الفوائد الدورية = مدة القرض / مدة الفائدة الواحدة

قيمة الفائدة الواحدة = القرض × معدل الفوائد × مدة الفائدة / ١٢

فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × مدة التأخير / ١٢

فائدة تأخير الفوائد المتأخرة = ن / ٢ [$ف_١$ + $ف_ر$]

فائدة استثمار الفوائد المسددة = ن / ٢ [$ف_١$ + $ف_ر$]

ولحساب معدل الإستثمار العام الذى حققه البنك من عملية الاقراض يجب الحصول على جميع الفوائد التى حصل عليها البنك سواء كانت .

فوائد دورية مسدده = قيمة الفائدة × عددهم

فوائد إستثمارها = $\frac{\text{عددهم}}{٢}$ [فائدة إستثمار الأولى + فائدة إستثمار الأخيرة]

فوائد دورية متاخرة = قيمة الفائدة × عددهم .

فوائد تأخيرها = $\frac{\text{عددهم}}{٢}$ [فائدة تأخير الأولى + فائدة تأخير الأخيرة]

فائدة تأخير القرض = القرض × معدل التأخير × $\frac{\text{مدة التأخير}}{١٢}$

ثم يتم تجميع الفوائد السابقة والتطبيق فى المعادلة الآتية :

ف = أ × ع × ن

حيث :

ف = جميع الفوائد التى حصل عليها الدائن .

أ = القرض الأصلى .

ع = معدل الإستثمار العام المطلوب .

ن = مدة القرض الأصلية مضافاً إليها مدة التأجيل إن وجدت فى التمرين

ثالثاً : سداد القرض بموجب اقساط متساوية من الاصل والفوائد معاً :

جملة القرض = جملة الأقساط

(القرض + الفائدة) (مجموع الأقساط + فوائدها)

$$\text{أ} + \text{ف} = \text{ط} \times \text{ن} + \frac{\text{ن}}{٢}[\text{ف}_{١} + \text{ف}_{\text{ر}}]$$

رابعاً : سداد القرض بموجب اقساط متساوية من الاصل فقط مع سداد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{\text{القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{عدد الفوائد}}{٢}[\text{الفائدة الأولى} + \text{الفائدة الأخيرة}]$$

خامساً : سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وعلى فترات غير منتظمة :

الرصيد المستحق = جملة القرض – جملة المبالغ المسدده

$$\text{أ}\,(١ + \text{ع ن}) - [\text{مجموع الأقساط} + \frac{\text{ع}}{٣٦٠/١٢} \times \text{مجموع النمر}]$$

تمارين على الفصل السادس

١- إقترض شخص فى ٣ / يناير/٢٠٠٧ مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه من بنك النيل وإتفق على سداد هذا القرض فى ٢٠٠٧/٨/١٥ فإذا كان البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ٥ر١٣٪ سنوياً . إحسب المبلغ الواجب سداده فى نهاية مدة القرض .

٢- إقترض محمد العاصى من بنك المهندس المبالغ الآتية :

٣٠٠٠٠	ج	فى	٢٠٠٦/٣/١
٤٠٠٠٠	ج	فى	٢٠٠٦/٥/١
٢٠٠٠٠	ج	فى	٢٠٠٦/٩/١

وفى ٢٠٠٧/٤/١ أراد سداد هذه المبالغ فإذا كان البنك يحسب الفوائد البسيطه بمعدل ١٤٪ سنوياً إحسب المبلغ الواجب سداده فى هذا التاريخ .

٣- إقترض أحمد عمر مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك التجاريين لمدة سنتين بمعدل ١٠٪ سنوياً . وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية المدة مع سداد الفوائد المستحقه على هذا القرض فى نهاية كل ٣ شهور . وبعد أن قام المدين بسداد نصف عدد الفوائد الدورية فى مواعيدها المحددة طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بسته شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على القرض الأصلى بمعدل ١١٪ سنوياً وعلى الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل ١٢٪ سنوياً .

إحسب :

١- جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل .

٢- الفوائد التى تحملها المدين .

٣- الفوائد التى حصل عليها الدائن .

٤- إقترض محمود على مبلغ ٧٠٠٠٠ جنيه من بنك التجاريين بمعدل ٩٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية ٣٠ شهراً على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض فى نهاية كل خمسة شهور وبعد أن قام المدين بسداد الفائدتين الأولى والثانية فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية . وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بثلاثة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير بمعدل ١٢٪ سنوياً .

فإذا علمت أن البنك قام باستثمار الفوائد الدورية المسددة فى مواعيدها بعد تاريخ إستلام الفائدة بشهرين وحتى نهاية مدة التأجيل للقرض الأصلى . بمعدل ١٠٪ سنوياً .

إحسب :

١- جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل .

٢- معدل الإستثمار العام الذى حققه البنك من هذه العملية .

٥- إشترى أحد التجار بضاعة بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه ودفع نصف الثمن نقداً وإتفق مع المورد على سداد الباقى فى نهاية ١٨ شهراً على أن تسدد الفائدة المستحقة بصورة دورية فى نهاية كل شهرين بمعدل ١٠٪ سنوياً . فإذا علمت أنه قام بسداد أربعة فوائد دورية فقط فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بستة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على كافة المبالغ المتأخرة بمعدل ١٢٪ سنوياً . وفى نهاية مدة التأجيل قام التاجر بسداد نصف المستحق عليه فقط وطلب سداد الباقى بموجب ثلاث سندات إذنية النسبة بين قيمها الاسمية كنسبة ٣ : ٥ : ٧ وتستحق هذه السندات على التوالى بعد ٤ شهور ، ٦ شهور ، ٨ شهور فإذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة ١٤٪ سنوياً . إحسب القيمة الاسمية لكل سند .

٦- إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه من البنك بمعدل ٨٪ سنوياً . وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية ثلاث سنوات على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصوره دورية فى نهاية كل ٣ شهور فإذا قام المدين بسداد الفوائد الدورية

المستحقه عن السنة الأولى فى مواعيدها . طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الباقية وكذلك . القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بأربعة شهور وقدوافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على كافة المبالغ المتأخرة بمعدل ١٠٪ سنوياً . فإذا علمت أنه قام بسداد ربع المستحق عليه فقط فى نهاية مدة التأجيل وطلب سداد الباقى بموجب ستة أقساط متساويه من الأصل والفوائد معاً على أن يدفع القسط فى نهاية كل شهرين .

إحسب قيمة القسط المتساوى إذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة ١٢٪ سنوياً .

٧- فى ٢٠٠٧/١/١ كان أحد التجار مدنياً بالمبالغ الآتية :

١٠٠٠٠	ج	تستحق فى	٢٠٠٧/٥/١
١٥٠٠٠	ج	تستحق فى	٢٠٠٧/٧/١
٣٠٠٠٠	ج	تستحق فى	٢٠٠٧/١٠/١

وفى نفس التاريخ السابق إتفق على سداد هذه الديون كالآتى :

أ- سداد مبلغ ٥٠٠٠ ج نقداً .

ب- سداد القيمة الباقية بموجب سندين القيمة الاسمية للسند الأول ثلث القيمة الاسمية للسند الثانى ويستحق الأول بعد ٤ شهور والثانى بعد ٦ شهور .

وفى تاريخ إستحقاق السند الثانى إتفق على سداده بموجب أربعة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً على أن يسدد القسط فى نهاية كل شهرين . إحسب قيمة القسط المتساوى إذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى جميع التسويات السابقه ١٢٪ سنوياً .

٨- إقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه من البنك بمعدل ٩٪ سنوياً . وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية سنتين على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض فى نهاية كل ٤ شهور وبعد أن قام المدين بسداد الفوائد الدورية المستحقه عن السنه الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الباقية وكذلك القرض

الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بستة شهور وقد وافق البنك على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على القرض الأصلى بمعدل ١٠٪ سنوياً وعلى الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل ١٢٪ سنوياً . وفى نهاية مدة التأجيل طلب من البنك سداد ربع المستحق عليه فقط وسداد الباقى بموجب ثلاث سندات إذنيه نسبة القيمة الاسمية للسند الأول إلى القيمة الاسمية للسند الثانى كنسبة ٣ : ٢ ونسبة القيمة الاسمية للسند الثالث إلى القيمة الاسمية للسند الثانى كنسبة ٣ : ١ وتستحق هذه السندات على الترتيب بعد ٤ شهور ، ٥ شهور ، ٦ شهور .

إحسب القيمة الاسمية لكل سند إذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة ١٤٪ سنوياً .

وبفرض أنه عند إستحقاق قيمة السند الثالث لم يتمكن من السداد وطلب من البنك سداده بموجب خمسة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً . على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٣ شهور . إحسب قيمة القسط المتساوى إذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ١٥٪ سنوياً .

٩- إقترض شخص مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه من بنك الاسكندرية بمعدل ٨٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية ١٤ شهراً على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض بصورة دورية فى نهاية كل شهرين وبعد أن قام المدين بسداد الأربعة فوائد الدورية الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بأربعة شهور على أن يحسب البنك فوائد تأخير على القرض الأصلى بمعدل ٩٪ سنوياً وعلى الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل معين فإذا علمت أن جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل بلغت ١٦٠٨٠ جنيه إحسب معدل تأخير الفوائد الدورية المتأخرة .

١٠- فى ٢٠٠٧/١/١ إقترضت إحدى الشركات المبالغ الآتية :

١٥٠٠٠	جنيه	تستحق فى	٢٠٠٧/٥/١
٣٠٠٠٠	جنيه	تستحق فى	٢٠٠٧/٧/١
٥٠٠٠٠	جنيه	تستحق فى	٢٠٠٧/١٠/١

وفى ٢٠٠١/٢/١ إتفقت الشركة مع الدائن على سداد الديون السابقه بالطريقه الآتية :

أ- سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً .

ب- سداد القيمة الباقية بعد سداد المبلغ النقدى بموجب سندين القيمة الاسمية للسند الأول ربع القيمة الاسمية للسند الثانى ويستحق السند الأول بعد ٤ شهور والثانى بعد ٦ شهور

وفى تاريخ إستحقاق السند الثانى لم تتمكن الشركة من السداد وإتفقت على سداد هذا السند بموجب أربعة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً يسدد القسط فى نهاية كل ٣ شهور .

إحسب قيمة القسط المتساوى إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً .

١١- إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر بمعدل ٨٪ سنوياً وإتفق على سداد هذا القرض فى نهاية ٢١ شهراً على أن تسدد الفوائد المستحقه على هذا القرض فى نهاية كل ٣ شهور وبعد أن قام المدين بسداد الأربعة فوائد الدورية الأولى فى مواعيدها طلب من البنك تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية وكذلك القرض الأصلى إلى ما بعد نهاية مدة القرض بستة شهور وقد وافق على ذلك على أن يحسب فوائد تأخير على كافة المبالغ المتأخرة بمعدل ١٠٪ سنوياً . وفى نهاية مدة التأجيل طلب من البنك سداد المستحق عليه بموجب خمسة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً على أن يسدد القسط فى نهاية كل شهرين . إحسب قيمة القسط المتساوى إذا علمت أن معدل الفائدة الذى إستخدم فى التسوية الأخيرة ١٢٪ سنوياً.

١٢- إقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة بمعدل ١٢٪ سنوياً وإتفق مع البنك على سداد هذا القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٤ شهور خلال ثلاث سنوات .

إحسب قيمة القسط المتساوى والفوائد التى تحملها المدين وبفرض أن البنك قام باستثمار الاقساط المسددة بمعدل ١٤٪ سنوياً حتى نهاية مدة القرض . إحسب معدل الاستثمار العام .

١٣- إقترض شخص مبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه من بنك الاسكندرية وإتفق على سداد هذا القرض بموجب أقساط متساوية من الأصل فقط . خلال ٢٨ شهراً على أن يسدد القسط فى نهاية كل ٤ شهور بمعدل ١٢٪ سنوياً . وتسدد الفائدة على الرصيد المتبقى من القرض .

والمطلوب حساب :

١- قيمة القسط المتساوى .

٢- مجموع الفوائد .

٣- تصوير جدول إستهلاك القرض .

١٤- إشترى شخص بضاعه من أحد الموردين بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه وكان ذلك فى أول فبراير/ ٢٠٠٧ فإذا قام هذا الشخص بسداد الأقساط الآتية :

٣٠٠٠٠ جنيه فى ٢٠٠٧/٥/١

٤٠٠٠٠ جنيه فى ٢٠٠٧/٧/١

٢٠٠٠٠ جنيه فى ٢٠٠٧/٩/١

والمطلوب حساب الرصيد المستحق على هذا الشخص فى ٢٠٠٧/١١/١ إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ١٣٪ سنوياً .

١٥- إقترض شخص فى ٢٠٠٧/١/١ مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه من البنك وقد قام هذا الشخص بسداد المبالغ الآتية :

١٠٠٠٠ جنيه فى ٢٠٠٧/٣/١

٢٠٠٠٠ جنيه فى ٢٠٠٧/٤/١٢

إحسب الرصيد المستحق على هذا الشخص فى ٢٠٠٧/٥/١ إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة المستخدم ١٤٪ سنوياً .

الجزء الثانى

الفائدة المركبة

الفصل الأول : الفائدة والجملة بمعدل فائدة مركبة

الفصل الثاني : القيمة الحالية والخصم

الفصل الثالث : تسوية الديون

الفصل الرابع : جملة الدفعات السنوية المتساوية

الفصل الخامس : القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية

الفصل السادس : الدفعات غير السنوية المتساوية

الفصل السابع : التطبيقات العملية على الدفعات المتساوية

الفصل الثامن : طرق سداد القروض العادية.

الفصل التاسع : طرق سداد القروض السندية.

m

الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة :

سبق أن لاحظنا عند دراستنا للفائدة البسيطة Simple interest فى الجزء الأول من هذا الكتاب ، أن الفائدة البسيطة تُحْسب دائماً على أصل المبلغ ، أى أنها تظل ثابتة لكل وحدة زمن ، طالما لم يتغير أصل المبلغ ، أو معدل الفائدة .

أما فى حالة استخدام الفائدة المركبة Compound interest فإنه فى نهاية كل وحدة زمنية تضاف الفائدة المستحقة عنها إلى أصل المبلغ فى بدايتها ليحسب عليهما معاً الفائدة عن وحدة الزمن التالية .

وتجدر الإشارة إلى أن وحدة الزمن قد تكون سنة أو نصف سنة أو ربع سنة أو .....

والتعبير عن الفرق المشار إليه بين حساب الفائدتين البسيطة والمركبة يكون أكثر وضوحاً من خلال المثال التالى :

مثال: إحسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات وذلك بمعدل فائدة ١٢% سنوياً وذلك فى الحالتين :

١- إذا كانت الفائدة بسيطة .

٢- إذا كانت الفائدة مركبة .

الحـل

١- إذا كانت الفائدة بسيطة :

الفائدة البسيطة = المبلغ × المعدل × المدة

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ٣ = ٣٦٠٠ \text{ جنيه}$$

الجملة بفائدة بسيطة = المبلغ + الفائدة البسيطة

= ١٠٠٠٠ + ٣٦٠٠ = ١٣٦٠٠ جنيه

٢- إذا كانت الفائدة مركبة :

الفائدة عن أى سنة = المبلغ فى بداية السنة × المعدل × ١

الفائدة عن السنة الأولى $= ١٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١ = ١٢٠٠$

المبلغ فى بداية السنة الثانية= المبلغ فى بداية السنة الأولى + فائدة السنة الأولى

= ١٠٠٠٠ + ١٢٠٠ = ١١٢٠٠ جنيه

فائدة السنة الثانية $= ١١٢٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١ = ١٣٤٤$ **جنيه**

المبلغ فى بداية السنة الثالثة= المبلغ فى بداية السنة الثانية + فائدة السنة الثانية

= ١١٢٠٠ + ١٣٤٤ = ١٢٥٤٤ جنيه

فائدة السنة الثالثة $= ١٢٥٤٤ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١ = ١٥٠٥,٢٨$ **جنيه**

الجملة فى نهاية السنة الثالثة = المبلغ فى بداية السنة الثالثة + فائدة السنة الثالثة

= ١٢٥٤٤ + ١٥٠٥,٢٨ = ١٤٠٤٩,٢٨ جنيه

\ الجملة بفائدة مركبة = ١٤٠٤٩,٢٨ جنيه

الفائدة المركبة = الجملة بفائدة مركبة - أصل المبلغ

= ١٤٠٤٩,٢٨ - ١٠٠٠٠

= ٤٠٤٩,٢٨ جنيه

ويلاحظ من المثال السابق ما يلى :

١- أن الفائدة البسيطة عن السنوات الثلاثة ٣٦٠٠ جنيه وهى موزعة بالتساوى بين السنوات الثلاثة على أساس أن فائدة كل سنة = ١٢٠٠ جنيـــه، بينمـــا الفائدة المركبة تختلف من سنة لأخرى وفى تزايد مستمر نظراً لتزايد المبلغ من سنة لأخرى .

٢- أن الفائدة المركبة عن السنة الأولى = الفائدة البـسيطة عـن أى سـنة = ١٢٠٠جنيه ، نظـراً لتساوى أصل المبلغ المحسوب على أساسه الفائدتين، ثم تتزايـد الفائدة المركبة بزيادة أصل المبلغ نتيجة إضافة الفائـدة عليـه، فتصل الفائدة المركبة عن السنة الثانية إلى ١٣٤٤ جنيه، وعن السنة الثالثة إلى ١٥٠٥,٢٨ جنيه .

الفصل الأول

الفائدة والجملة بمعدل فائدة مركبة

الفصل الأول

الفائدة والجملة بمعدل فائدة مركبة

القانون الأساسى لحساب الفائدة والجملة لمبلغ بمعدل فائدة مركبة :

بفرض أن أصل المبلغ = أ ومعدل الفائدة المركبة = ع والمدة = ن

\ الفائدة عـــن السنـــة الأولـــى = أ × ع × ١

جملة المبلغ فى نهاية السنـــة الأولـــى = أ + ف

= أ + أ × ع × ١ = أ (١ + ع)

الفائدة عـــن السنـــة الثانيـــة = أ (١ + ع) × ع × ١

الجملة فى نهاية السنة الثانيـــــة = أ (١ + ع) + أ (١ + ع) × ع

= أ (١ + ع) (١ + ع) = أ (١ + ع)^{٢}

الفائـــــدة عـــــن السنة الثالثـــة = أ (١ + ع)^{٢} × ع × ١

الجملـــــة فـــــى نهاية السنة الثالثـــة = أ (١ + ع)^{٢} + أ (١ + ع)^{٢} × ع

= أ (١ + ع)^{٢} (١ + ع) = أ (١ + ع)^{٣}

وبالمثل الجملة فى نهاية السنة العاشرة = أ (١ + ع)^{١٠}

الجملة فى نهاية السنة (ن) = أ (١ + ع)^{ن}

أى أن قانون الجملة (جـ) لمبلغ (أ) بمعدل فائدة مركبة (ع) ولمدة (ن) هو :

$$جـ = أ (١ + ع)^{ن}$$

مع ملاحظة أن تتساوى وحدة الزمن لكل من ع ، ن بمعنى أنه إذا كان المعدل سنوى فإن (ن) لابد أن تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل نصف سنوى فإن (ن) تكون وحدات زمنية نصف سنوية وهكذا ...

والقيمة $(١ + ع)^{ن}$ يطلق عليها جملة وحدة النقود (الجنيه) بمعدل ع ولمدة (ن)

وفائدة وحدة النقود هى $(١ + ع)^{ن} - ١$

\ **الفائدة المركبة لمبلغ (أ) بمعدل ع ولمدة ن :**

$$\text{ف} = \text{أ} \left\{ (١ + \text{ع})^{\text{ن}} - ١ \right\}$$

أو

$$\text{ف} = \text{جـ} - \text{أ}$$

وهناك طرق عديدة للحصول على القيمة $(١ + ع)^{ن}$ من أهمها :

١– استخدام نظرية ذات الحدين :

من خلال تطبيق نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك :

$$(\text{س} + \text{ص})^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{ن}} + \text{ن}\,\text{س}^{\text{ن}-١}\,\text{ص} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)}{٢ \times ١}\,\text{س}^{\text{ن}-٢}\,\text{ص}^{٢} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)(\text{ن}-٢)}{٣ \times ٢ \times ١}\,\text{س}^{\text{ن}-٣}\,\text{ص}^{٣} + \cdots + \text{ص}^{\text{ن}}$$

وبالمثل

$$(١ + \text{س})^{\text{ن}} = ١ + \text{ن}\,\text{س} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)}{٢ \times ١}\,\text{س}^{٢} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)(\text{ن}-٢)}{٣ \times ٢ \times ١}\,\text{س}^{٣} + \cdots + \text{س}^{\text{ن}}$$

فمثلاً $(١+٠,١٥)^{٤} =$

$$١+٤(٠,١٥)+\frac{٤\times٣}{٢\times١}(٠,١٥)^{٢}+\frac{٤\times٣\times٢}{٣\times٢\times١}(٠,١٥)^{٣}+(٠,١٥)^{٤}$$

$$= ١ + ٠,٦٠ + ٠,١٣٥ + ٠,٠١٣٥ + ٠,٠٠٠٥٠٦٢٥$$

$$(١+٠,١٥)^{٤} = ١,٧٤٩٠٠٦٢٥$$

ويلاحظ صعوبة استخدام هذه الطريقة خاصة إذا كانت (ن) رقماً كبيراً، كما يستحيل استخدامها إذا كانت (ن) تتضمن كسراً.

٢- استخدام اللوغاريتمات :

∵ لو $س^{ن}$ = ن لو س

فإن لو $(١+ع)^{ن}$ = ن لو (١ + ع)

∴ لو $(١ + ٠,١٥)^{٤}$ = ٤ لو ١,١٥

والقيمة لو ١,١٥ نحصل عليها إما من خلال جداول اللوغاريتمات أو باستخدام الآلة الحاسبة .

ونظراً لعدم منطقية توفير جداول خاصة بلوغاريتمات الأعداد وجداول الأعداد المقابلة للوغاريتمات، ومع توافر الآلات الحاسبة فإننا نحصل على قيمة اللوغاريتم من خلال الآلة الحاسبة ، بأن ندخل القيمة ١,١٥ ثم نضغط على زر [Log] أو العكس نضغط على زر [Log] ثم ندخل ١,١٥ حسب نوع الآلة الحاسبة.

لو $(١ + ٠,١٥)^{٤}$ = ٤ × ٠,٠٦٠٦٩٨٧

لو $(١ + ٠,١٥)^{٤}$ = ٠,٢٤٢٧٩١٢

ولإيجاد قيمة (١ + ٠,١٥)^{٤} نوجد العدد المقابل للوغاريتم بالطرف الأيسر وذلك بإدخال القيمة ٠,٢٤٢٧٩١٢ ثم الضغط على زر [10^x] (أو زر .[Inv] أو ما شابه ثم زر [Log])

∴ (١ + ٠,١٥)^{٤} = ١,٧٤٩٠٠٦٢٥

٣- استخدام الجداول المالية :

يتم إعداد جداول مالية للحصول على القيمة (١+ع)^{ن} وغيرها من الدوال الرياضية المرتبطة بالرياضة المالية والتى سنتعرف عليها تباعاً.

ولأنه ليس من المعقول أن يتم إعداد جدول لكل معدلات الفائدة الممكنة ولكل المدد الممكنة فإن إعداد الجداول المالية يتم وفق منظور معين وفى حدود معينة لمعدلات الفائدة ولمدى معين من وحدات الزمن . وبالتالى فإن استخدامها لا يكون مفيدا إلا إذا كانت المدة والمعدل موجودين صراحة فى الجدول وهو لا يتوافر فى كثير من المعاملات المالية التى سوف نتعرض لها.

٤- استخدام الآلة الحاسبة :

لا شك أن استخدام الآلة الحاسبة أكثر مرونة فى التفاعل مع المشكلات المختلفة والتى جعلت استخدام الجداول المالية شكلاً مقيداً للقدرة على تناول مختلف أشكال العلاقات الرياضية.

إن الحصول على قيمة (١ + ٠,١٥)^{٤} مثلاً باستخدام الآلة الحاسبة يتم كما يلى :

ندخل القيمة ١,١٥ ثم نضغط على زر [^] أو [x^y] أو [y^x]
ثم ندخل الرقم ٤ ثم نضغط زر [=] نحصل على القيمة ١,٧٤٩٠٠٦٢٥

مع ملاحظة أن العملية [x^y] أو [y^x] فى بعض الآلات الحاسبة لا تتم بشكل مباشر بمعنى أنها لا تكون مكتوبة على زر خاص بها بل توجد أعلى أو أسفل زر آخر مثل الزر الخاص بعملية الضرب [×].

ولما كان الضغط على الزر [×] يعطى عملية الضرب فإن تنفيذ العملية الأخرى الخاصة بالأس أى [x^y] لابد من الضغط على الزر [Inv] أو [shift] أو [2ndf] حُسب نوع الآلة قبل الضغط على زر [×] وفى مثل هذه الأحوال تتم العملية كما يلى :

ندخل القيمة ١,١٥ ثم نضغط على زر [Inv] أو ما شابه ثم نضغط على الزر [x^y] ثم ندخل الرقم ٤ ثم نضغط على زر [=] نحصل على القيمة ١,٧٤٩٠٠٦٢٥ .

معدلات التزايد (النمو) والتناقص (الاستهلاك) :

يُستخدم قانون جملة وحدة النقود بفائدة مركبة (١+ع)^{ن} فى تطبيقات عديدة مثل إحصاءات السكان وإعداد الحسابات والأعمال التجارية ، وإذا كان الحديث عن معدل نمو ثابت أو معدل تزايد ثابت استخدمنا القانون بنفس صورته أى (١ + ع)^{ن} بينما فى حالة الحديث عن معدل تناقص أو استهلاك نعدل شكل القانون إلى (١ - ع)^{ن} كما يتضح من المثالين التاليين :

مثـال :إذا كان عدد سكان بلد ما يتزايد بمعدل ٢% سنوياً ، فإذا علمت أن عدد سكان هذا البلد فى منتصف عام ١٩٩٥ يبلغ ١٥ مليون نسمة ، ما هو عدد السكان المتوقع فى منتصف سنة ٢٠٠٠ .

الحــل

معدل التزايد ع =٢ %

المدة من منتصف ١٩٩٥ حتى منتصف ٢٠٠٠ ن = ٥

عدد السكان فى بداية المدة أ = ١٥ مليون نسمة

عدد السكان فى نهاية المدة جـــ = ؟

عدد السكان فى سنة ٢٠٠٠ = أ (١ + ع)^ن

= ١٥ (١ + ٠,٠٢)^٥

= ١٥ × ١,١٠٤٠٨١

= ١٦,٥٦١٢١٥ مليون نسمة

مثــال : آلة ثمن شراؤها ١٠٠٠٠٠ جنيه وتستهلك بمعدل ١٥% سنوياً ، احسب القيمة الدفترية لهذه الآلة فى نهاية ٥ سنوات من تاريخ الشراء.

الحــل

ثمن شراء الآلة أ = ١٠٠٠٠٠

معدل استهلاك ع = ١٥% ن = ٥ القيمة الدفترية جـــ=؟

القيمة الدفترية للآلة = أ (١ - ع)^ن

= ١٠٠٠٠٠ (١ - ٠,١٥)^٥

= ١٠٠٠٠٠ (٠,٨٥)^٥

= ١٠٠٠٠٠ × ٠,٤٤٣٧٠٥٣

= ٤٤٣٧٠,٥٣ جنيه

وسوف نتناول من خلال الأمثلة التالية كيفية إيجاد قيمة أى مجهول فى معادلة حساب جملة مبلغ بمعدل فائدة مركبة.

مثال (١) : احسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بمعدل ١٢% سنوياً وذلك فى نهاية ٥ سنوات .

الحـــل

أ = ١٠٠٠٠ ع = ١٢% ن = ٥ جـــ = ؟ ف= ؟

جـــ = أ (١+ع)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١+٠,١٢)^{٥}

ندخل القيمة ١,١٢ ثم نضغط على زر x^y ثم ندخل القيمة ٥ ثم نضغط زر =

\ جـــ = ١٠٠٠٠ × ١,٧٦٢٣٤٢

= ١٧٦٢٣,٤٢ جنيه

ف = جـــ - أ = ٧٦٢٣,٤٢ جنيه

مثـــال (٢) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة مركبة ٩% سنوياً وذلك لمدة ٥ سنوات و٣ شهور و ١٠ أيام . إحسب جملة ما له في البنك والفائدة المستحقة له في نهاية المدة .

الحـــل

سنوات شهور أيام

أ = ١٠٠٠٠ ع = ٩% ن = ٥ ٣ ١٠ جـــ = ؟ ف= ؟

نحول كسر المدة إلى كسر عشرى ن = ٥ + $\frac{٣}{١٢}$ + $\frac{١٠}{٣٦٥}$

= ٥ + ٠,٢٥ + ٠,٠٣ = ٥,٢٨

جـ = أ (١+ع)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١+٠,٠٩)^{٥,٢٨}

ندخل القيمة ١,٠٩ ثم نضغط على x^y ثم ندخل القيمة ٥,٢٧٧ ثم نضغط =

\ جـ = ١٠٠٠٠ × ١,٥٧٦٢٠٢

= ١٥٧٦٢,٠٢ جنيه

ف = جـ - أ = ٥٧٦٢,٠٢ جنيه

مثال (٣) : احسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ١١,٣% سنوياً وذلك في نهاية ٨ سنوات .

الحـل

أ = ١٠٠٠٠ ع = ١١,٣% ن = ٨ جـ = ؟ ف = ؟

جـ = أ (١+ع)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١+٠,١١٣)^{٨}

ندخل القيمة ١,١١٣ ثم نضغط على x^y ثم ندخل القيمة ٨ ثم نضغط =

\ جـ = ١٠٠٠٠ × ٢,٣٥٤٨٣٩

= ٢٣٥٤٨,٣٩ جنيه

ف = جـ - أ = ١٣٥٤٨,٣٩ جنيه

مثال (٤) : احسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه مودع فى أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٩,٢% سنوياً وذلك لمدة ٣ سنوات و ٨ شهور و٧أيام.

الحل

سنوات شهور أيام

أ = ١٠٠٠٠ ع = ٩,٢% ن = ٣ ٨ ٧ جـ = ؟ ف = ؟

نحول كسر المدة إلى كسر عشرى = ٣ + $\frac{٨}{١٢}$ + $\frac{٧}{٣٦٥}$

= ٣ + ٠,٦٧ + ٠,٠٢ = ٣,٦٩

جـ = أ (١+ع)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٩٢)^{٣,٦٩}

ندخل القيمة ١,٠٩٢ ثم نضغط $\boxed{x^y}$ ثم ندخل القيمة ٣,٦٩ ثم نضغط $\boxed{=}$

\ جـ = ١٠٠٠٠ × ١,٣٨٣٦٩٩

= ١٣٨٣٦,٩٩ جنيه

ف = جـ - أ = ٣٨٣٦,٩٩ جنيه

مثال (٥) : أودع شخص فى بنك مبلغاً ما وذلك بمعدل فائدة مركبة ١٢ % سنوياً وبعد ٨ سنوات وجد أن جملة ماله فى البنك بلغت ٢٤٧٥٩,٦٣ جنيه احسب أصل المبلغ.

الحل

ع = ١٢% ن = ٨ جـ = ٢٤٧٥٩,٦٣ أ = ؟

جـ = أ (١+ع)^{ن}

٢٤٧٥٩,٦٣ = أ (١+٠,١٢)^{٨}

ندخل القيمة ١,١٢ ثم نضغط x^y ثم ندخل القيمة ٨ ثم نضغط =

٢٤٧٥٩,٦٣ = أ × ٢,٤٧٥٩٦٣

أ = $\frac{٢٤٧٥٩,٦٣}{٢,٤٨٧٥٩٦٣}$ = ١٠٠٠٠ جنيه

مثال(٦) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة مركبة ٧ %سنوياً وبعد مدة معينة وجد أن الفائدة المستحقة له بلغت ٩٦٧١,٥١ جنيه. احسب مدة إيداع المبلغ .

الحــل

أ = ١٠٠٠٠ ع = ٧% ف = ٩٦٧١,٥١ ن = ؟

جـ = أ + ف = ١٩٦٧١,٥١

جـ = أ (١+ع)^{ن}

١٩٦٧١,٥١ = ١٠٠٠٠ (١+٠,٠٧)^{ن}

(١+٠,٠٧)^{ن} = ١,٩٦٧١٥١ بأخذ لوغاريتم الطرفين

ن لو ١,٠٧ = لو ١,٩٦٧١٥١

ن = $\frac{\text{لو } ١,٩٦٧١٥١}{\text{لو } ١,٠٧}$ = $\frac{٠,٢٩٣٨٤}{٠,٠٢٩٣٨٤}$ = ١٠ سنوات

مثال (٧) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٨ % سنوياً وبعد مدة معينة وجد أن جملة ماله فى البنك بلغت ٣٥٠٠٠ جنيه. إحسب مدة إيداع المبلغ .

الحـل

أ = ١٠٠٠٠ ع = ٨% جـ = ٣٥٠٠٠ ن = ؟

جـ = أ (١+ع)^{ن}

٣٥٠٠٠ = ١٠٠٠٠ (١+٠,٠٨)^{ن}

(١+٠,٠٨)^{ن} = ٣,٥ بأخذ لوغاريتم الطرفين

ن لو ١,٠٨ = لو ٣,٥

$$ن = \frac{لو\ ٣,٥}{لو\ ١,٠٨} = \frac{٠,٥٤٤٠٦٨}{٠,٠٣٣٤٢٤} = ١٦,٢٨\ سنة$$

٠,٢٨ × ١٢ = ٣,٣٦ شهر

٠,٣٦ × ٣٠ = ١٠,٨ = ١١ يوم

يوم شهر سنة

\ مدة الإيداع = ١١ ٣ ١٦

مثال (٨) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات وفى نهاية المدة وجد أن جملة ما له فى البنك بلغت ١٦٨٥٠,٥٨ جنيه أوجد معدل الفائدة المركبة المستخدم .

الحـل

أ = ١٠٠٠٠ ن = ٥ **جـ** = ١٦٨٥٠,٥٨ ع = ؟

جـ = أ (١+ع)^{ن}

١٦٨٥٠,٥٨ = ١٠٠٠٠ (١+ع)^{٥}

(١+ع)^{٥} = ١,٦٨٥٠٥٨ **وبأخذ لوغاريتم الطرفين**

٥ لو (١+ع) = لو ١,٦٨٥٠٥٨

لو (١+ع) = $\frac{\text{لو ١,٦٨٥٠٥٨}}{٥}$ = $\frac{٠,٢٢٦٦١٥}{٥}$ = ٠,٠٤٥٣٢٣

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم للطــرف الأيــسر نقــوم بإدخــال القيمــة ٠,٠٤٥٣٢٣ ثم نضغط على 10^x (أو Inv أو Shift ثم Log).

\ ١ + ع = ١,١١

ع = ١,١١ - ١ = ١١%

ملحوظة : يمكن إيجاد قيمة ع بطريقة الأسس بدلاً من اللوغاريتمــات كمــا يلى:-

(١ + ع)^{٥} = ١,٦٨٥٠٥٨ **بضرب أس الطرفين** × $\frac{١}{٥}$

١ + ع = (١,٦٨٥٠٥٨)$^{\frac{١}{٥}}$

١ + ع = ١,١١

ع = ١,١١ – ١ = ١١%

مثـــال (٩) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ وذلك لمدة ٤ سنوات ، وفى نهاية المدة وجد أن جملة ما له فى البنك بلغت ١٨٠٠٠ جنيه أوجـد معدل الفائدة المركبة المستخدم .

الحــل

أ = ١٠٠٠٠ ن = ٤ جـ = ١٨٠٠٠ ع = ؟

جـ = أ (١+ع)^ن

١٨٠٠٠ = ١٠٠٠٠ (١+ع)^٤

(١+ع)^٤ = ١,٨ وبأخذ لوغاريتم الطرفين

٤ لو (١+ع) = لو ١,٨

$$\text{لو } (1+ع) = \frac{\text{لو } 1,8}{4} = \frac{0,2552725}{4} = 0,063818$$

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم ندخل القيمة ٠,٠٦٣٨١٨ ثم نـضغط علـى 10^x (أو Inv أو Shift ثم .Log).

∴ ١ + ع = ١,١٥٨٣

ع = ١,١٥٨٣ - ١ = ٠,١٥٨٣ = ١٥,٨٣%

حل آخر:-

(١ + ع)^٤ = ١,٨ بضرب أس الطرفين × $\frac{1}{4}$

١ + ع = $(1,8)^{\frac{1}{4}}$

١ + ع = ١,١٥٨٣

ع = ١,١٥٨٣ – ١ = ١٥,٨٣%

المعدل الحقيقى Effective rate والمعدل الاسمي Nominal rate:

المعدل الحقيقى :

هو المعدل الذى يتفق زمنه مع زمن إضافة الفائـــدة المركبـــة إلـــى الأصل فى نهاية كل فترة زمنية . وهو إما أن يكون معدل حقيقـــى ســـنوى ويرمز له بالرمز (ع) مثل كل معدلات الفائدة الموجودة بالأمثلة السابقة، أو يكون معدل حقيقى غير سنوى ويرمز له بالرمز (ع)َسواء كان لفتـــرات زمنية أكبر من سنة (لكل ســـنة ونـــصف ، لكـــل ســـنتين ، لكـــل ثـــلاث سنوات....) . أو كان لفترات زمنية أقل من سنة (نصف ســـنوى - ثلـــث سنوى - ربع سنوى - شهرى ..) .

ويلاحظ أن المعدل الحقيقى إما أن يُـــذْكر معه زمن إضافة الفائـــدة وتكون متفقة مع زمن المعدل أو لا يُـــذْكر زمن الإضافة ويفهم ضمنياً أنهـــا تتفق مع زمن المعدل وغالباً لا يُـــذْكر زمن إضافة الفائدة مـــع المعـــدلات الحقيقية.

وسواء ذُكر أن معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً ، أو ١٢% سنوياً والفائدة تضاف سنوياً أو مرة واحدة فى السنة ، فـــالمعنى واحـــد وهـــو أن المعدل حقيقى سنوى ع = ١٢% ومن أمثلة المعدلات الحقيقية غير السنوية ما يلى :

* معدل الفائدة المركبة النصف سنوى ٨% ، الثلث ســـنوى ٦% ، الربـــع سنوى ٤% ، الشهرى ١% .... وهكذا .

* معدل الفائدة المركبة ١٨% لكل سنة ونصف ، ٢٠% لكل سنتين ، ٢٤% لكل ثلاث سنوات ،... وهكذا .

وكلها معدلات حقيقية حيث لم يُـــذْكر زمن لإضافة الفائدة يخـــالف زمن المعدل ولما كان زمن المعدلات السابقة غير سنوية فإننا نرمـــز لهـــا بالرمز (عَ).

وسواء كان المعدل حقيقى سنوى (ع) أو حقيقى غير سنوى ($\bar{ع}$) فإنه يُسْتخدم فى الحل مباشرة مع ملاحظة أنه عند استخدام معدل حقيقى غير سنوى ($\bar{ع}$) لابد أن تُعَّدل المدة (ن) إلى مدة تتفق مع زمن المعدل ونرمز لها بالرمز ($\bar{ن}$) حيث $\bar{ن}$ = ن × م

حيث م هى عدد مرات حساب الفائدة خلال السنة الواحدة

$$م = \frac{١٢}{\text{زمن المعدل } (\bar{ع}) \text{ أى زمن إضافة الفائدة}}$$

ومعنى ذلك أن قانون جملة مبلغ بمعدل فائدة مركبة ، إما أن يكون فى صورة :

جـ = أ $(١+ع)^{ن}$ للمعدل الحقيقى السنوى

أو جـ = أ $(١+\bar{ع})^{ن`}$ للمعدل الحقيقى غير السنوى

العلاقة بين معدل الفائدة الحقيقى السنوى (ع) ومعدل الفائدة الحقيقى غير السنوى ($\bar{ع}$)

لإيجاد العلاقة بين المعدلين لابد من مساواة جملة الجنيه باستخدام المعدلين وعن نفس المدة :

$(١+ع)^{ن} = (١+\bar{ع})^{ن`}$ **حيث ن` = ن × م**

وبفرض أن (ن) = ١

$١ + ع = (١+\bar{ع})^{م}$

$$ع = (١+\bar{ع})^{م} - ١$$

وحيث أن $(١+ع) = (١ + \bar{ع})^{م}$ فإنه بضرب أس الطرفين × $\frac{١}{م}$ نحصل على:

$$(1+ع)^{\frac{1}{م}} = 1 + ع`$$

$$ع` = (1+ع)^{\frac{1}{م}} - 1$$

مثـال (١٠) :احسب معدل الفائدة المركبة الحقيقى السنوى الذى يقابل معـــدل ثلث سنوى ٥% .

الحـل

ع` = ٥%   م = ٣   ع = ؟

$$ع = (1 + ع`)^{م} - 1$$

$$= (1+0.05)^{3} - 1$$

$$= 1.157625 - 1$$

$$= 0.157625 = 15.7625\ \%$$

ومعنى ذلك أن استخدام معدل سنوى ١٥,٧٦٢٥% يعطي نفس نتيجة استخدام معدل ثلث سنوى ٥% .

مثـــال (١١) : احسب معدل الفائدة المركبة الربع سنوى الذى يقابـــل معـــدل حقيقى سنوى ١٢%.

الحـل

ع = ١٢%　　　　ع` = ؟　　　　م = ٤

$$ع` = (١+ع)^{\frac{١}{٤}} - ١$$

$$= (١+٠,١٢)^{\frac{١}{٤}} - ١$$

$$= ١,٠٢٨٧ - ١$$

$$= ٠,٠٢٨٧ = ٢,٨٧\%$$

أى أن استخدام معدل ربع سنوى ٢,٨٧% يعطى نفس نتيجة استخدام معدل سنوى ١٢% (قد ينتج فروق قليلة جداً بسبب تقريب المعـــدل الربـــع سنوى)

المعدل الاسمى :

هو المعدل الذى لا يتفق زمنه مع زمن إضافة الفائدة إلى الأصل فى نهاية كل وحدة زمنية ويرمز له بالرمز $ع_م$ وهو لا يُستخدم فى إيجاد قيمـــة الـــدوال الرياضية بل نكون أمام خيـــارين إمـــا أن نحـــول $ع_م$ إلـــى ع أو نحــــول $ع_م$ إلى $\overline{ع}$ ومن ثم نحول ن إلى $\overline{ن}$ كما سبق .

ومن أمثلة المعدل الاسمى:

* معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً والفائدة تضاف كل ٦ شهور (أو مرتين فى السنة) أو تضاف كل ٤ شهور (٣ مرات فى السنة) أو تضاف كل ٣ شهور (٤ مرات فى السنة) أو تضاف شهرياً (١٢ مرة فى السنة) أو تضاف كل شهرين (٦ مرات فى السنة)..وهكذا .

* معدل الفائدة المركبة النصف سنوى ٨% والفائدة تضاف كل ٣ شهور

* معدل الفائدة المركبة ١٦% لكل سنة ونصف والفائدة تضاف سنوياً .

* معدل الفائدة المركبة ٢٤% لكل سنتين والفائدة تضاف كل ٦ شهور وهكذا.

وبصرف النظر عن زمن إضافة الفائدة ، فإن المعدل الاسمي ($ع_م$) إما أن يكون سنوى أو غير سنوى .

العلاقة بين $ع_م$ ، ع :

بمساواة جملة وحدة النقود فى نهاية سنة باستخدام معدل حقيقى سنوى (ع) ومعدل إسمي ($ع_م$) تضاف الفائدة بمقتضاه إلى الأصل (م) من المرات فى السنة وتحسب الفائدة عن كل فترة بمعدل $\frac{ع_م}{م}$ حيث مـــ = م إذا كان المعدل الاسمي سنوى ، مـــ ≠ م إذا كان المعدل الاسمي غير سنوى .

وقد سبق أن عرفنا أن م = $\frac{١٢}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$

بينما مـ = $\dfrac{\text{زمن المعدل الإسمي}}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$

$$\therefore \; (1+\text{ع}) = \left(1 + \frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{مـ}}\right)^{\text{م}}$$

$$\boxed{\therefore \; \text{ع} = \left(1 + \frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{مـ}}\right)^{\text{م}} - 1}$$

وبضرب أس الطرفين في العلاقة السابقة × $\dfrac{1}{\text{م}}$ **نحصل على :**

$$\therefore \; (1+\text{ع})^{\frac{1}{\text{م}}} = 1 + \frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{مـ}}$$

$$\frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{مـ}} = (1+\text{ع})^{\frac{1}{\text{م}}} - 1$$

$$\boxed{\text{ع}_{\text{م}} = \text{مـ} \left[(1+\text{ع})^{\frac{1}{\text{م}}} - 1\right]}$$

والعلاقتان السابقتان صحيحتان مهما كان زمن المعدل الاسمي (سنوى أو غير سنوى) مع مراعاة الدقة فى حساب كل من مـ ، م والتأكد من تساويهما إذا كان المعدل الاسمي سنوى وعدم تساويهما إذا كان المعدل الاسمي غير سنوى .

والأمثلة التالية توضح كيفية تحويل المعدل الاسمي $\text{ع}_{\text{م}}$ إلى معدل حقيقى سنوى ع والعكس.

مثـــال (١٢): احسب المعدل الحقيقى السنوى الذى يقابل معدل إسمي سنوى ١٢% تضاف الفائدة بمقتضاه كل ٦ شهور .

الحــل

$ع_م = ١٢\%$ $\quad م = \frac{١٢}{٦} = ٢ \quad مـــ = \frac{١٢}{٦} = ٢ \quad ع = ؟$

$ع = (١ + \frac{ع_م}{م})^م - ١$ **لاحظ أن مـــ = م** **لأن $ع_م$ سنوى**

$= (١ + \frac{٠,١٢}{٢})^٢ - ١$

$= (١ + ٠,٦)^٢ - ١$

$= ١,١٢٣٦ - ١$

$ع = ١٢,٣٦\%$

مثـــال (١٣) : إحسب المعدل الحقيقى السنوى الذى يقابل معدل إسمي ١٥% لكل سنة ونصف والفائدة تضاف بمقتضاه كل ٦ شهور .

الحــل

$ع_م = ١٥\%$ $\quad م = \frac{١٢}{٦} = ٢ \quad مـــ = \frac{١٨}{٦} = ٣ \quad ع = ؟$

$ع = (1 + \frac{ع_م}{م})^م - 1$ **لاحظ أن مــ $\ne$ م** **لأن ع$_م$ سنوى**

$= (1 + \frac{0,15}{3})^2 - 1$

$= (1 + 0,05)^2 - 1$

$= 1,1025 - 1$

$ع = 10,25\%$

مثــال (١٤) : إحسب المعدل الإسمي السنوى والذى تضاف الفائدة بمقتضاه إلى الأصل ٣ مرات سنوياً الذى يقابل معدل حقيقى سنوى ١٢%.

الحــل

$ع = 12\%$ $م = 3$ $ع_م = ؟$

$ع_م = مــ [(1+ع)^{\frac{1}{م}} - 1]$ **مــ = م لأن ع$_م$ سنوى**

$= 3 [(1+0,12)^{\frac{1}{3}} - 1)]$

$= 3 (1,0385 - 1)$

$= 3 (0,0385) = 0,1155$ $ع_م = 11,55\%$

مثـــال (١٥) : إحسب المعدل الإسمي لكل سنتين والذى تضاف الفائدة بمقتضاه كل ٤ شهور والذى يقابل معدل حقيقي سنوى ١٦% .

الحــل

$ع = ١٦\%$ $\quad$ $م = \frac{١٢}{٤} = ٣$ $\quad$ $مـ = \frac{٢٤}{٤} = ٦$ $\quad$ $ع_م = ؟$

$ع_م = مـ [(١ + ع)^{\frac{١}{م}} - ١]$ $\quad$ **مـ ≠ م لأن $ع_م$ غير سنوى**

$= ٦ \, (١ + ٠,١٦)^{\frac{١}{٣}} - ١)$

$= ٦ \, (١,٠٥٠٧ - ١)$

$= ٦ \, (٠,٠٥٠٧)$

$= ٠,٣٠٤٢$ $\quad$ $ع_م = ٣٠,٤٢\%$

العلاقة بين $ع_م$ ، $\bar{ع}$:

من العلاقات السابقة يمكن أن نستنتج أن العلاقة بين $ع_م$ ، $\bar{ع}$ مهما كان زمن $ع_م$ كما يلى :

$\bar{ع} = \frac{ع_م}{مـ}$ $\quad$ **حيث** $مـ = \frac{\text{زمن المعدل الإسمي}}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$

ومن ثم تحول ن إلى $\bar{ن}$ وفقاً للعلاقة السابق الإشارة إليها :

$$\bar{ن} = ن \times م \qquad \text{حيث } م = \frac{١٢}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$$

ومن ثم يجد القارئ أن تحويل المعدل الإسمي مهما كان زمنه إلى معدل حقيقى ($\bar{ع}$) زمنه = زمن إضافة الفائدة أسهل كثيراً من تحويل ($ع_م$) إلى (ع) وهو ما سنتبعه فى الحل بصفة مستمرة كما يتضح من الأمثلة التالية :

مثــال (١٦) : إحسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وذلك فى نهاية ٥ سنوات فى الحالات التالية :

١- معدل الفائدة المركبة ٦% نصف سنوى والفائدة تضاف كل ٣ شهور .

الحــل

المعدل إسمي غير سنوى $ع_م = ٦\% \quad مـ = \frac{\text{زمن المعدل الإسمي}}{\text{زمن إضافة الفائدة}} = \frac{٦}{٣} = ٢$

يحول إلى ع` حيث ع` = $\frac{ع_م}{مـ} = \frac{٦\%}{٢} = ٣\%$ **وبالتالى تحول ن إلى ن`**

حيث ن` = ن × م $م = \frac{١٢}{\text{زمن إضافة الفائدة}} = \frac{١٢}{٣} = ٤$

\ ن` = ٥ × ٤ = ٢٠ وحدة زمن

جـــ = أ (١ + ع` )$^{ن`}$

= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)^{٢٠}

= ١٠٠٠٠ × ١,٨٠٦١١١

= ١٨٠٦١,١١

ف = جـــ - أ

= ٨٠٦١,١١

٢ - معدل الفائدة المركبة ١٤% سنوياً والفائدة تضاف كل سنة ونصف.

المعدل إسمي سنوى $ع_م$ = ١٤% مـــ = $\frac{١٢}{١٨}$ = $\frac{٢}{٣}$

يحول إلى ع` = $\frac{ع_م}{مـ}$ = $\frac{١٤\%}{\frac{٢}{٣}}$ =٢١%

، ن إلى ن` = ن × م حيث م = $\frac{١٢}{١٨}$ = $\frac{٢}{٣}$

لاحظ أن مـــ = م لأن $ع_م$ سنوى

ن` = ٥ × $\frac{٢}{٣}$ = ٣,٣٣٣ وحدة زمن

جـــ = أ (١ + ع` )$^{ن`}$

$= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٢١)^{٣,٣٣٣}$

$= ١٠٠٠٠ \times ١,٨٨٧٦٥٩$

= ١٨٨٧٦,٥٩ **جنيه**

ف = ٨٨٧٦,٥٩ **جنيه**

٣- معدل الفائدة المركبة ١٨% لكل سنة ونصف والفائدة تضاف مرتين فى السنة :

المعدل إسمي غير سنوى $ع_م$ = ١٨% **مـ** = $\frac{١٨}{٦}$ = ٣

لاحظ أن زمن إضافة الفائدة = ٦ شهور

يحول $ع_م$ **إلى** $ع^{`}$ = $\frac{ع_م}{مـ}$ = $\frac{١٨\%}{٣}$ = ٦%

، ن إلى $ن^{`}$ = ن × م **حيث** م = $\frac{١٢}{٦}$ = ٢

$ن^{`}$ = ٥ × ٢ = ١٠ وحدات زمنية

جـ $= أ (١ + ع^{`})^{ن^{`}}$

جـ $= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{١٠}$

جـ $= ١٠٠٠٠ \times ١,٧٩٠٨٤٨$

= ١٧٩٠٨,٤٨

ف = ٧٩٠٨,٤٨

٤ - معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً والفائدة تضاف كل سنتين :

المعدل إسمي سنوى $ع_م$ = ١٢% **مـ** = $\frac{١٢}{٢٤}$ = $\frac{١}{٢}$

يحول عم إلى ع` = $\frac{\text{عم}}{\text{مـ}}$ = $\frac{١٢\%}{\frac{١}{٢}}$ = ٢٤%

وكذلك ن إلى ن` = ن × م حيث م = $\frac{١٢}{٢٤}$ = $\frac{١}{٢}$

ن` = ٥ × $\frac{١}{٢}$ = ٢,٥ وحدة زمن

جـ = أ (١ + ع` )$^{\text{ن`}}$

= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٢٤)^{٢,٥}

= ١٠٠٠٠ × ١,٧١٢١٩٩

= ١٧١٢١,٩٩ جنيه

ف = ٧١٢١,٩٩ جنيه

مثـــال (١٧) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة مركبة ثلث سنوى ٦% إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية ٥ سنوات و٨ شهور .

الحــل

المعدل حقيقى ثلث سنوى ع¯ = ٦% تحول ن إلى ن¯ = ن× م م = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣

$$ن` = ٥ \times ٣ + \frac{٨}{١٢} \times ٣ = ١٥ + ٢ = ١٧$$ **وحدة زمن**

جـ $= أ\,(١ + ع`)^{ن`}$

$= ١٠٠٠٠\,(١ + ٠,٠٦)^{١٧}$

$= ١٠٠٠٠ \times ٢,٦٩٢٧٧٣$

$=$ ٢٦٩٢٧,٧٣ **جنيه**

مثـال (١٨) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ بمعدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً والفائدة تضاف كل ٤ شهور . إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية ٧ سنوات و٥ شهور و ٨ أيام .

الحـــل

المعدل إسمي سنوى $ع_م$ = ١٥% $\qquad$ **مـ** $= \frac{١٢}{٤} = ٣$

يحول إلى ع` $= \frac{ع_م}{مـ} = \frac{١٥\%}{٣} = ٥\%$

، ن إلى ن` = ن × م $\qquad$ م $= \frac{١٢}{٤} = ٣$

$$ن` = ٧ \times ٣ + \frac{٥}{١٢} \times ٣ + \frac{٨}{٣٦٥} \times ٣$$

ن` = ٢١ + ١,٢٥ + ٠,٠٦٦ = ٢٢,٣١٦ **وحدة زمن**

جـ = أ (١+ع`)^ن`

= ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٥)^٢٢,٣١٦

= ١٠٠٠٠ × ٢,٩٧٠٧١١

= ٢٩٧٠٧,١١ **جنيه**

مثـــال (١٩) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ وذلك بمعدل فائدة مركبة ربع سنوى ٥% . وبعد مدة معينة وجد أن جملة ماله فى البنك بلغت ٢٨٠٠٠ جنيه . إحسب مدة ايداع المبلغ .

الحـــل

**المعدل حقيقى ربع سنوى ع` = ٥%** ن` = ن × م م = ٤

جـ = أ (١+ع`)^ن`

٢٨٠٠٠ = ١٠٠٠٠ (١+٠,٠٥)^ن`

(١+٠,٠٥)^ن` = ٢,٨ **بأخذ لوغاريتم الطرفين**

ن` لو ١,٠٥ = لو ٢,٨

ن` = (لو ٢,٨) / (لو ١,٠٥) = ٠,٤٤٧١٥٨ / ٠,٠٢١١٨٩ = ٢١,١ **وحدة زمن**

وحيث أن ن` = ن × م

\ ن = ن` / م = ٢١,١ / ٤ = ٥,٢٧٥ **سنة**

٠,٢٧٥ × ١٢ = ٣,٣ شهر

٠,٣ × ٣٠ = ٩ أيام

	يوم	شهر	سنة
\ مدة إيداع المبلغ	٩	٣	٥

مثـال (٢٠) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد مرتين فى السنة وأن جملة ما لهذا الشخص فى نهاية المدة بلغت ١٧٩٠٨,٤٨ جنيه أوجد معدل الفائدة المركبة الحقيقى السنوى .

الحـل

الفوائد تُحْسب مرتين فى السنة \ المعدل المستخدم فى الحساب هو ع`

\ تحول ن إلى ن` = ن × م ن` = ٥ × ٢ = ١٠ وحدات زمنية

جـ = أ (١+ع`)^ن`

١٧٩٠٨,٤٨ = ١٠٠٠٠ (١+ع`)^١٠

(١+ع`)^١٠ = ١,٧٩٠٨٤٨ بأخذ لوغاريتم الطرفين

١٠ لو(١+ع`) = لو ١,٧٩٠٨٤٨

لو (١+ع`) = لو ١,٧٩٠٨٤٨ / ١٠ = ٠,٢٥٣٠٥٨٦٥ / ١٠ = ٠,٠٢٥٣٠٥٨٦٥

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم

\ ١ + ع` = ١,٠٦

ع` = ١,٠٦ - ١ = ٦% وهو معدل حقيقى نصف سنوى

وللحصول على المعدل الحقيقى السنوى (ع) يتم التعويض فى العلاقة التالية:

$$ع = (1+ع`)^{م} - 1$$

$$= (1+0,06)^{2} - 1$$

$$= 1,1236 - 1$$

$$ع = 0,1236 = 12,36\%$$

وهو يقابل معدل إسمى سنوى $ع_{م}$ = ١٢% تضاف الفائدة بمقتضاه كل ٦ شهور.

إضافة الفائدة يومياً Daily Compounding

لاحظنا أنه لا يوجد أى قيود على عدد مرات إضافة الفائدة فى السنة، Frequency of Compounding ومن ثم فإنه لا مانع من أن تضاف الفائدة إلى الأصل يومياً وذلك فى محاولة من جانب البنوك والمؤسسات المالية لاجتذاب المزيد من المودعين .

وعلى ذلك فإن جملة وحدة النقود لمدة (ى) من الأيام = $(1+\frac{ع_{م}}{365})^{ى}$
وذلك بفرض أن السنة بها ٣٦٥ يوم

مثـــال : إحسب الفائدة والجملة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تم استثماره لمدة ٧ أيام فى بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٥% سنوياً تضاف الفائدة بمقتضاه يومياً .

الحــل

أ = ١٠٠٠٠ $\qquad$ $ع_م$ = ١٥% $\qquad$ ى = ٧ $\qquad$ جـ = ؟

$$جـ = أ \left(١ + \frac{ع_م}{٣٦٥}\right)^{ى}$$

$$= ١٠٠٠٠ \left(١ + \frac{٠,١٥}{٣٦٥}\right)^{٧}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ١,٠٠٢٨٨٠٣$$

= ١٠٠٢٨,٨٠٣ **جنيه**

ف = ٢٨,٨٠٣ جنيه

إضافة الفائدة لحظياً (بصفة مستمرة) :Continuous Compounding

فى هذه الحالة فإننا نفترض أن عدد مرات إضافة الفائدة إلى الأصل فى السنة (م) تؤول إلى ∞، ومن ثم تصبح جملة وحدة النقود فى السنة وفقاً لهذا الفرض كما يلى :

$$\text{جملة وحدة النقود فى نهاية سنة} = \lim_{م \to \infty} \left(١ + \frac{ع_م}{٣٦٥}\right)^{م}$$

$$= هـ^{ع_م}$$

حيث هـ أساس اللوغاريتم الطبيعىNatural Logarithms وقيمة هـ = ٢,٧١٨٢٨ تقريباً ، ومن ثم فإن جملة وحدة النقود فى نهاية (ن) من السنوات تضاف الفائدة خلالها لحظياً أو باستمرار :

$$= هـ^{ع_م \times ن}$$

وبالتالى فإن جملة مبلغ $جـ = أ \times هـ^{ع_م \times ن}$

ويُحسب معدل الفائدة الحقيقى السنوى (ع) والذى يقابل معدل إسمي سنوى ($ع_م$)تضاف الفائدة بمقتضاه إلى الأصل لحظياً أو بإستمرار من خلال العلاقة:

$$ع = هـ^{ع_م} - ١$$

وبالقياس فإن المعدل الحقيقى السنوى (ع) الذى يقابل معدل حقيقى غير سنوى ($\bar{ع}$) تضاف الفائدة بمقتضاه لحظياً أو باستمرار نحصل عليه من خلال العلاقة :

$$ع = هـ^{\bar{ع} \times مـ} - ١$$

لاحظ أن $ع_م = \bar{ع} \times مـ$

مثـــال : إحسب جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وذلك فى نهاية سنتين إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً تضاف الفائدة بمقتضاه إلى الأصل باستمرار ، ثم إحسب معدل الفائدة الحقيقى السنوى .

الحـــل

أ = ١٠٠٠٠ $ع_م$ = ١٢% ن = ٢

$$جـ = أ \times هـ^{ع_م \times ن}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times هـ^{٠,١٢ \times ٢}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times هـ^{٠,٢٤}$$

ونحصل على القيمة $هـ^{٠,٢٤}$ باستخدام الآلة الحاسبة بإدخال القيمة ٠,٢٤ ثم الضغط على زر e^{x} (أو بإدخال القيمة ٢,٧١٨٢٨ ثم الضغط على x^{Y} ثم ادخال ٠,٢٤ ثم الضغط على =)

\ جـ = ١٠٠٠٠ × ١,٢٧١٢٤٩

= ١٢٧١٢,٤٩ جنيه

معدل الفائدة الحقيقى السنوى (ع)

ع = $هـ^{عم}$ - ١

= $هـ^{٠,١٢}$ - ١

= ١,١٢٧٥ - ١

= ٠,١٢٧٥

ع = ١٢,٧٥%

تمـــارين

١- أودع شخص فى بنك مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة نصف سنوى ٦,٢% وذلك في ١٩٩٠/١/١ ، إحسب جملة ما له فى البنك فى ١٩٩٥/١٠/١٥ .

٢- إشترى شخص بضاعة بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه سدد ربع ثمنها نقداً ، وطلب من البائع تأجيل سداد باقى الثمن لمدة سنة ونصف على أن تُحْسب فائدة مركبة بمعدل ١٥% سنوياً ، إحسب قيمة ما يسدده المشترى فى نهاية المدة المتفق عليها .

٣- فى ١٩٩٥/٤/١ إشترى شخص بضاعة بمبلغ معين سدد نصف ثمنها نقداً ، وطلب من البائع تأجيل سداد باقى الثمن حتى ١٩٩٦/١٢/٣١ على أن تُحْسب فائدة مركبة بمعدل ١٢% سنوياً ، فإذا علمت أن المشترى قام بسداد مبلغ ٦٠٩٦٧,٩٤ جنيه فى التاريخ المتفق عليه ، إحسب ثمن شراء البضاعة .

٤ - إشترى شخص بضاعة بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه سدد ٣٠% من ثمنها نقداً، وطلب من البائع تأجيل سداد باقى الثمن لمدة سنتين ونصف ، فإذا علمت أن المشترى قام بسداد مبلغ ٤٥٩٤٦,٧٩٤ جنيه فى نهاية المدة المتفق عليها ، إحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم .

٥ - أودع شخص فى بنك مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه وذلك فى ١٩٩٢/٥/١٥ بمعدل فائدة مركبة ١٨% سنوياً والفائدة تضاف كل ٤ شهور وفى ١٩٩٥/١١/٣٠ سحب جملة ماله فى البنك ودفعه مقدم ثمن لشراء شقة تمليك وطلب من البائع تأجيل سداد باقى ثمن الشقة حتى ١٩٩٨/٤/٣٠ فوافق البائع على أن تُحْسب فائدة مركبة بمعدل نصف سنوى ٨,٥% فإذا علمت أن المشترى قام بسداد ٩٥٣٥٩,٦٥٩ فى ١٩٩٨/٤/٣٠ ، إحسب ثمن الشقة النقدي .

٦ - أودع شخص فى بنك مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه فى ١٩٩٠/٤/١ وكان البنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٢% سنوياً والفائدة تضاف كل ٦ شهور ، وفى ١٩٩٣/٨/١ سحب جملة ماله فى البنك وأضاف عليه ٢٥٠٠٠ جنيه ودفعه مقدم ثمن لشراء سيارة ثمنها النقدى ١٠٠٠٠٠جنيه وطلب من البائع تأجيل سداد باقى الثمن لمدة سنتين وفى نهاية السنتين قام المشترى بسداد مبلغ ٦٩٩٣٢,٤٣ للبائع ، إحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم .

٧ - أودع شخص فى بنك يوم ١٩٩٠/٨/٥ مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه وكان البنك يحسب فائدة مركبة بمعدل نصف سنوى ٧% إحسب جملة ماله فى البنك فى ١٩٩٨/١/١ إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة قد تغير إعتباراً من ١٩٩٣/١/١ إلى ٨% نصف سنوى ثم إلى ٩% نصف سنوي إعتباراً من ١٩٩٦/١/١ .

٨ - أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وفى نهاية مدة معينة وجد أن جملة ماله فى البنك بلغت ٥٠٠٠٠ جنيه ، إحسب مدة إيداع المبلغ إذا علمت أن البنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ثلث سنوى ٤%.

٩ - أودع شخص فى بنك مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه وذلك فى ١٩٩٠/٣/١٨ فإذا علمت أن جملة ماله فى البنك فى ١٩٩٤/١٠/٢٥ بلغ ٦٠٠٠٠ وذلك بمعدل فائدة مركبة ثلث سنوى معين ، أوجد معدل الفائدة المركبة السنوى .

الفصل الثانى

القيمة الحالية والخصم

الفصل الثاني

القيمة الحالية والخصم

إذا كان أحد الأشخاص مديناً بدين معين يستحق بعد مدة معينة ، فإن قيمة الدين فى تاريخ استحقاقه تسمى القيمة الاسمية ويرمز لها بالرمز (**حـ**) وهى كما عرفنا سابقا عبارة عن أصل الدين (أ) مضافاً إليه الفائدة المستحقة مقابل تأجيل السداد فإذا أراد هذا المدين سداد ما عليه قبل تاريخ استحقاق الدين فإنه بالقطع سوف يدفع قيمة أقل من قيمة الدين وتسمى القيمة الحالية ويرمز لها بالرمز (أ)، والفرق بين القيمة الاسمية للدين والقيمة الحالية له تعرف بالخصم. وهذا الخصم يمثل المكافأة التى يحصل عليها المدين مقابل سداده لقيمة الدين قبل تاريخ استحقاقه.

وقد سبقت الإشارة عند تناول الفائدة البسيطة فى الجزء الأول من هذا الكتاب إلى أن الخصم يحسب بطريقتين :

- الخصم الصحيح (الخصم الحقيقى): ويحسب على أساس القيمة الحالية للدين وبمعدل فائدة بسيطة وعن مدة الخصم.
- الخصم التجارى (خصم البنوك): ويُحسب على أساس القيمة الاسمية للدين ، وبمعدل خصم بسيط وعن مدة الخصم .

أما بالنسبة للفائدة المركبة فإننا نتبع الطريقة الصحيحة فقط ، حيث أن استخدام الطريقة التجارية قد يؤدى إلى أن يكون الخصم المركب أكبر من القيمة الاسمية للدين فى حالة زيادة مدة الخصم وزيادة معدل الفائدة المستخدم فى عملية الخصم .

فمثلاً لو استخدمنا الخصم التجارى لحساب القيمة الحالية لدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات وبمعدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً لوجدنا أن :

الخصم التجارى = القيمة الاسمية [(١+ع)^{ن} - ١)]

= ١٠٠٠٠ × [(١+٠,١٥)^{١٠} - ١)]

= ١٠٠٠٠ × ٣,٠٤٥٥٥٨

= **٣٠٤٥٥,٥٨ جنيه**

أى أن الشخص المدين بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه يستحق بعد ١٠ سنوات من الآن ، قد حصل على خصم قدره ٣٠٤٥٥,٥٨ جنيه وذلك باستخدام معدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً وهذا يعنى أن القيمة الحالية للدين تكون سالبة (١٠٠٠٠ - ٣٠٤٥٥,٥٨) وهذا أمر غير منطقى .

وبصفة عامة فإن الخصم الصحيح بمعدل فائدة مركبة يحسب على القيمة الحالية الصحيحة وبمعدل الفائدة المركبة المتفق عليه .

وعند ذكر القيمة الحالية والخصم يفهم ضمناً القيمة الحالية الصحيحة والخصم الصحيح علماً بأن القيمة الحالية والخصم يتم حسابهما إما على أساس معدل فائدة مركبة (ع) أو على أساس معدل خصم (ص) .

القيمة الحالية والخصم بمعدل فائدة مركبة (ع) :

القيمة الحالية للدين (أ) هى المبلغ الذى لو استثمر بمعدل فائدة مركبة (ع) ولمدة (ن) لأعطى القيمة الاسمية للدين (جـ)

∴ القيمة الاسمية (جـ) = القيمة الحالية (أ) $(١+ع)^{ن}$

$\backslash$ أ = $\dfrac{جـ}{(١ + ع)^{ن}}$	أو	أ = جـ $(١+ع)^{-ن}$

ولما كانت جملة الجنيه $(١+ع)^{ن}$ تتزايد بزيادة المدة وزيادة المعدل فان مقلوباتها تكون متناقصة ومعنى ذلك أن $(١+ع)^{-ن}$ تتناقص بزيادة المدة وزيادة المعدل. ونحصل عليها من **الآلة الحاسبة** وذلك بإدخال القيمة (١+ع) ثم الضغط على x^y ثم ندخـــــل (- ن) ثم نضغط =.

فمثلا لإيجاد قيمة $(١ + ٠,٠٨)^{-١٠}$ نقوم بإدخال (١,٠٨) ثم نضغط x^y أو ^ ثم ندخل - ١٠ ثم نضغط = ٠,٤٦٣١٩٣

الخصم = القيمة الاسمية - القيمة الحالية

= حـ - جـ × $(١ + ع)^{-ن}$

الخصم = حـ [١- $(١ + ع)^{-ن}$]

مثـال (١) : احسب القيمة الحالية والخصم لدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق فى نهاية ٤ سنوات إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٠% سنوياً .

الحـل

جـ = ١٠٠٠٠ ن = ٤ ع = ١٠% أ = ؟ الخصم = ؟

أ = جـ × (١ + ع)$^{-ن}$

= ١٠٠٠٠ × (١+٠,١٠)$^{-٤}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٦٨٣٠١٣ = ٦٨٣٠,١٣ جنيه

الخصم = جـ - أ

= ١٠٠٠٠ - ٦٨٣٠,١٣

= ٣١٦٩,٨٧ جنيه

مثـال (٢) : شخص مدين بدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق فى ١٩٩٩/٣/١ أراد سداده فى ١٩٩٥/٨/١ . احسب قيمة ما يسدده فى هذا التاريخ وقيمة الخصم الذى يحصل عليه ، إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم نصف سنوى ٦%

الحـل

جـ = ١٠٠٠٠ معدل الفائدة ع` = ٦% م = ٢ ١٩٩٩ ٣ ١

مدة الخصم (ن) ٣ سنوات و ٧ شهور ١٩٩٥ ٨ ١

تحول إلى ن` حيث ن` = ن × م مدة الخصم ٣ ٧ .

$$ن` = ٣ \times ٢ + \frac{٧}{١٢} \times ٢$$

$ن` = ٦ + ١,١٧ = ٧,١٧$ **وحدة زمن**

$$أ = حـ \times (١ + ع`)^{-ن`}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times (١+٠,٠٦)^{-٧,١٧}$$

نحصل على القيمة $(١,٠٦)^{-٧,١٧}$ **بالآلة الحاسبة**

$أ = ١٠٠٠٠ \times ٠,٦٥٨٥٠٢ = ٦٥٨٥,٠٢$ **جنيه**

الخصم $= ١٠٠٠٠ - ٦٥٨٥,٠٢ = ٣٤١٤,٩٨$

مثـال (٣) : كان أحد الأشخاص مديناً بدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ يستحق فى ١٩٩٨/٥/١ فإذا علمت أن الخصم الذى حصل عليه فى ١٩٩٥/٥/١ مقابل سداده للدين المستحق عليه فى هذا التاريخ بلغ ٢٥٠٠ جنيه احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية الخصم .

الحــل

جـ = ١٠٠٠٠ **الخصم = ٢٥٠٠** **تاريخ الاستحقاق ١ ٥ ١٩٩٨**

القيمة الحالية = جـ - الخصم = ٧٥٠٠ **تاريخ الخصم ١ ٥ ١٩٩٥**

مدة الخصم ٣ . .

$$أ = جـ \times (١ + ع)^{-ن}$$

$$٧٥٠٠ = ١٠٠٠٠ \times (١ + ع)^{-٣}$$

$$(١ + ع)^{-٣} = \frac{٧٥٠٠}{١٠٠٠٠} = ٠,٧٥$$ **بأخذ لوغاريتم الطرفين**

-٣ لو (١+ع) = لو ٠,٧٥   ندخل ٠,٧٥ ثم نضغط Log أو العكس

$$\text{لو } (١+ع) = \frac{-٠,١٢٤٩٣٨٧}{-٣}$$

لو (١+ع) = ٠,٠٤١٦٤٦

ولإيجاد العدد المقابل للوغاريتم ندخل ٠,٠٤١٦٤٦ ثم نضغط 10^x

∴ (١+ع) = ١,١٠٠٦٤

ع = ١,١٠٠٦٤ - ١

ع = ٠,١٠٠٦٤ = ١٠,٠٦٤%

مثــال (٤) : دين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق بعد مدة معينة حسبت القيمة الحالية له فى تاريخ معين وبمعدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً تضاف الفائدة بمقتضاه ٣ مرات فى السنة فوجد أنها تساوى ٦٨٥٠ جنيه ، احسب مدة الخصم .

الحــل

جـ = ١٠٠٠٠   أ = ٦٨٥٠   ع = ١٥% م = ٣   مـ = ٣

$$ع` = \frac{ع_م}{مـ} = \frac{١٥\%}{٣} = ٥\%$$

المدة مجهولة ، والمعدل المستخدم ع` ∴ تكون المدة ن`

$$أ = جـ \times (١ + ع`)^{-ن`}$$

$$٦٨٥٠ = ١٠٠٠٠ \times (١ + ٠,٠٥)^{-ن`}$$

$$(1 + ٠,٠٥)^{-ن`} = \frac{٦٨٥٠}{١٠٠٠٠} = ٠,٦٨٥$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين

-ن` لو١,٠٥ = لو ٠,٦٨٥

-ن` × ٠,٠٢١١٨٩ = -٠,١٦٤٣٠٩

$$-ن` = \frac{-٠,١٦٤٣٠٩}{٠,٠٢١١٨٩} = -٧,٧٥$$

\ ن` = ٧,٧٥ وحدة زمن

$$ن = \frac{ن`}{م} = \frac{٧,٧٥}{٣} = ٢,٥٨ \text{ سنة تقريباً}$$

٠,٥٨ × ١٢ = ٦,٩٦ شهر

٠,٩٦ × ٣٠ = ٢٨,٨ = ٢٩ يوم

	يوم	شهر	سنة
\ مدة الخصم	٢٩	٦	٢

القيمة الحالية والخصم بمعدل خصم مركب (ص) :

قياساً على ما سبق أن عرفناه من أن جملة الجنيه عن سنة بمعدل فائدة مركبة ع = ١ + الفائدة أى = ١ + ١ × ع × ١ = ١ + ع والجملة عن (ن) من السنوات = $(١+ع)^{ن}$

فإن القيمة الحالية للجنيه عن سنة وبمعدل خصم مركب (ص) :

= ١ - الخصم

= ١ - ١ × ص × ١

= ١ - ص

وبالمثل فإن القيمة الحالية للجنيه عن (ن) من السنوات وبمعدل خصم مركب (ص) : = $(١ - ص)^{ن}$

\ **القيمة الحالية لمبلغ بمعدل خصم مركب (ص) وعن مدة (ن) من السنوات :**

= القيمة الاسمية × القيمة الحالية للجنيه بمعدل خصم مركب (ص)

أ = جـ $(١ - ص)^{ن}$

الخصم = جـ - أ

لاحظ أنه يوجد أيضاً معدل خصم مركب حقيقى سنوى (ص) وحقيقى غير سنوى ($\overline{ص}$) واسمى ($ص_م$) والعلاقة بينها مثل العلاقة بين ع ، $\overline{ع}$ ، $ع_م$

أى أن ص` = $\frac{ص_م}{مـ}$ حيث مـ = $\frac{\text{زمن المعدل الاسمى}}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$

ن` = ن × م حيث م = $\frac{١٢}{\text{زمن إضافة الفائدة}}$

مثــال (٥) :احسب القيمة الحالية والخصم لدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق فى نهاية ٣ سنوات و ٩ شهور إذا كان معدل الخصم المركب ٩,٥% سنوياً .

الحــل

سنة شهر

جـ = ١٠٠٠٠ ن = ٣ ٩ ص = ٩,٥% أ = ؟ الخصم = ؟

ن = ٣ + $\frac{٩}{١٢}$ = ٣ + ٠,٧٥ = ٣,٧٥

أ = جـ (١ - ص)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١ - ٠,٠٩٥)^{٣,٧٥}

= ١٠٠٠٠ (٠,٩٠٥)^{٣,٧٥} بالآلة الحاسبة

= ١٠٠٠٠ × ٠,٦٨٧٧٥٢

= ٦٨٧٧,٥٢ جنيه

الخصم = جـ - أ

= ١٠٠٠٠ - ٦٨٧٧,٥٢

= ٣١٢٢,٤٨ جنيه

مثـال (٦) : دين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ يستحق فى ٢٠٠٠/١/١ احسب القيمة الحالية والخصم لهذا الدين فى ١٩٩٧/١٠/٧ إذا كان معدل الخصم المركب ١٦% سنوياً والخصم يتم كل ٦ شهور .

الحـل

جـ = ١٠٠٠٠ ص$_م$ = ١٦% مـ = ٢ تاريخ الاستحقاق ١ ١ ٢٠٠٠

تاريخ الخصم ٧ ١٠ ١٩٩٧

مدة الخصم ٢٤ ٢ ٢

$$ص` = \frac{ص_م}{مـ} = \frac{\%١٦}{٢} = \%٨$$

$$ن` = ن \times م \qquad م = ٢$$

$$ن` = ٢ \times ٢ + \frac{٢}{١٢} \times ٢ + \frac{٢٤}{٣٦٥} \times ٢$$

= ٤ + ٠,٣٣ + ٠,١٣ = ٤,٤٦ وحدة زمن

أ = جـ (١ - ص)^{ن}

= ١٠٠٠٠ (١ - ٠,٠٨)^{٤,٤٦}

= ١٠٠٠٠ (٠,٩٢)^{٤,٤٦} **بالآلة الحاسبة**

= ١٠٠٠٠ × ٠,٦٨٩٤٣٦

= ٦٨٩٤,٣٦ **جنيه**

الخصم = ٣١٠٥,٦٤ جنيه

مثـال (٧) : حُسْبَ الخصم المركب لدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق فى نهاية ٥ سنوات فوجد أنه يساوى ٣٢٠٠ جنيه . احسب معدل الخصم المركب المستخدم .

الحــل

حـــ = ١٠٠٠٠ ن = ٥ الخصم = ٦٨٠٠ ص = ؟

أ = جـ - الخصم = ٦٨٠٠

أ = جـ (١ - ص)^{ن}

٦٨٠٠ = ١٠٠٠٠ (١ - ص)^{٥}

(١ - ص)^{٥} = ٠,٦٨ بأخذ لوغاريتم الطرفين

٥ لو(١ - ص) = لو ٠,٦٨

لو (١- ص) = $\frac{\text{لو ٠,٦٨}}{\text{٥}}$ = $\frac{\text{-٠,١٦٧٤٩١١}}{\text{٥}}$ = - ٠,٠٣٣٤٩٨

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم

∴ ١ - ص = ٠,٩٢٦

ص = ١ - ٠,٩٢٦

ص = ٠,٠٧٤

∴ معدل الخصم المركب المستخدم فى عملية الخصم ٧,٤% سنوياً

مثـال (٨) : حُسبت القيمة الحالية لدين قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق فى نهاية مدة معينة وذلك بمعدل خصم مركب ١٢% سنوياً فوجد أنها تساوى ٧٨٠٠ جنيه ، احسب مدة الخصم .

الحـل

جـ = ١٠٠٠٠ أ = ٧٥٠٠ ص = ١٢% ن = ؟

أ = جـ (١ - ص)^{ن}

٧٥٠٠ = ١٠٠٠٠ (١ - ٠,١٢)^{ن}

(٠,٨٨)^{ن} = ٠,٧٥ بأخذ لوغاريتم الطرفين

ن لو ٠,٨٨ = لو ٠,٧٥

$$ن = \frac{\text{لو } ٠,٧٥}{\text{لو } ٠,٨٨} = \frac{-٠,١٢٤٩٣٩}{-٠,٠٥٥٥١٧} = ٢,٢٥ \text{ سنة}$$

٠,٢٥ × ١٢ = ٣ شهور

	يوم	شهر	سنة
\ مدة الخصم =	-	٣	٢

العلاقة بين معدل الفائدة المركبة (ع) ومعدل الخصم المركب (ص) :

بمساواة القيمة الحالية للجنيه بمعدل فائدة مركبة (ع) وبمعدل خصم مركب (ص)

$$(١ + ع)^{-١} = ١ - ص$$

$$\frac{١}{١ + ع} = ١ - ص$$

$$ص = ١ - \frac{١}{١ + ع}$$

$$ص = \frac{١ + ع - ١}{١ + ع}$$

$$\therefore ص = \frac{ع}{١ + ع}$$

ومنها ع = ص (١ + ع)

ع = ص + ص ع

ع - ص ع = ص

ع (١ - ص) = ص

$$ع = \frac{ص}{١ - ص}$$

مثـال (٩) :أوجد معدل الفائدة المركبة الذى يقابل معدل خصم مركب ١٢% سنوياً .

الحـل

$$ع = \frac{ص}{١ - ص} = \frac{٠,١٢}{١ - ٠,١٢} = \frac{٠,١٢}{٠,٨٨} = ١٣,٦٤\%$$

مثـال (١٠) :أوجد معدل الخصم المركب الذى يقابل معدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً .

الحـل

$$ص = \frac{ع}{١ + ع} = \frac{٠,١٥}{١ + ٠,١٥} \quad \frac{٠,١٥}{١,١٥} = ١٣,٠٤\%$$

تماريـــن

١- كمبيالة قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٦/١/١ خصمها تاجر فى بنك يوم ١٩٩٣/٧/٥ ، إحسب قيمة ما حصل عليه التاجر من البنك إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية الخصم ١٢% سنوياً .

٢- دين قيمته الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه يستحق فى ١٩٩٨/٣/١٥ أراد المدين سداد ما عليه فى ١٩٩٦/١/١ إحسب قيمة ما يسدده والخصم الذى يحصل عليه إذا كان المعدل المستخدم فى عملية الخصم :

- معدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً والفائدة تحسب كل ٦ شهور.
- معدل فائدة مركبة ثلث سنوى ٦% .
- معدل خصم مركب ١٥% سنوياً والخصم يتم ٣ مرات فى السنة .
- معدل خصم مركب ربع سنوى ٣,٥% .

٣- دين قيمته الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه يستحق فى ١٩٩٩/٤/٣٠ ، قام المدين بسداد قيمة الدين فى ١٩٩٧/٩/٢٥ فحصل على خصم قدره ٤٥٠٠ جنيه ، إحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية الخصم .

٤- كمبيالة قيمتها الاسمية ٨٠٠٠٠ جنيه يستحق فى ٢٠٠٠/٥/٣١ خصمها تاجر في بنك وحصل على صافى قيمتها وقدره ٦٥٨٥٠ جنيه ، فإذا علمت أن الخصم تم بمعدل فائدة مركبة نصف سنوى ٨,٥% أوجد تاريخ خصم الكمبيالة .

٥- كمبيالة قيمتها الاسمية ٦٠٠٠٠ جنيه ، خصمها تاجر فى بنك فى ١٩٩٥/٣/١ فبلغ مقدار الخصم الذى حصل عليه البنك ٩٧٥٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة مركبة ١٣% سنوياً أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة.

٦- خصم تاجر كمبيالة تستحق فى ١٩٩٧/٩/١ فى أحد البنوك بموجب معدل خصم مركب نصف سنوى ٨% وذلك فى أول مايو ١٩٩٥ وحصل على صافى قيمتها ودفعه مقدم ثمن لشراء شقة تمليك فإذا علمت أن صافى قيمة الكمبيالة يمثل ربع ثمن شراء الشقة وأن التاجر طلب من البائع تأجيل سداد باقى ثمن الشقـــة حتى آخر ديسمبر ١٩٩٧ فوافق البائع على أن تحسب فائدة مركبة بمعدل ١٥% سنوياً، فإذا علمت أن التاجر قام بسداد ما عليه فى آخر ديسمبر ١٩٩٧ وقدره ١٠٢٦٥٠,٨ جنيه احسب القيمة الاسمية للكمبيالة .

٧- كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه وتاريخ استحقاقها ١٩٩٩/٧/٢٠ خصمها تاجر فى بنك يوم ١٩٩٧/١١/١٥ وتسلم صافى قيمتها وأضاف عليه مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه ودفعها مقدم ثمن لشراء سيارة فإذا علمت أن المقدم المدفوع يمثل نصف ثمن

السيارة، وأن التاجر طلب من البائع تأجيل سداد باقى ثمن السيارة حتى ١٩٩٩/١١/١٥ على أن تحسب فائدة مركبة بمعدل ١٦% سنوياً ، فإذا علمت أن التاجر قام بسداد ما عليه فى التاريخ المحدد وقدره ٦٨٢٤٧,٦٣ جنيه احسب معدل الفائدة المركبة الذى خصمت به الكمبيالة فى البنك .

الفصل الثالث

تسويـــة الديـــون

الفصل الثالث

تسويـــــة الديـــون

يقصد بتسوية الديون عملية استبدال الديون القديمة بـــديون أخـــرى جديدة ، تتفق قيمها وتواريخ استحقاقها مع ظروف المدين والتى لا تناســبها قيم وتواريخ الديون القديمة مما يستلزم ضرورة إعادة ترتيب عملية الـــسداد للديون المستحقة عليه .

وتتم عمليـــة تسوية الديون على كافة المستويات كالأفراد والمنشآت كما تتم أيضا على مستوى الـــدول حيث يتم إعادة ترتيب طريقة ســدادها للـــديون المستحقة عليها للمؤسسات الدولية مثل صـــندوق النقــد والبنـــك الـــدوليين وغيرهما من مؤسسات التمويل وقد شاع استخدام لفظ جدولة الـــديون وهـــو يحمل نفس معنى تسوية أو استبدال الديون وتتم عملية التسوية فـــى تـــاريخ معين يسمى تاريخ التسوية (أو الاستبدال أو الجدولة) وذلك وفقاً للعلاقة:

قيمة الديون القديمة (قبل التسوية) = قيمة الديون الجديدة (بعد التسوية) فى تاريخ التسوية.

وقيمة أى دين نتوقف على تاريخ استحقاقه وموقعه من تاريخ التسوية :

١ - فإذا كان تاريخ استحقاق الدين يقع قبل تاريخ التسوية كان معنى ذلك حساب جملة لهذا الدين عن المدة من تاريخ الاستحقاق وحتـــى تـــاريخ التسوية وفقاً للعلاقة :

$$حـ = أ (١ + ع)^{ن}$$

٢ - وإذا كان تاريخ استحقاق الدين يقع فى نفس تاريخ التسوية كان معنى ذلك أن تظل قيمة الدين كما هى دون تغيير .

٣ - أما إذا كان تاريخ استحقاق الدين يقع بعد تاريخ التسوية كان معنى ذلك حساب القيمة الحالية لهذا الدين وفقاً للعلاقة :

أ = حـ × (١ - ع)$^{-ن}$	**أو**	أ = حـ (١ - ص)^{ن}
بمعدل فائدة مركبة ع		بمعدل خصم مركب ص

مثال (١) : تاجر مدين بالديون التالية :

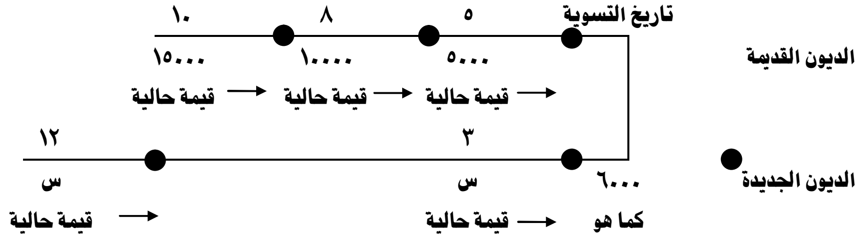
- ٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات
- ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات
- ١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ سنوات

فإذا علمت أن التاجر اتفق مع الدائن على سداد هذه الديون بالطريقة التالية :

- سداد مبلغ ٦٠٠٠ جنيه نقداً
- سداد الباقى بكمبيالتين متساويتي القيمة تستحق الأولى بعد ٣ سنوات والثانية بعد ١٢ سنة . احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة ، إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٥% سنوياً .

الحــل

المعدل حقيقى سنوى ع = ١٥% لم يذكر تاريخ محدد للتسوية نعتبره الآن



قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

٥٠٠٠ × (١,١٥)$^{-٥}$ + ١٠٠٠٠ × (١,١٥)$^{-٨}$ + ١٥٠٠٠ × (١,١٥)$^{-١٠}$

= ٦٠٠٠ + س (١,١٥)$^{-٣}$ + س (١,١٥)$^{-١٢}$

٥٠٠٠ × ٠,٤٩٧١٧٧ + ١٠٠٠٠ × ٠,٣٢٦٩٠٢ + ١٥٠٠٠ × ٠,٢٤٧١٨٥

=٦٠٠٠ + س × ٠,٦٥٧٥١٦ + س × ٠,١٨٦٩٠٧

٢٤٨٥,٨٨+٣٢٦٩,٠٢+٣٧٠٧,٧٧=٦٠٠٠ + ٠,٦٥٧٥١٦ س + ٠,١٨٦٩٠٧ س

٩٤٦٢,٦٧ - ٦٠٠٠ = ٠,٨٤٤٤٢٣ س

٣٤٦٢,٦٧ = ٠,٨٤٤٤٢٣ س

س = $\frac{٣٤٦٢,٦٧}{٠,٨٤٤٤٢٣}$ = ٤١٠٠,٦٣

∴ القيمة الاسمية لكل كمبيالة هى ٤١٠٠,٦٣ جنيه

مثـال (٢) : تاجر مدين بالديون التالية :

- ٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٥/١/١
- ١٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٨/٧/١

وفى ١٩٩٣/٣/١ اتفق مع الدائن على استبدال هذين الدينين بثلاثة سندات إذنيه القيمة الاسمية للسند الأول نصف القيمة الاسمية للسند الثانى، والقيمة الاسمية للسند الثانى نصف القيمة الاسمية للسند الثالث وتستحق السندات فى ١٩٩٥/٦/١ ، ١٩٩٦/٦/١ ، ١٩٩٧/٦/١ احسب القيمة الاسمية لكل سند إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٦% عن نصف السنة.

الحـل

المعدل حقيقى غير سنوى $\bar{ع}$ = ٦% يبقى كما هو

وتتغير المدد وفقاً للعلاقة $\bar{ن}$ = ن × م حيث م = ٢

مدد الديون القديمة :

تاريخ الاستحقاق	١	١	١٩٩٥
تاريخ التسوية	١	٣	١٩٩٣
مدة الدين الأول	–	١٠	١

تاريخ الاستحقاق	١	٧	١٩٩٨
تاريخ التسوية	١	٣	١٩٩٣
مدة الدين الثانى	–	٤	٥

$\bar{ن}$ = ١ × ٢ + $\frac{١٠}{١٢}$ × ٢

$\bar{ن}$ = ٢ + ١,٦٧٧ = ٣,٦٦٧

$\bar{ن}$ = ٥ × ٢ + $\frac{٤}{١٢}$ × ٢

$\bar{ن}$ = ١٠ + ٠,٦٦٧ = ١٠,٦٦٧

مدد الديون الجديدة :

تاريخ الاستحقاق	١	٦	١٩٩٥
تاريخ التسوية	١	٣	١٩٩٣
مدة الدين الأول	–	٣	٢

تاريخ الاستحقاق	١	٦	١٩٩٦
تاريخ التسوية	١	٣	١٩٩٣
مدة الدين الثانى	–	٣	٣

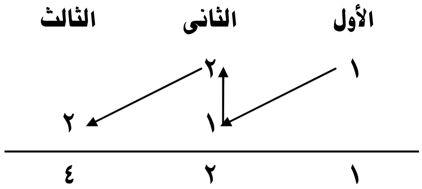
تاريخ الاستحقاق	١	٦	١٩٩٧
تاريخ التسوية	١	٣	١٩٩٣
مدة الدين الثالث	–	٣	٤

ن̄ = ٢ × ٢ + $\frac{٣}{١٢}$ × ٢ ، ن̄ = ٣ × ٢ + $\frac{٣}{١٢}$ × ٢ ، ن̄ = ٤ × ٢ + $\frac{٣}{١٢}$ × ٢

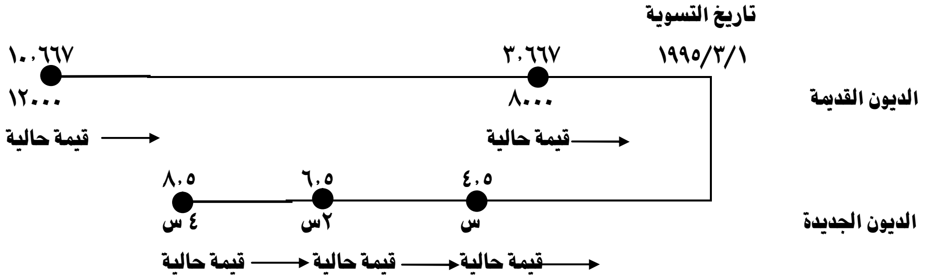
ن̄ = ٤ + ٠,٥ = ٤,٥ ، ن̄ = ٦ + ٠,٥ = ٦,٥ ، ن̄ = ٨ + ٠,٥ = ٨,٥

ولحساب النسبة بين السندات الثلاثة توضع النسب بينهما فى الصورة التالية:

ثم يتم الضرب فى اتجاه الأسهم



أى أن النسبة بين السندات الثلاثة كنسبة ١ : ٢ : ٤ أى س ، ٢ س ، ٤ س



قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

٨٠٠٠ × (١,٠٦)$^{-٣,٦٦٧}$ + ١٢٠٠٠ × (١,٠٦)$^{-١٠,٦٦٧}$

= س (١,٠٦)$^{-٤,٥}$ + ٢ س × (١,٠٦)$^{-٦,٥}$ + ٤س (١,٠٦)$^{-٨,٥}$

٨٠٠٠ × ٠,٨٠٧٦١٣ + ١٢٠٠٠ × ٠,٥٣٧١٠٩

= س× ٠,٧٦٩٣٤٩ + ٢س×٠,٦٨٤٧١٨ + ٤ س×٠,٦٠٩٣٩٧

٦٤٦٠,٩١ + ٦٤٤٥,٣١

= ٠,٧٦٩٣٤٩ س + ١,٣٦٩٤٣٦ س + ٢,٤٣٧٥٨٨ س

١٢٩٠٦,٢٢ = ٤,٥٧٦٣٧٣ س

$$\text{س} = \frac{١٢٩٠٦,٢٢}{٤,٥٧٦٣٧٣} = ٢٨٢٠,١٨٥$$

القيمة الاسمية للسند الأول (س) = ٢٨٢٠,١٨٥ جنيه

القيمة الاسمية للسند الثانى (٢س) = ٢× ٢٨٢٠,١٨٥=٥٦٤٠,٣٧ جنيه

القيمة الاسمية للسند الثالث (٤س) = ٤× ٢٨٢٠,١٨٥= ١١٢٨٠,٧ جنيه

مثال (٣) :كانت إحدى الشركات مدينة بالديون التالية :

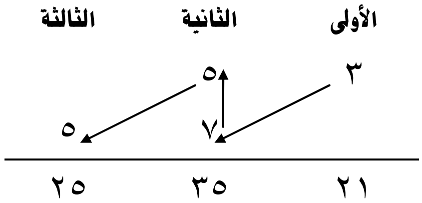
- ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤ سنوات
- ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ سنوات
- ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٨ سنوات
- ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ سنوات

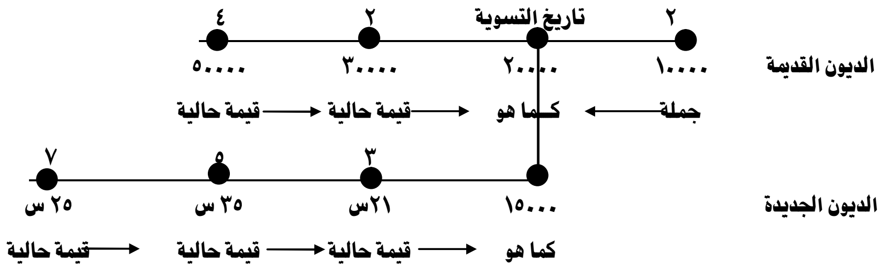
فإذا علمت أن الشركة لم تتمكن من سداد الدين الأول فى موعده ، وفى تاريخ استحقاق الدين الثانى طلبت من الدائن إعادة جدولة ديونها بالطريقة التالية :

- سداد مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه نقداً
- سداد باقى ما عليها بموجب ثلاث كمبيالات نسبة القيمة الاسمية للأولى إلى الثانية كنسبة ٣ : ٥ ونسبة القيمة الاسمية للثالثة إلى الثانية كنسبة ٥: ٧ وتستحق الكمبيالات بعد ٣ ، ٥ ، ٧ سنوات على الترتيب ، احسب

القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٢% سنوياً .

الحل





قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (فى تاريخ التسوية)

١٠٠٠٠ (١+٠,١٢)^{٢} + ٢٠٠٠٠ + ٣٠٠٠٠ × (١,١٢)$^{-٢}$+ ٥٠٠٠٠ × (١,١٢)$^{-٤}$

= ١٥٠٠٠ + ٢١س × (١,١٢)$^{-٣}$+ ٣٥س × (١,١٢)$^{-٥}$ + ٢٥ س × (١,١٢)$^{-٧}$

١٠٠٠٠ × ١,٢٥٤٤+٢٠٠٠٠+٣٠٠٠٠ × ٠,٧٩٧١٩٤ + ٥٠٠٠٠×٠,٦٣٥٥١٨

= ١٥٠٠٠ + ٢١ س×٠,٧١١٧٨٠+٣٥س×٠,٥٦٧٤٢٧+ ٢٥ س × ٠,٤٥٢٣٤٩

١٢٥٤٤ + ٢٠٠٠٠ + ٢٣٩١٥,٨٢ + ٣١٧٧٥,٩ = ١٥٠٠٠ + ١٤,٩٤٧٣٨٥س + ١٩,٨٥٩٩٤ س + ١١,٣٠٨٧٣ س

٨٨٢٣٥,٧٢ - ١٥٠٠٠ = ٤٦,١١٦٠٥٥٢ س

٧٣٢٣٥,٧٢ = ٤٦,١١٦٠٥٥٢ س

$$س = \frac{٧٣٢٣٥,٧٢}{٤٦,١١٦٠٥٥٢} = ١٥٨٨,٠٧٤$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى (٢١س) = ٢١ × ١٥٨٨,٠٧٤ = ٣٣٣٤٩,٥٦ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية (٣٥س) = ٣٥ × ١٥٨٨,٠٧٤ = ٥٥٥٨٢,٦ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة (٢٥س) = ٢٥ × ١٥٨٨,٠٧٤ = ٣٩٧٠١,٨٦ جنيه

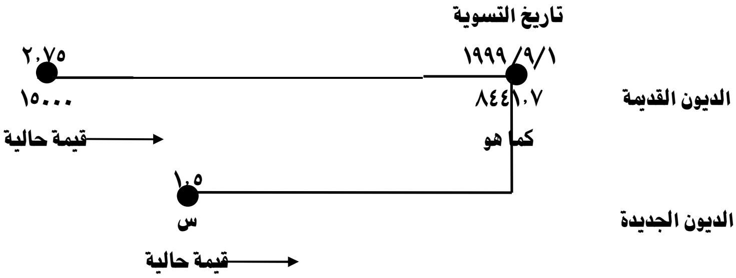
مثال (٤) : تاجر مدين بالديون التالية :

- ٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٧/٣/١
- ٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٩/٩/١
- ١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٢٠٠٢/٦/١

فإذا علمت أن المدين لم يتمكن من سداد الدين الأول فى تاريخ استحقاقه وطلب من الدائن تأجيل سداده حتى تاريخ استحقاق الدين الثانى على أن تحسب فائدة مركبة بمعدل ١٠% سنوياً . وفى تاريخ استحقاق الدين الثانى قام الدائن بسداد نصف المستحق عليه فى هذا التاريخ نقداً وحرر للدائن كمبيالة تستحق بعد سنة ونصف . إحسب القيمة الاسمية للكمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٢% سنوياً .

الحل

المستحق فى ١٩٩٩/٩/١ (تاريخ استحقاق الدين الثانى)		١ ٩ ١٩٩٩
= جملة الدين الأول + قيمة الدين الثانى		١ ٣ ١٩٩٧
$= ٧٠٠٠ (١+٠,١٠)^{٢,٥} + ٨٠٠٠$	**مدة الدين الأول**	. ٦ ٢
= ٧٠٠٠ × ١,٢٦٩٠٥٨٧ + ٨٠٠٠		١ ٦ ٢٠٠٢
= ٨٨٨٣,٤ + ٨٠٠٠ = ١٦٨٨٣,٤ جنيه		١ ٩ ١٩٩٩
المسدد النصف = ٨٤٤١,٧ جنيه	**مدة الدين الثالث**	. ٩ ٢
والباقي النصف = ٨٤٤١,٧ جنيه		



قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (في١٩٩٩/٩/١)

$$٨٤٤١,٧ + ١٥٠٠٠ \ (١,١٢)^{-٢,٧٥} = س \times (١,١٢)^{-١,٥}$$

٨٤٤١,٧ + ١٥٠٠٠ × ٠,٧٣٢٢٣٤٩ = س × ٠,٨٤٣٦٧١

٨٤٤١,٧ + ١٠٩٨٣,٥٢ = ٠,٨٤٣٦٧ س

١٩٤٢٥,٢٢ = ٠,٨٤٣٦٧١ س

س (القيمة الاسمية للكمبيالة)= ١٩٤٢٥,٢٢ / ٠,٨٤٣٦٧١ = ٢٣٠٢٤,٦٤ جنيه

مثـال (٥) : فى ١٩٩٥/١/١ كان أحد التجار مدينا بالديون التالية :

٤٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات

٧٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات

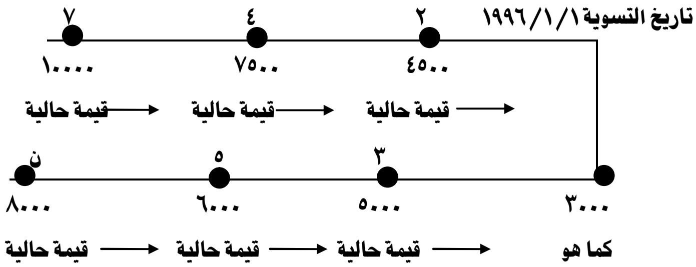
وفى ١٩٩٦/١/١ اتفق مع الدائن على سداد هذه الـديون بالطريقـة التالية :

- سداد مبلغ ٣٠٠٠ جنيه نقداً

- تحرير ٣ كمبيالات القيمة الاسمية للأولى ٥٠٠٠ جنيه وتستحق بعد ٣ سنوات والقيمة الاسمية للثانية ٦٠٠٠ جنيه وتستحق بعد ٥ سنوات والقيمة الاسمية للثالثة ٨٠٠٠ جنيه وتستحق بعد مدة معينة .

أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة الثالثة إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٢% سنوياً .

الحل



لاحظ أن مدد الديون القديمة محسوبة من ١٩٩٥/١/١ ولأن تاريخ التسوية ١٩٩٦/١/١ أى بعد سنة فإن مدد الديون القديمة تقل بمقدار سنة .

قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (فى ١٩٩٦/١/١)

$$٤٥٠٠ \times (١,١٢)^{-٢} + ٧٥٠٠ \times (١,١٢)^{-٤} + ١٠٠٠٠ \times (١,١٢)^{-٧}$$

$$= ٣٠٠٠ + ٥٠٠٠ \times (١,١٢)^{-٣} + ٦٠٠٠ \times (١,١٢)^{-٥} + ٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{-ن}$$

$$٤٥٠٠ \times ٠,٧٩٧١٩٤ + ٧٥٠٠ \times ٠,٦٣٥٥١٨ + ١٠٠٠٠ \times ٠,٤٥٢٣٤٩$$

$$= ٣٠٠٠ + ٥٠٠٠ \times ٠,٧١١٧٨٠ + ٦٠٠٠ \times ٠,٥٦٧٤٢٧ + ٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{-ن}$$

$$٣٥٨٧,٣٧ + ٤٧٦٦,٣٨ + ٤٥٢٣,٤٩$$

$$= ٣٠٠٠ + ٣٥٥٨,٩ + ٣٤٠٤,٥٦ + ٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{-ن}$$

$$١٢٨٧٧,٢٤ - ٩٩٦٣,٤٦ = ٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{-ن}$$

٢٩١٣,٧٨ = ٨٠٠٠ × (١,١٢)$^{-ن}$

(١,١٢)$^{-ن}$ = $\frac{٢٩١٣,٧٨}{٨٠٠٠}$ = ٠,٣٦٤٢٢٢٥ بأخذ لوغاريتم الطرفين

- ن لو ١,١٢ = لو ٠,٣٦٤٢٢٢٥

-ن = $\frac{\text{لو } ٠,٣٦٤٢٢٢٥}{\text{لو } ١,١٢}$ = $\frac{-٠,٤٣٨٦٣٣٢}{٠,٠٤٩٢١}$ = -٨,٩١

\ ن = ٨,٩١ سنة

٠,٩١ × ١٢ = ١٠,٩٢ شهر

٠,٩٢ × ٣٠ = ٢٧,٦ = ٢٨ يوم

	يوم	شهر	سنة
\ مدة الكمبيالة الثالثة	٢٨	١٠	٨
اعتباراً من	١	١	١٩٩٦
\ تاريخ استحقاق الكمبيالة	٢٩	١١	٢٠٠٤

المدة المكافئة وتاريخ الاستحقاق المتوسط :

إذا تم استبدال الديون القديمة بدين واحد جديد وكانت قيمة الدين الجديد = مجموع القيم الاسمية للديون القديمة فإن المدة التى يستحق بعدها الدين الجديد تسمى المدة المكافئة وتاريخ استحقاقه يسمى تاريخ الاستحقاق المتوسط وذلك لأنه يقع بين تواريخ الديون القديمة .

مثـال (٧) : تاجر مدين فى ١٩٩٠/١/١ بالديون التالية :

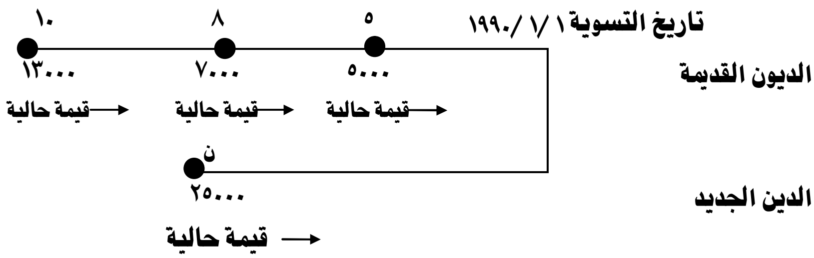
٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

٧٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات

١٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ سنوات

أراد استبدال هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية = مجموع القـيم الاسمية للديون القديمة أوجد المدة المكافئة وتاريخ الاستحقاق المتوسط للدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٥% سنوياً .

الحـل



قيمة الديون القديمة = قيمة الدين الجديد (فى ١٩٩٠/١/١)

$٥٠٠٠ \ (١,١٥)^{-٥} + ٧٠٠٠ \ (١,١٥)^{-٨} + ١٣٠٠٠ \ (١,١٥)^{-١٠} = ٢٥٠٠٠ \ (١,١٥)^{-ن}$

$٥٠٠٠ \times ٠,٤٩٧١٧٧ + ٧٠٠٠ \times ٠,٣٢٦٩٠٢ + ١٣٠٠٠ \times ٠,٢٤٧١٨٥$

$= ٢٥٠٠٠ \times (١,١٥)^{-ن}$

$٢٤٨٥,٨٨ + ٢٢٨٨,٣١ + ٣٢١٣,٤٠ = ٢٥٠٠٠ \times (١,١٥)^{-ن}$

$٧٩٨٧,٥٩ = ٢٥٠٠٠ \times (١,١٥)^{-ن}$

$$(١,١٥)^{-ن} = \frac{٧٩٨٧,٥٩}{٢٥٠٠٠} = ٠,٣١٩٥٠٤$$ **بأخذ لوغاريتم الطرفين**

- ن لو ١,١٥ = لو ٠,٣١٩٥٠٤

$$-ن = \frac{لو ٠,٣١٩٥٠٤}{لو ١,١٥} = \frac{-٠,٤٩٥٥٢٤}{٠,٠٦٠٦٩٧٨} = -٨,١٦$$

\ ن = ٨,١٦ سنة

٠,١٦ × ١٢ = ١,٩٢ شهر

٠,٩٢ × ٣٠ = ٢٧,٦ = ٢٨ يوم

	يوم	شهر	سنة
مدة الدين الجديد	٢٨	١	٨
اعتباراً من	١	١	١٩٩٠
تاريخ استحقاق الدين الجديد	٢٩	٢	١٩٩٨

مثـــال (٩) : تاجر مدين بالديون التالية :

- ٣٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٠/٣/١
- ٧٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٣/٧/١٥
- ١٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٦/٩/٣٠

أراد استبـــدال هذه الديون بكمبيالة واحدة قيمتها الاســـمية ١٥٠٠٠ جنيه أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة إذا كان معدل الفائدة المركبة المـــستخدم فى عملية التسوية ٨% نصف سنوى .

الحـــل

لم يتحدد تاريخ للتسوية \ نأخذ تاريخ أول الديون ونعتبره تاريخ التسوية .

المعدل المعلوم حقيقى غير سنوى $\bar{ع}$ = ٨% يبقى كما هو وتتغير المدد إلى $\bar{ن}$

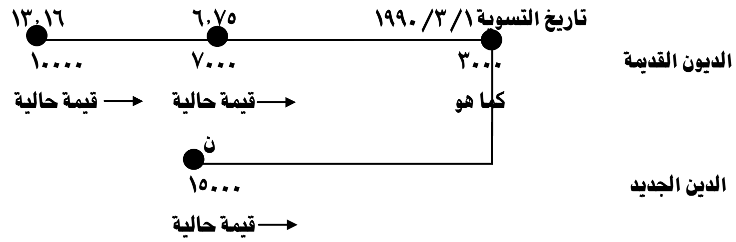
حيث $\bar{ن}$ = ن × م حيث م = ٢

تاريخ الاستحقاق	**١٥**	**٧**	**١٩٩٣**	**تاريخ الاستحقاق**	**٣٠**	**٩**	**١٩٩٦**
تاريخ التسوية	**١**	**٣**	**١٩٩٠**	**تاريخ التسوية**	**١**	**٣**	**١٩٩٠**
مدة الدين الثاني	**١٤**	**٤**	**٣**	**مدة الدين الثالث**	**٢٩**	**٦**	**٦**

$$\bar{ن} = ٣ \times ٢ + \frac{٤}{١٢} \times ٢ + \frac{١٤}{٣٦٥} \times ٢ \qquad \bar{ن} = ٦ \times ٢ + \frac{٦}{١٢} \times ٢ + \frac{٢٩}{٣٦٥} \times ٢$$

$$\bar{ن} = ٦ + ٠,٦٧ + ٠,٠٨ \qquad \bar{ن} = ١٢ + ١ + ٠,١٦$$

$$\bar{ن} = ٦,٧٥ \qquad \bar{ن} = ١٣,١٦$$



قيمة الديون القديمة = قيمة الدين الجديد (فى ١/٣/١٩٩٠)

$$٣٠٠٠ + ٧٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-٦,٧٥} + ١٠٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-١٣,١٦} = ١٥٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-\bar{ن}}$$

$$٣٠٠٠ + ٧٠٠٠ \times ٠,٥٩٥١٠٠ + ١٠٠٠٠ \times ٠,٣٦٣٢٢٦ = ١٥٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-\bar{ن}}$$

$$٣٠٠٠ + ٤١٦٥,٧ + ٣٦٣٢,٢٦ = ١٥٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-\bar{ن}}$$

$$١٠٧٩٧,٩٦ = ١٥٠٠٠ \times (١,٠٨)^{-\bar{ن}}$$

$$(١,٠٨)^{-\bar{ن}} = \frac{١٠٧٩٧,٩٦}{١٥٠٠٠} = ٠,٧١٩٨٦٤$$ **بأخذ لوغاريتم الطرفين**

$- \bar{ن}$ لو ١,٠٨ = لو ٠,٧١٩٨٦٤

$$- \bar{ن} = \frac{\text{لو } ٠,٧١٩٨٦٤}{\text{لو } ١,٠٨} = \frac{- ٠,١٤٢٧٤٩}{٠,٠٣٣٤٢٤} = -٤,٢٧$$

\ $\bar{ن}$ = ٤,٢٧ وحدة زمن

وحيث أن $\bar{ن}$ = ن × م

$$ن = \frac{\bar{ن}}{م} = \frac{٤,٢٧}{٢} = ٢,١٣٥ \text{ سنة}$$

٠,١٣٥ × ١٢ = ١,٦٢ شهر

٠,٦٢ × ٣٠ = ١٨,٦ = ١٩ يوم

	يوم	شهر	سنة
الكمبيالة تستحق بعد	١٩	١	٢
اعتباراً من	١	٣	١٩٩٠
أى أن تاريخ استحقاق الكمبيالة	٢٠	٤	١٩٩٢

تماريـــن

١- تاجر مدين بما يلى :

- ١٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٧/٥/١
- ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٩/٩/٣٠

وفى ١٩٩٦/٧/١٥ قام بسداد ٥٠٠٠ جنيه نقداً وحرر للدائن كمبيالة تستحق فى ٧/١٥ /٢٠٠٠ فإذا علمت أن معدل الفائدة ١٢% سـنوياً أوجـد القيمة الاسمية للكمبيالة .

٢ – تاجر مدين بما يلى :

- ٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٥/٤/٣٠
- ١٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٧/٩/١
- ١٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٩/١١/٣٠

وفى ١٩٩٥/١/١ قام بسداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً وحرر للـدائن كمبيالة قيمتها الاسمية ١٥٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن معدل الفائـدة المركبـة المستخدم فى عملية التسوية ١٣% سنوياً أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة .

٣- فى ١/١ /١٩٩٠ كان أحد التجار مدينا بما يلى :

- ٨٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات
- ١٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات و ٣ شهور
- ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ سنوات و ٩ شهور

وفى تاريخ استحقاق الدين الأول قام المدين بسداد نصف قيمته وحرر للدائن كمبيالتين القيمة الاسمية للأولى ثلاثة أمثال القيمة الاسمية للثانية وتستحق الأولى فى ١٩٩٦/٧/١ والثانية فـى ١٩٩٨/٤/١ إحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة فى الحالات التالية :

أ - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٤% سنوياً

ب - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٧% نصف سنوى

جـ - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٥% ثلث سنوى

د - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٣% ربع سنوى

هـ - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٥% سنوياً والفائدة تضاف مرتين فى السنة .

و - معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٨% سنوياً والفائدة تضاف كل ٤ شهور .

ز - معدل الخصم المركب المستخدم فى عملية التسوية ١٣% سنوياً

ح - معدل الخصم المركب المستخدم فى عملية التسوية ٨% لكل ٦ شهور

ط - معدل الخصم المركب المستخدم فى عملية التسوية ١٥% سنوياً والخصم يتم ٣ مرات فى السنة .

٤- فى ١٩٩٢/١/١ كان أحد التجار مدينا بالديون التالية :

- ٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد سنتين ونصف
- ٨٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات و ٩ شهور
- ١٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات وشهرين

فإذا علمت أنه لم يتمكن من سداد الدينين الأول والثانى فى مواعيدهما وقبل استحقاق الدين الثالث بسنة أراد التاجر سداد كافة ما عليه ، إحسب قيمة ما يسدده فى هذا التاريخ إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٧% عن نصف السنة ثم حدد تاريخ إجراء هذه التسوية .

٥ - تاجر مدين بالديون التالية :

- ٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد ١٩٩٥/١/١
- ١٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٧/٤/١
- ١٥٠٠٠جنيه تستحق السداد فى تاريخ معين

فإذا علمت أنه لم يتمكن من سداد الدين الأول فى موعده وفى تاريخ استحقاق الدين الثانى قام بسداد كافة الديون المستحقة عليه فبلغ مقدار ما سدده ٣٢٠٥٢جنيه ، أوجد تاريخ استحقاق الدين الثالث إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٥% عن ثلث السنة .

٦ – تاجر مدين بالديون التالية :

- ١٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٣/٧/١
- ١٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٥/١٠/١
- ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٩٩٨/٤/١

أراد إستبدال هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه ، أوجد تاريخ استحقاق الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٣,٥% عن ربع السنة .

٧ – فى ١٩٩١/٣/١ كان أحد التجار مدينا بالديون التالية :

- ٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات
- ٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات
- ٩٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧ سنوات

أراد استبدال هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية ١٨٠٠٠ جنيه أوجد تاريخ استحقاق الدين الجديد إذا تمت التسوية على أساس معدل فائدة مركبة ١٥% سنوياً والفائدة تضاف كل ٦ شهور .

٨ – فى ١٩٩٤/١/١ كانت إحدى الشركات مدينة بالديون التالية :

- ١٢٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٦/٧/١
- ١٨٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٧/٩/٣٠
- ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٩/٤/١

وفى ١٩٩٥/١/١ طلبت من الدائن تعديل طريقة سداد هذه الديون لتصبح كما يلى :

- سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً .
- تحرير كمبيالتين القيمة الاسمية لهما ١٥٠٠٠ ، ٢٠٠٠٠ جنيه على الترتيب ، حدد تاريخ استحقاق الكمبيالتين إذا علمت أن الكمبيالة الثانية تستحق بعد الكمبيالة الأولى بسنة وأن معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ١٤% سنوياً .

٩ – تاجر مدين بالديون التالية :

- ٧٥٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٠/١/١
- ١٢٥٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٢/٤/١
- ٢٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٥/٩/٣٠
- ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق فى ١٩٩٩/٧/١

وفى تاريخ استحقاق الدين الأول قام بسداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً وحرر للدائن ٣ سندات اذنية قيمتها الاسمية ١٥٠٠٠ ، ٢٠٠٠٠ ، ٢٥٠٠٠ جنيه على الترتيب، حدد تاريخ استحقاق كل سند إذا علمت أن تاريخ استحقاق السند الثانى يقع بعد تاريخ استحقاق السند الأول بسنة ونصف والسند الثالث يستحق بعد السند الثانى بسنتين وأن معدل الفائدة المركبة المستخدم فى عملية التسوية ٧% عن نصف السنة .

الفصل الرابع

جملة الدفعات السنوية المتساوية

الفصل الرابع

جملة الدفعات السنوية المتساوية

m

الدفعات عبارة عن مجموعة من المبالغ التـــى تـــدفع (أو تُحَّـــصل) بصورة دورية وعلى فترات زمنية متساوية، أى أن الفاصل الزمنى بين كل مبلغ والآخر ثابت .

وهناك عدة أسس يمكن الاعتماد عليها فى تقسيم الدفعات من أهمها :

١ – حتمية السداد :

تنقسم الدفعات من حيث حتمية سدادها إلى :

أ – دفعات احتمالية : وهى الدفعات غير المؤكدة ، أى التى يتوقف دفعها على تحقق شرط معين أو احتمال معين مثل دفعـــات المعـــاش التـــى يتوقف دفعها على بقاء المستفيد على قيد الحياة.

ب – دفعات مؤكدة : وهى التى يتحقق دفعها بدون الارتبـــاط بـــأى شرط من الشروط مثل الأقساط الخاصة بعمليات الشراء بالتقسيط أو ســـداد الديون المستحقة للبنوك .

وتجدر الإشارة إلى أن مجال الدراسة فى الرياضة الماليـــة يخـــتص فقط بالدفعات المؤكدة السداد ، أما الدفعات الاحتمالية فمجال دراستها علـــوم أخرى مثل التأمين .

٢ – مدة السداد :

تنقسم الدفعات من حيث مدة سداد مبالغها إلى :

أ – دفعات دائمة (لا نهائية) : وهى التى لا يتحدد فيها مـــدة معينـــة لسداد مبالغها أى لا يتحدد فيها عدد المبالغ مثل ريع الأرض الزراعية .

ب – دفعات مؤقتة (محدودة) : وهى التى تسدد مبالغها لمدة محـــددة من الزمن أى يعرف مقدماً عدد المبالغ المسددة .

٣ – بداية السداد :

تنقسم الدفعات من حيث بداية سداد مبالغها أو بداية استحقاقها إلى :

أ – دفعات عاجلة (معجلة) : وهى التى يسدد أول مبالغهـــا بمجـــرد الاتفاق عليها دون تأجيل .

ب – دفعات مؤجلة (آجلة) : وهى التى يسدد أول مبالغها بعد فتـــرة تأجيل تسبق مدة الاتفاق عليها .. وفترة التأجيل لابد أن تكون أكبر من فترة زمنية من زمن الدفعة (أكبر من سنة للدفعات السنوية).

٤ – زمن الدفعة (دورية السداد) :

تنقسم الدفعات من حيث زمن الدفعة أى الفاصل الزمنى بين كل مبلغ والآخر إلى :

أ – دفعات سنوية : وهى التى تسدد مبالغها سنوياً .

ب – دفعات مجزأة : أى تسدد على فترات أقل من ســـنة (كـــل ٦ شهور كل ٤ شهور كل ٣ شهور).

جـ – دفعات مجمعة : أى تسدد على فترات أكبر من سنة (كل سنة ونصف، كل سنتين، ..)

٥ – مبلغ الدفعة :

تنقسم الدفعات من حيث قيمة مبالغها إلى:

أ – دفعات متساوية (ثابتة) : وهى التى تكون مبالغها ثابتة لا تتغير طوال مدة استحقاقها .

ب – دفعات غير متساوية (متغيرة) : وتنقسم بدورها إلى :

ب/١ دفعات متغيرة وفق نظام معين :

وهى الدفعات التى تتزايد أو تتناقص مبالغها وفق قاعدة معينة أو قانون معين مثل المتوالية العددية والمتوالية الهندسية .

ب /٢ دفعات متغيرة بدون نظام :

وهى الدفعات التى لا تخضع في تغيرها لنظام معين .

وتجدر الإشارة إلى أن دراستنا سوف تقتصر على الدفعات المتساوية فقط .

٦ – موعد السداد :

تنقسم الدفعات من حيث الموعد الدورى لسداد مبالغها إلى :

أ – دفعات فورية : وهى التى تدفع مبالغها فى بداية (أول) كل فترة زمنية (أول كل سنة ، أول كل ٦ شهور) .

ب – دفعات عادية : وهى التى تدفع مبالغها فى نهاية (آخر) كل فترة زمنية (أخر كل سنة ، آخر كل ٦ شهور).

والتقسيم التالى يوضح الأنواع المختلفة للـــدفعات التـــى ســـنتناولها بالدراسة .

ويلاحظ أن الرموز الواردة بالتقسيم خاصة بدفعات مبلغها ١ جنيـــه فإذا أردنا حساب جملة أى دفعة أو القيمة الحالية لها نضرب مبلغ الدفعـــة × رمز الدفعة .

جملة الدفعات
أو **= مبلغ الدفعة × رمز الدفعة**
القيمة الحالية للدفعات

الدفعات

- متساوية
- متناقصة
- متزايدة

الدفعات المتساوية

- سنوية
- أقل من سنة (مجزأة)
- أكبر من سنة (مجمعة)

↓

- دفعات مؤقتة (ن)
- دفعات دائمة (∞)

↓

- جملة الدفعات
- القيمة الحالية للدفعات

جملة الدفعات المتساوية

المؤقتة (ن)		الدائمة (∞)
	١ - العاجلة	
ج ن⌉ع٪	١/١ العادية	ج ∞⌉ع٪
جً ن⌉ع٪	٢/١ الفورية	جً ∞⌉ع٪
	٢ - المؤجلة (هـ)	
هـ /ج ن⌉ع٪	١/٢ العادية	هـ /ج ∞⌉ع٪
هـ/ جً ن⌉ع٪	٢/٢ الفورية	هـ/ جً ∞⌉ع٪

٣-المؤجل حسابها (هـ)

المؤقتة		الدائمة
جـ ن⌉ع٪ / هـ	١/٣ العادية	جـ ∞⌉ع٪ / هـ
جّـ ن⌉ع٪ / هـ	٢/٣ الفورية	جّـ ∞⌉ع٪ / هـ

القيمة الحالية للدفعات المتساوية

المؤقتة (ن) ↓ — ↓ الدائمة (∞)

١- العاجلة

المؤقتة (ن)		الدائمة (∞)
عـ ن⌉ع٪	١/١ العادية	عـ ∞⌉ع٪
عّـ ن⌉ع٪	٢/١ الفورية	عّـ ∞⌉ع٪

٢- المؤجلة (هـ)

المؤقتة (ن)		الدائمة (∞)
هـ/ عـ ن⌉ع٪	١/٢ العادية	هـ/عـ ∞⌉ع٪
هـ/عّـ ن⌉ع٪	٢/٢ الفورية	هـ/عّـ ∞⌉ع٪

٣-المتأخر حسابها (ت)

المؤقتة (ن)		الدائمة (∞)
عـ ن⌉ع٪ | ت/ز	العادية فقط	عـ ∞⌉ع٪ | ت/ز

أولاً : جملة الدفعات الدائمة (¥) :

نظراً لأن الجملة تُحسب فى نهاية المدة ، والدفعات الدائمة لانهائيــة لها فإن جملة الدفعات الدائمة بكافة أنواعها = ¥

١- جملة الدفعات الدائمة (¥) العاجلة :

١/١ : **العادية** : $ح_{\overline{\infty}|ع\%}$ = ¥

٢/١ : **الفورية** : $\ddot{ح}_{\overline{\infty}|ع\%}$ = ¥

٢ - جملة الدفعات الدائمة (¥) المؤجلة (هـ) :

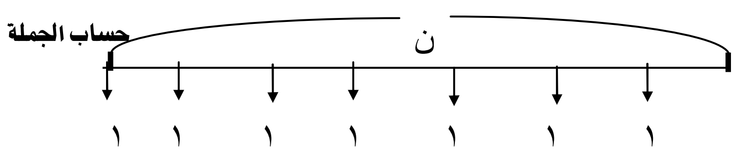
١/٢ :العادية :هــ/ $ج_{\overline{\infty}|ع\%}$ = ¥

٢/٢ : الفورية:هــ / $\ddot{ج}_{\overline{\infty}|ع\%}$ = ¥

ثانياً : جملة الدفعات المؤقتة (ن) :

١- جملة الدفعات المؤقتة (ن) العاجلة :

١/١ العادية : يرمز لجملة الدفعات السنوية المؤقتة (ن) العاجلة العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $ج_{\overline{ن}|ع\%}$



$$ح_{\overline{ن}|ع\%} = (١+ع)^{ن-١} + (١+ع)^{ن-٢} + ... + (١+ع)^{٢} + (١+ع) + ١$$

$$= ١ + (١+ع) + (١+ع)^{٢} + ... + (١+ع)^{ن-٢} + (١+ع)^{ن-١}$$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول = ١ وأساسها (١+ع) وعدد حدودها= ن

$$= \text{الحد الأول} \times \frac{\text{الأساس}^{\text{عدد الحدود}} - ١}{\text{الأساس} - ١}$$

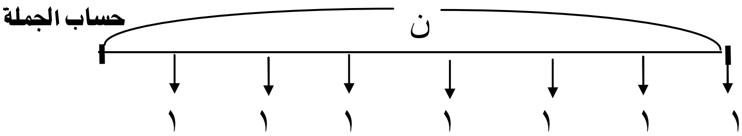
$$= ١ \times \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{١ + ع - ١}$$

$$\text{جـ}_{\overline{ن|}ع\%} = \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{ع}$$

والقيمة $\text{جـ}_{\overline{ن|}ع\%}$ نحصل عليها باستخدام الآلة الحاسبة

فمثلا $\text{جـ}_{\overline{٢٠|}٩\%} = \frac{(١,٠٩)^{٢٠} - ١}{٠,٠٩}$ نقوم بإدخال ١,٠٩ ثم نـــضغط [X^y] أو [^] حسب نوع الآلة ثـــم ٢٠ ثـــم = ثـــم -١ ثـــم ÷ ٠,٠٩ ثـــم نـــضغط [=] ٥١,١٦٠١١٩

٢/١ الفورية : يرمز لجملة الدفعات السنوية المؤقتة (ن) العاجلة الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\ddot{\text{حـ}}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%}$



$$\ddot{\text{حـ}}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%} = (\text{١+ع})^{\text{ن}} + (\text{١+ع})^{\text{ن-١}} + \dots + (\text{١+ع})^{\text{٢}} + (\text{١+ع})$$

$$= (\text{١+ع}) + (\text{١+ع})^{\text{٢}} + \dots\dots + (\text{١+ع})^{\text{ن-١}} + (\text{١+ع})^{\text{ن}}$$

= مجموع م.هـ حدها الأول (١+ع) وأساسها (١+ع) وعدد حدودها ن

$$= (\text{١+ع}) \times \frac{(\text{١ + ع})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{١ + ع - ١}}$$

$$= (\text{١+ع}) \times \frac{(\text{١+ع})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{ع}}$$

$$\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%} = (\text{١+ع}) \times \text{حـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%}$$

$$\boxed{\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%} = \text{حـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع}\%} \times (\text{١+ع})}$$

وبإضافة وطرح واحد صحيح للعلاقة الأولى لحساب $\ddot{ح}_{\overline{ن}|ع\%}$

$$\ddot{ح}_{\overline{ن}|ع\%} = [\,١ + (١+ع) + (١+ع)^{٢} + ... (١+ع)^{ن-١} + (١+ع)^{ن}\,] - ١$$

= (مجموع م.هـ حدها الأول =١ وأساسها (١+ع) وعدد حدودها ن +١)-١

$$= \frac{(١+ع)^{ن+١} - ١}{١ + ع - ١} - ١$$

$$= \frac{(١+ع)^{ن+١} - ١}{ع} - ١$$

$$\ddot{ح}_{\overline{ن}|ع\%} = ح_{\overline{ن+١}|ع\%} - ١$$

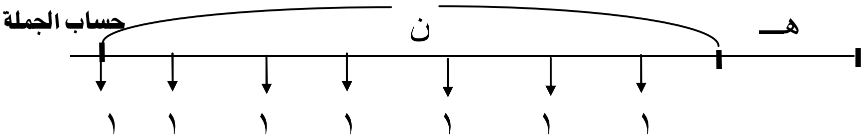
ونحصل على القيمة $\ddot{ح}_{\overline{ن}|ع\%}$ بدلالة $ح_{\overline{ن}|ع\%}$ من خلال العلاقتين

السابقتين فمثلا $\ddot{ح}_{\overline{٢٠}|٩\%} = ح_{\overline{٢٠}|٩\%} \times (١,٠٩)$

أو $= ح_{\overline{٢١}|٩\%} - ١$

٢- جملة الدفعات المؤقتة (ن) المؤجلـة (هـ) :

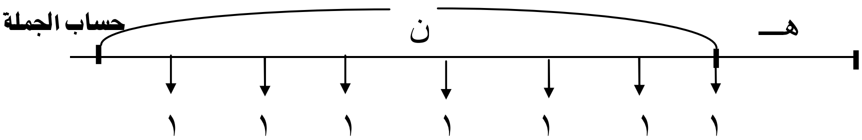
١/٢ العادية : يرمز لجملة الدفعات السنوية المؤقتـة (ن) المؤجلـة (هـــ) العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز هـ/ حـ ن⌉ع٪



لما كان حساب جملة الدفعات يتم فى نهاية الوقت الأصلى لها فـإن فترة التأجيل لا تؤثر فى حساب الجملة أى أن :

هـ / جـ ن⌉ع٪ = حـ ن⌉ع٪

٢/٢ الفورية : يرمز لجملة الدفعات السنوية المؤقتـة (ن) المؤجلـة (هـــ) الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز هـ /حـ̈ ن⌉ع٪



بالمثل فإن فترة التأجيل لا تؤثر فى حساب جملة الدفعات الفورية أى أن :

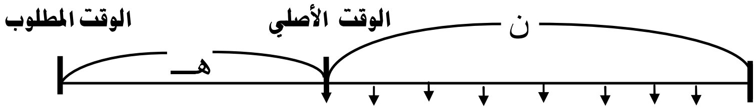
هـ / حـ̈ ن⌉ع٪ = حـ̈ ن⌉ع٪

تأجيل حساب جملة الدفعات :

من الطبيعى أن تُحسب جملة الدفعات فى نهاية الوقت الأصلى لهـــا أى فى تاريخ سداد آخر مبالغها إذا كانت الدفعات عادية ، أو بعد انتهاء فترة زمنية واحدة من سداد آخر مبالغها إذا كانت الدفعات فورية (أى بعد ســـنة للدفعات السنوية أو بعد ٦ شهور للدفعات النصف سنوية)

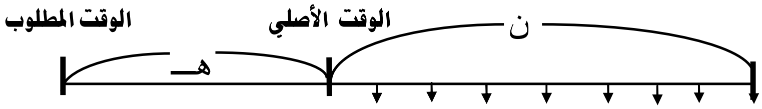
ولكن فى بعض الأحيان نؤجل حساب جملة الدفعات لما بعد انتهـــاء مدة معينة ولتكن (هـــ) تزيد على الفترة الزمنية الواحدة التى تفصل بين كل مبلغ والآخر وفى هذه الحالة تُحسب الجملة فى نهاية هذه المدة كما يلى :

١- الجملة المؤجلة للدفعات العادية :



جـ ن⌉ع٪ /هـــ = حـ ن⌉ع٪ (١+ع)^{هـ}

٢- الجملة المؤجلة للدفعات الفورية :



جَـ ن⌉ع٪ /هـــ = حَـ ن⌉ع٪ (١+ع)^{هـ}

ملاحظات هامة جداً :

أولاً : سبق أن أشرنا إلى أن المدة بالجداول المالية تشير إلى وحدات زمنية وليست سنوات فقط ، بمعنى أنها تُستخدم كسنوات أو أنصاف سنين أو أرباع سنين أو ... حسب طبيعة إضافة الفائدة ، وهذا يعنى أن الدفعات سواء كانت سنوية أو غير سنوية طالما كان معدل الفائدة يتفق مع زمن الدفعة فإننا نستخدم الجداول المالية أيا كانت طبيعة مدة الدفعة .

فالدفعة السنوية التي مبلغها (١) جنيه ومدتها (ن) سنة وبمعدل فائدة مركبة(ع) سنوياً نكشف عنها بالجداول مباشرة تحت المعدل (ع) وأمام المدة(ن).

والدفعة النصف سنوية مثلاً التى مبلغها (١) جنيه ومدتها (ن) سنة وبمعدل فائدة مركبة نصف سنوى ($\bar{ع}$) نكشف عنها بالجداول مباشرة تحت المعدل ($\bar{ع}$) وأمام المدة ($\bar{ن}$) حيث $\bar{ن} = ن \times م$

أما إذا كان المعدل مع الدفعة النصف سنوية المذكورة هو معدل حقيقى سنوى (ع) فإننا نكون أمام أحد اختيارين :

١- أن نحول المعدل الحقيقى السنوى (ع) إلى معدل حقيقي نصف سنوى ($\bar{ع}$) حيث : $\bar{ع} = (١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١$

٢ - أن نعامل الدفعة أنها دفعة غير سنوية (مجزأة) وفقاً للقوانين التى سوف تأتى عند تناولنا للدفعات غير السنوية (الأقل من سنة) .

وبنفس المنطق إذا كانت الدفعة مبلغها (١) جنيه لكل سنتين مثلاً والمدة (ن) سنة والمعدل (ع̅) لكل سنتين ، فإننا نستخدم الجداول المالية تحت المعدل (ع̅) وأمام المدة (ن̅) حيث ن̅ = ن × م .

أما إذا كان المعدل المذكور حقيقى سنوى (ع) فإننا نكون أمام نفس الاختيارين السابقين :

١ - أن نحول المعدل الحقيقى السنوى (ع) إلى معدل حقيقي لكل سنتين (ع̅) حيث : $\bar{ع} = (1+ع)^{\frac{1}{م}} - 1$

٢ - أن نعامل الدفعة أنها دفعة غير سنوية (مجمعة) وفقاً للقوانين التى سوف تأتى عند تناولنا للدفعات غير السنوية (الأكبر من سنة) .

ثانياً : إذا لم يتحدد نوع الدفعات في التمرين (عادية - فورية) فإنها تتحدد كما يلي :

١ - إذا كانت دفعات إيداع ، نعتبرها فورية .

٢ - إذا كان دفعات سداد ، نعتبرها عادية .

٣ - إذا لم يتحدد ما إذا كانت دفعات إيداع أم سداد نعتبرها عادية .

مثال (١) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه سنوياً ولمدة ٨ سنوات احسب جملة ما له فى البنك فى نهاية المدة إذا كان البنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل ١٢% سنوياً ، وذلك فى الحالتين :

١ - إذا كانت الدفعة عادية .

٢ - إذا كانت الدفعة فورية .

الحل

١– إذا كانت الدفعة عادية :

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة × $\text{حـ}_{\overline{ن|}\,ع\%}$

$= ١٠٠٠ \times \text{حـ}_{\overline{٨|}\,١٢\%}$

$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٢)^{٨}-١}{٠,١٢}$ **الآلة الحاسبة**

$= ١٠٠٠ \times ١٢,٢٩٩٦٩٣$

= ١٢٢٩٩,٦٩٣ جنيه

٢– إذا كانت الدفعة فورية :

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة × $\ddot{\text{حـ}}_{\overline{ن|}\,ع\%}$

$= ١٠٠٠ \times \ddot{\text{حـ}}_{\overline{٨|}\,١٢\%}$

$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٢)^{٨}-١}{٠,١٢} (١,١٢)$

$= ١٠٠٠ \times ١٣,٧٧٥٦٥٦$

= ١٣٧٧٥,٦٥٦ جنيه

مثال (٢) : أودع شخص مبلغ ٢٠٠ جنيه كل ٣ شهور فى أحد البنوك الذى يحسب الفوائد المركبة بمعدل ربع سنوى ٤% حسب جملة ما لهذا الشخص فى البنك فى نهاية ٤ سنوات و ٩ شهور وذلك فى الحالتين التاليتين :

١- الإيداع يتم آخر كل ٣ شهور .

٢- الإيداع يتم أول كل ٣ شهور .

١ – الإيداع آخر كل ٣ شهور : الدفعة عادية

المبلغ ربع سنوى والمعدل ربع سنوى $\bar{ع}$=٤% تحول المدة إلى وحدات زمنية تتفق مع المعدل وزمن الدفعة $\bar{ن}$ = ن × م م = ٤

$$\bar{ن} = ٤ \times ٤ + \frac{٩}{١٢} \times ٤$$

$\bar{ن}$ = ١٦ + ٣ = ١٩ **وحدة زمنية**

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة × حـ $_{\bar{ن}|٤\%}$

= ٢٠٠ × حـ $_{١٩|٤\%}$

$$= ٢٠٠ \times \frac{(١,٠٤)^{١٩} - ١}{٠,٠٤}$$ **الآلة الحاسبة**

= ٢٠٠ × ٢٧,٦٧١٢٢٩

= ٥٥٣٤,٢٤٥٨ **جنيه**

٢ – الإيداع أول كل ٣ شهور : الدفعة فورية

جملة الدفعات = ٢٠٠ × حـ̈ $_{١٩|٤\%}$

$$= ٢٠٠ \times \frac{(١,٠٤)^{١٩} - ١}{٠,٠٤} \ (١,٠٤)$$ **الآلة الحاسبة**

= ٢٠٠ × ٢٨,٧٧٨٠٧٩

= ٥٧٥٥,٦١٥٨ **جنيه**

مثـال (٣) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه آخر كل سنة ولمـدة ٥ سنوات ثم زاد المبلغ إلى ٢٠٠٠ جنيه سنوياً خلال الخمـس سـنوات

التالية ثم إلى ٣٠٠٠ جنيه سنوياً خلال الخمس سنوات التالية ، إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية ١٥ سنة فى الحالات التالية :

١- معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً .

٢- معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً خلال الخمس سنوات الأولى، ثم تغير إلى ١١% سنوياً خلال الخمس سنوات التالية ثم إلى ١٢% سنوياً خلال الخمس سنوات الأخيرة .

٣- معدل الفائدة المركبة على مبالغ الدفعة الأولـــى (١٠٠٠ جنيـــه) ١٠% سنوياً، وعلى مبالغ الدفعة الثانية (٢٠٠٠ جنيه) ١١% سنوياً، وعلـــى مبالغ الدفعة الثالثة (٣٠٠٠ جنيه) ١٢% سنوياً .

الحــل

١- معدل الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً :

٥	٥	٥
١٠٠٠ عادية	٢٠٠٠ عادية	٣٠٠٠ عادية

جملة ماله فى البنك فى نهاية ١٥ سنة

$$= ١٠٠٠ \times \text{ح}_{\overline{٥}|١٠٪} \times (١ + ٠,١٠)^{١٠} + ٢٠٠٠ \times$$

$$\text{ح}_{\overline{٥}|١٠٪} (١ + ٠,١٠)^{٥} + ٣٠٠٠ \times \text{ح}_{\overline{٥}|١٠٪}$$

$$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠} (١,١٠)^{١٠} +$$

$$٢٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠} (١,١٠)^{٥} + ٣٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠}$$

$$= ١٠٠٠ \times ٦,١٠٥١ \times ٢,٥٩٣٧٤٣ + ٢٠٠٠ \times$$

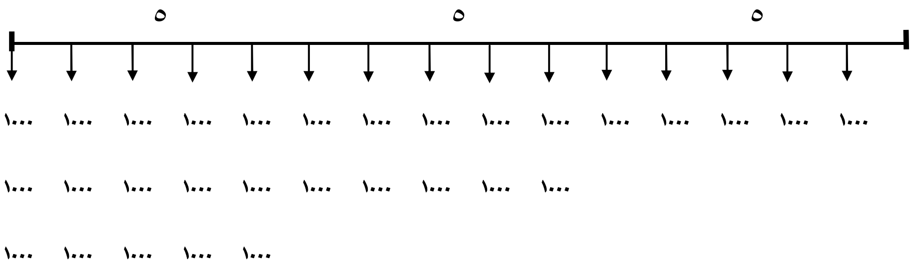
$$٦,١٠٥١ \times ١,٦١٠٥١ + ٣٠٠٠ \times ٦,١٠٥١$$

= ١٥٨٣٥,٦ + ١٩٦٦٤,٦٥ + ١٨٣١٥,٣

= ٥٣٨١٥,٠١ **جنيه**

حل آخر :

يمكن اعتبار أن مبلغ ١٠٠٠ مستمر الدفع لمدة ١٥ سنة ، ثم مبلغ ١٠٠٠ لمدة ١٠ سنوات ثم مبلغ ١٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات طالما أن معدل الفائدة ثابت طوال المدة .



الجملة = $١٠٠٠ \times \text{ح}_{\overline{١٥|}\,١٠\%} + ١٠٠٠ \times \text{ح}_{\overline{١٠|}\,١٠\%} + ١٠٠٠ \times \text{ح}_{\overline{٥|}\,١٠\%}$

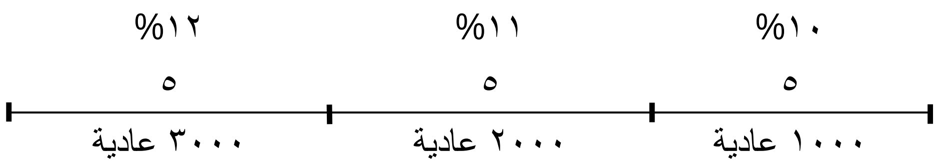
$$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{١٥} - ١}{٠,١٠} + ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{١٠} - ١}{٠,١٠} + ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠}$$

= ١٠٠٠ × ٣١,٧٧٢٤٨٢ + ١٠٠٠ × ١٥,٩٣٧٤٢٥ + ١٠٠٠ × ٦,١٠٥١

= ٣١٧٧٢,٤٨٢ + ١٥٩٣٧,٤٢٥ + ٦١٠٥,١

= ٥٣٨١٥,٠١ **جنيه**

٢- معدل الفائدة ١٠% خلال الخمس سنوات الأولى ثم ١١% خلال الخمس سنوات التالية ثم ١٢% خلال الخمس سنوات الأخيرة :



الجملة فى نهاية ١٥ سنة

$$= ١٠٠٠ \times ح_{\overline{٥|}\,١٠\%}\ (١+٠,١١)^{٥}\ (١+٠,١٢)^{٥}$$

$$+\ ٢٠٠٠ \times ح_{\overline{٥|}\,١١\%}\ (١+٠,١٢)^{٥} + ٣٠٠٠ \times ح_{\overline{٥|}\,١٢\%}$$

$$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠} (١,١١)^{٥} (١,١٢)^{٥} + ٢٠٠٠ \times \frac{(١,١١)^{٥} - ١}{٠,١١} (١,١٢)^{٥}$$

$$+\ ٣٠٠٠ \times \frac{(١,١٢)^{٥} - ١}{٠,١٢}$$

$$= ١٠٠٠ \times ٦,١٠٥١ \times ١,٦٨٥٠٥٨ \times ١,٧٦٢٣٤٢ + ٢٠٠٠$$

$$\times\ ٦,٢٢٧٨٠١ \times ١,٧٦٢٣٤٢ + ٣٠٠٠ \times ٦,٣٥٢٨٤٧$$

$$= ١٨١٣٠ + ٢١٩٥١,٠٣ + ١٩٠٥٨,٥٤١$$

= ٥٩١٣٩,٥٧١ **جنيه**

٣- معدل الفائدة ١٠% على مبالغ الدفعة الأولى ، ١١% على مبالغ الدفعة الثانية ، ١٢% على مبالغ الدفعة الثالثة :

٥	٥	٥
١٠٠٠ عادية ١٠%	٢٠٠٠ عادية ١١%	٣٠٠٠ عادية ١٢%

الجملة فى نهاية ١٥ سنة

$$= ١٠٠٠ \times ح_{\overline{٥|}\,١٠\%}\ (١+٠,١٠)^{١٠} + ٢٠٠٠$$

$$\times\ ح_{\overline{٥|}\,١١\%}\ (١ + ٠,١١)^{٥} + ٣٠٠٠ \times ح_{\overline{٥|}\,١٢\%}$$

$$= ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠} (١,١٠)^{١٠} + ٢٠٠٠ \times \frac{(١,١١)^{٥} - ١}{٠,١١} (١,١١)^{٥}$$

$$+\ ٣٠٠٠ \times \frac{(١,١٢)^{٥} - ١}{٠,١٢}$$

= ١٠٠٠ × ٦,١٠٥١ × ٢,٥٩٣٧٤٢ + ٢٠٠٠

× ٦,٢٢٧٨٠١ × ١,٦٨٥٠٥٨ + ٣٠٠٠ × ٦,٣٥٢٨٤٧

= ١٥٨٣٥,٠٥ + ٢٠٩٨٨,٤١ + ١٩٠٥٨,٥٤

= ٥٥٨٨٢ جنيه

مثـال (٤) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه أول كل سنة وفى نهاية مدة معينة وجد أن جملة ماله فى البنك وبمعدل فائـدة مركبـة ١٣% سنوياً بلغت ١١٧٥٧,٢٦٣ جنيه احسب عدد المبالغ المودعـة (مـدة الدفعات).

الحـل

جملة ما له فى البنك = ١٠٠٠ × $\ddot{s}_{\overline{ن}|١٣\%}$

$$١١٧٥٧,٢٦٣ = ١٠٠٠ \times \frac{(١,١٣)^{ن} - ١}{٠,١٣}(١,١٣)$$

$$\frac{١١٧٥٧,٢٦٣ \times ٠,١٣}{١٠٠٠ \times ١,١٣} = (١,١٣)^{ن} - ١$$

$$١,٣٥٢٦٠٥ = (١,١٣)^{ن} - ١$$

$(١,١٣)^{ن} = ٢,٣٥٢٦٠٥$ **بأخذ لوغاريتم الطرفين**

ن لو ١,١٣ = لو ٢,٣٥٢٦٠٥

$$ن = \frac{لو\ ٢,٣٥٢٦٠٥}{لو\ ١,١٣} = \frac{٠,٣٧١٥٤٩}{٠,٠٥٣٠٧٨}$$

ن = ٧

Q المعدل سنوى

\ ن = ٧ سنوات أى أن عدد المبالغ المودعة = ٧ مبالغ

مثـال (٥) : أودع شخص فى بنك مبلغ ٢٠٠٠ جنيه آخر كل سنة ولمدة ١٠ سنوات ، وفى نهاية المدة وجد أن جملة مالــه فــى البنــك بلغــت ٣٥٠٩٧,٤٧ جنيه إحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم.

الحــل

جملة الدفعات العادية = مبلغ الدفعة × حـ $\overline{ن|}$ ع٪

٣٥٠٩٧,٤٧ = ٢٠٠٠ × جـ $\overline{١٠|}$ ع٪

حـ $\overline{١٠|}$ ع٪ = $\frac{٣٥٠٩٧,٤٧}{٢٠٠٠}$ = ١٧,٥٤٨٧٣٥

$\frac{(١+ع)^{١٠} - ١}{ع}$ = ١٧,٥٤٨٧٣٥

وباتباع أسلوب التجربة والخطأ يتم التعويض فى الطرف الأيمن بقيم ع المختلفة حتى تصل إلى القيمة الموجودة فى الطرف الأيسر، وبإجراء ذلك تبين أن ع = ١٢%

∴ معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٢% سنوياً

مثـال (٦) : أودع شخص فى بنك مبلغاً ما آخر كل سنة وفى نهاية ١٥ سنة وجد أن جملة ماله فى البنك وبمعدل فائدة مركبة ١٢% سنوياً بلغــت ٢٩٨٣٢,٧٧٢ جنيه احسب مبلغ الدفعة .

الحــل

جملة الدفعات العادية = مبلغ الدفعة × حـ $\overline{ن|}$ ع٪

٢٩٨٢٣,٧٧٢ = مبلغ الدفعة × ح $_{\overline{١٥}|}$ ١٢٪

$$\text{٢٩٨٢٣,٧٧٢} = \text{مبلغ الدفعة} \times \frac{(\text{١,١٢})^{\text{١٥}} - \text{١}}{\text{٠,١٢}}$$

٢٩٨٢٣,٧٧٢ = مبلغ الدفعة × ٣٧,٢٧٩٧١٥

$$\therefore \text{مبلغ الدفعة} = \frac{\text{٢٩٨٢٣,٧٧٢}}{\text{٣٧,٢٧٩٧١٥}} = \text{٨٠٠ جنيه}$$

تماريـــن

١- أودع شخص فى بنك مبلغ ٣٠٠٠ جنيه سنوياً ولمـــدة ١٠ ســـنوات إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية المدة إذا كـــان البنـــك يحـــسب الفوائد المركبة بمعدل ٩% سنوياً وذلك فى الحالتين :
أ - الإيداع آخر كل سنة ب - الإيداع أول كل سنة

٢- أودع شخص فى بنك مبلغ ١٥٠٠ جنيه كل ستة شـــهور ولمـــدة ٥ سنوات ونصف ، إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية المدة إذا كان البنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل نصف سنوى ٦% وذلـــك فـــى الحالتين :
أ - الإيداع آخر كل ٦ شهور ب - الإيداع أول كل ٦ شهور

٣- أودع شخص فى بنك مبلغ ٢٥٠٠ جنيه كل أربعة شهور ولمـــدة ٥ سنوات و٨ شهور إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية المدة إذا كان البنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل ١٥% سنوياً والفائدة تـــضاف ٣ مرات فى السنة وذلك فى الحالتين :
أ - الإيداع آخر كل ٤ شهور ب - الإيداع أول كل ٤ شهور

٤- أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه آخر كل ثلاثة شهور ولمدة ٤ سنوات و٩شهور ، إحسب جملة ماله فى البنك فى نهاية المدة إذا كان البنك يحسب الفوائد المركبة :
أ - بمعدل فائدة مركبة ربع سنوى ٥%
ب - بمعدل فائدة مركبة ١٦% سنوياً والفائدة تضاف ٤ مرات فـــى السنة .
جـــ- بمعدل فائدة مركبة ١٧% سنوياً .

٥- أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه أول كـــل ســـنة ولمـــدة ٦ سنوات ثم أودع ضعف هذا المبلغ لمدة ٦ سنوات أخرى ، إحـــسب جملة ما له فى البنك فى نهاية ١٥ سنة وذلك فى الحالات التالية :

أ - معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً .

ب - معدل الفائدة المركبة خلال الثماني سنوات الأولى ١٢% ثم أصبح ١٣% بعد ذلك .

جـــ - معدل الفائدة المركبة على مبالغ الدفعة الأولى ١٢% ســـنوياً وعلى الدفعة الثانية ١٣% سنوياً .

٦ - أودع شخص فى بنك مبلغ ٢٠٠٠ جنيه آخر كل سنة ولمدة معينـــة وجد فى نهايتها أن جملة ماله فى البنك وبمعدل فائـــدة مركبـــة ٩% سنوياً بلغ ١٨٤٠٠,٨٧ جنيه ، إحسب عدد مبالغ الدفعة (إحسب مدة الدفعات).

٧- أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه أول كل ٦ شهور وفى نهاية مدة معينة وجد أن جملة ماله فى البنك وبمعدل فائدة مركبـــة ١٢% سنوياً تضاف الفائدة بمقتضاه مرتين فى السنة قد بلغ ١٥٨٦٩,٩٤١ جنيه ، إحسب عدد مبالغ الدفعة ومدة الدفعات .

٨ - أودع شخص فى بنك مبلغ ٢٥٠٠ جنيه أول كـــل ســـنة ولمـــدة ٧ سنوات وجد فى نهايتها أن جملة ماله فى البنك قد بلـــغ ٢٤٠٩١,٥٧ جنيه ، إحسب معدل الفائدة المركبة المستخدم .

٩ - أودع شخص فى بنك مبلغ ٥٠٠ آخر كل ٣ شهور من شهور عامى ١٩٩٥ ، ١٩٩٦ فإذا علمت أن جملة ما له فى البنك فى نهاية عـــام ١٩٩٦ قد بلغ ٤٧٠٠ جنيه، إحسب معدل الفائدة المركبـــة الحقيقـــى السنوى .

الفصل الخامس

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية

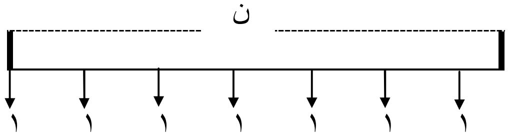
الفصل الخامس

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية

أولا : القيمة الحالية للدفعات المؤقتة (ن) :

١- الدفعات العاجلة :

١/١ : الدفعات العادية :



يرمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة (ن) العاجلة العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $ع_{\overline{ن|}ع\%}$

$$ع_{\overline{ن|}ع\%} = (١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-ن}$$

= مجموع م.هـ . حدها الأول= $(١+ع)^{-١}$ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$ وعدد حدودها = ن

$$= \text{الحد الأول} \times \frac{١ - \text{الأساس}^{\text{عدد الحدود}}}{١ - \text{الأساس}}$$

$$= (١+ع)^{-١} \times \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{١ - (١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{١}{(١+ع)} \times \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{١ - (١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{١+ ع - ١}$$

$$= \boxed{\frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{ع}}$$

والقيمة $ع_{\overline{ن}|ع٪}$ نحصـــل عليـــها باستخـــدام الآلة الحاسبة فالقيمة

$ع_{\overline{٢٠}|٩٪}$ =

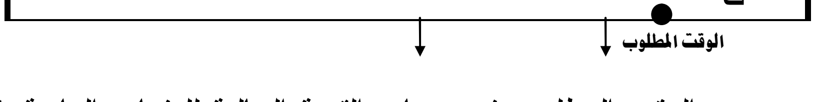
$$= \frac{١ - (١ + ٠,٠٩)^{-٢٠}}{٠,٠٩}$$

بإدخال القيمة ١,٠٩ ثم [X^Y] أو [^] حسب نوع الآلة ثم - ٢٠ **ثم** - **١ ثم** [±] **ثم ÷ ٠,٠٩ ثم** [=] **٩,١٢٨٥٤٦**

١/١/١: القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

من الطبيعى أن يتم حساب القيمة الحالية للدفعات العادية قبل فتـــرة زمنية كاملة من استحقاق أول مبالغها بمعنى أن يكون بين تـــاريخ حـــساب القيمة الحالية وتاريخ استحقاق أول مبالغ الدفعة فترة كاملة (أى ســـنة فـــى الدفعات السنوية ، ٦ شهور فى الدفعات النصف سنوية ، ٣ شهور للـــدفعات الربع سنوية ..... وهكذا)

ولكن ما هو التصرف إذا كان المطلوب حساب القيمة الحالية للدفعات العادية فى وقت يكون استحقاق أول مبالغ الدفعة بعد فترة تقل عـــن زمـــن الدفعة الواحدة ، أى بعد التاريخ الأصلى لحساب القيمة الحالية كما يتضح من الشكل التالي :



والوقت المطلوب فيه حساب القيمة الحالية للدفعات العادية يقع بعـــد الوقت الأصلى للحساب بفترة زمنية قدرها (ت) شهراً .

وإذا تخيلنا أننا سنحسب القيمة الحالية فى الوقت الأصـــلى للحـــساب فإننـــا سنحصل على $\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع٪}}$ ثم نحسب جملة ما حصلنا عليه فى الوقت المطلوب.

ويتم حساب جملة ما تكون بطريقتين :

أ – الطريقة العلمية :

وهى تعتمد على حساب جملة المتكون باستخدام قانون الفائدة المركبة

∴ القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

$$\frac{\text{ت}}{\text{ز}}|\,\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع٪}} = \text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع٪}}\ (\text{١} + \text{ع})^{\frac{\text{ت}}{\text{ز}}}$$

ب – الطريقة العملية :

وهى تعتمد على حساب جملة المتكون باستخدام قانون الفائدة البسيطة

∴ القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

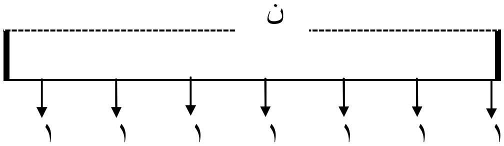
$$\frac{\text{ت}}{\text{ز}}|\,\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع٪}} = \text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع٪}}\ \left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{ت}}{\text{ز}}\right)$$

حيث ت المدة المنتهية من زمن الدفعة الأولى (الفرق بين التاريخ الأصلى للحساب والتاريخ المطلوب)

ز زمن الدفعة الواحدة وهى = ١٢ للدفعات السنوية ، = ٦ للدفعات النصف سنوية ... وهكذا

وسوف نتبع الطريقة العملية فى حلول التمارين بصفة أساسية

٢/١ الدفعات الفورية :



يرمز للقيمة الحالية للدفعات السنوية المؤقتة (ن) العاجلة الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%}$

$$\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%} = ١ + (١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-(ن-١)}$$

= مجموع م.هـ حدها الأول = ١ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$ وعدد حدودها=ن

$$= ١ \times \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{١ - (١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{\frac{ع}{١+ع}}$$

$$= \frac{١ - (١+ع)^{-ن}}{ع} \quad (١+ع)$$

$$= a_{\overline{ن}|ع\%} \quad (١+ع)$$

ويمكن إيجاد علاقة أخرى كما يلى :

$$\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%} = ١ + (١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-(ن-١)}$$

= ١ + القيمة الحالية لدفعة عادية عدد حدودها ن - ١

$$\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%} = ١ + a_{\overline{ن-١}|ع\%}$$

أى أن :

$$\boxed{\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%} = a_{\overline{ن-١}|ع\%} + ١}$$

ومعنى ذلك أن : $\ddot{a}_{\overline{٢٠}|٩\%} = a_{\overline{٢٠}|٩\%} \times ١,٠٩$

أو $\ddot{a}_{\overline{٢٠}|٩\%} = a_{\overline{١٩}|٩\%} + ١$

مثال (١) :عمارة سكنية تعطى إيراداً سنوياً قدره ١٠٠٠٠ جنيه قدر الخبراء أن عمرها الافتراضى ٢٠ سنة احسب ثمن شراء هذه العمارة إذا رغب المشترى فى استثمار أمواله بمعدل فائدة مركبة ٨% سنوياً وذلك فى الحالات التالية:

١ - الإيراد آخر كل سنة .

٢ - الإيراد أول كل سنة .

٣ - الشراء تم قبل استحقاق أول إيراد بثلاثة شهور .

الحـل

١ – الإيراد آخر كل سنة : دفعة عادية :

ثمن شراء العمارة = الإيراد السنوى × $\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

$= ١٠٠٠٠ \times \text{عـ}_{\overline{٢٠}|٨\%}$

$= ١٠٠٠ \times \frac{١ - (١,٠٨)^{-٢٠}}{٠,٠٨}$

$= ١٠٠٠٠ \times ٩,٨١٨١٤٧$

= ٩٨١٨١,٤٧ جنيه

٢– الإيراد أول كل سنة : دفعة فورية :

ثمن شراء العمارة = $١٠٠٠٠ \times \ddot{\text{عـ}}_{\overline{٢٠}|٨\%}$

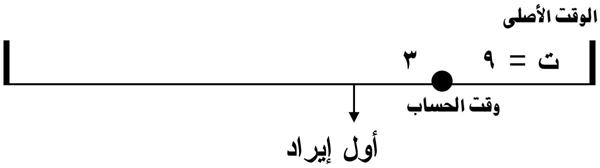
$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١ - (١,٠٨)^{-٢٠}}{٠,٠٨} (١,٠٨)$

$= ١٠٠٠٠ \times ١٠,٦٠٣٥٩٩$

= ١٠٦٠٣٥,٩٩ جنيه

٣– الشراء تم قبل استحقاق أول إيراد بثلاثة شهور :

معنى ذلك أن الإيراد يمثل دفعة عادية ولكن متأخرة الحساب ٩ شهور



ثمن شراء العمارة = الإيراد السنوى × $\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}\Big|\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$

$$= \text{١٠٠٠٠} \times \text{عـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع٪}} \left(\text{١+ع} \times \frac{\text{ت}}{\text{ز}}\right)$$

$$= \text{١٠٠٠٠} \times \text{عـ}_{\overline{\text{٢٠}|}\text{٨٪}} \left(\text{١+} \frac{\text{٨}}{\text{١٠}} \times \frac{\text{٩}}{\text{١٢}}\right)$$

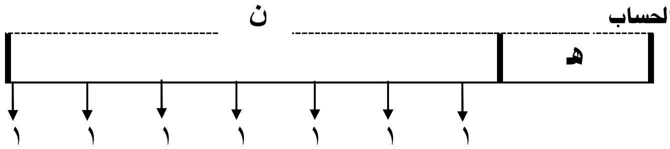
$$= \text{١٠٠٠٠} \times \frac{\text{١ - (١,٠٨)}^{-\text{٢٠}}}{\text{٠,٠٨}} \text{(١,٠٦)}$$

$$= \text{١٠٠٠٠} \times \text{١٠,٤٠٧٢٣٦}$$

= ١٠٤٠٧٢,٣٦ جنيه

٢ – الدفعات المؤجلة (هـ) :

١/٢ :الدفعات العادية :



يرمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة (ن) المؤجلة (هـ) العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\text{هـ} / \text{عـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع٪}}$

$$\text{هـ} / \text{عـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع٪}} = \text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{١})} + \text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{٢})} + \text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{٣})} + \ldots\ldots + \text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{ن})}$$

= مجموع م. هـ حدها الأول = $\text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{١})}$ وأساسها= $\text{(١+ع)}^{-\text{١}}$ وعدد حدودها= ن

$$= \text{(١+ع)}^{-(\text{هـ}+\text{١})} \times \frac{\text{١ - (١+ع)}^{-\text{ن}}}{\text{١ - (١+ع)}^{-\text{١}}}$$

$$= \frac{\text{(١ + ع)}^{-\text{هـ}}}{\text{(١+ع)}} \times \frac{\text{١ - (١+ع)}^{-\text{ن}}}{\text{١ - (١+ع)}^{-\text{١}}}$$

$$= \frac{\text{١ - (١+ع)}^{-\text{ن}}}{\text{١+ع - ١}} \text{(١+ع)}^{-\text{هـ}}$$

$$= \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{ع} (1+ع)^{-هـ}$$

$$هـ/ \; ع_{\overline{ن}|ع\%} = \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{ع} (1+ع)^{-هـ}$$

$$٥/ع_{\overline{٢٠}|٩\%} = ع_{\overline{٢٠}|٩\%} \times (1+0.09)^{-5}$$

$$= \frac{1 - (1.09)^{-20}}{0.09} (1.09)^{-5}$$

ويمكن إيجاد علاقة أخرى كما يلى :

حيث إن :

$$هـ/ع_{\overline{ن}|ع\%} = (1+ع)^{-(هـ+1)} + (1+ع)^{-(هـ+2)} + (1+ع)^{-(هـ+3)} + ... + (1+ع)^{-(هـ+ن)}$$

بإضافة المقادير $(1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + \cdots + (1+ع)^{-هـ}$ **ثم طرحها مرة أخرى**

$$هـ/ع_{\overline{ن}|ع\%} = (1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + \cdots + (1+ع)^{-(هـ+1)}$$

$$+ (1+ع)^{-(هـ+2)} + (1+ع)^{-(هـ+3)} + ... + (1+ع)^{-(هـ+ن)}$$

$$- [(1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + \cdots + (1+ع)^{-هـ}]$$

= متوالية هندسية حدها الأول =$(١+ع)^{-١}$ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$

وعدد حدودها = هـ + ن - [متوالية هندسية حدها الأول=$(١+ع)^{-١}$

وأساسها =$(١+ع)^{-١}$] وعدد حدودها = هـ

$$= (١+ع)^{-١} \times \frac{١ - (١ + ع)^{-(هـ+ن)}}{١ - (١+ع)^{-١}} - (١+ع)^{-١} \times \frac{(١ + ع)^{-هـ}}{١-(١+ع)^{-١}}$$

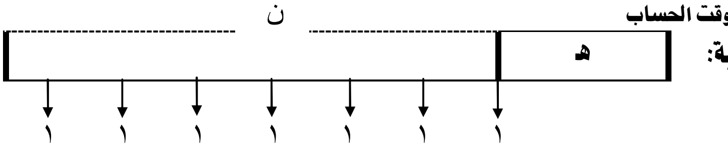
$$= \frac{١ - (١ + ع)^{-(هـ+ن)}}{ع} - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{ع}$$

$$\boxed{= ع_{\overline{هـ+ن}|ع٪} - ع_{\overline{هـ}|ع٪}}$$

$$٥/ع_{\overline{٢٠}|٩٪} = ع_{\overline{٢٥}|٩٪} - ع_{\overline{٥}|٩٪}$$

$$= \frac{١ - (١,٠٩)^{-٢٥}}{٠,٠٩} - \frac{١ - (١,٠٩)^{-٥}}{٠,٠٩}$$

٢/٢ الدفعات الفورية:



يرمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة (ن) المؤجلة (هـ) الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز هـ / $\ddot{ع}_{\overline{ن}|ع٪}$

$$هـ/\ddot{ع}_{\overline{ن}|ع٪} = (١+ع)^{-هـ} + (١+ع)^{-(هـ+١)} + (١+ع)^{-(هـ+٢)} + ... + (١+ع)^{-(هـ+ن)}$$

= مجموع م.هـ حدها الأول = $(1+ع)^{-هـ}$ وأساسها = $(1+ع)^{-1}$

وعدد حدودها = هـ + ن

$$= (1+ع)^{-هـ} \times \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{1 - (1+ع)^{-1}}$$

$$= \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{1 - \frac{1}{1+ع}} \times (1+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{\frac{1 + ع - 1}{1+ع}} \times (1+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{1 - (1 + ع)^{-ن}}{ع} (1+ع)\ (1+ع)^{-هـ}$$

$$= \ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%}\ (1+ع)^{-هـ}$$

$هـ/\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%} = \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{ع} (1+ع)(1+ع)^{-هـ}$

$$5/\ddot{a}_{\overline{20}|9\%} = \ddot{a}_{\overline{20}|9\%} \times (1 + 0{,}09)^{-5}$$

$$= \frac{1 - (1{,}09)^{-20}}{0{,}09} (1{,}09)\ (1{,}09)^{-5}$$

وكذلك فإن $\text{ه} / \ddot{a}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = a_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} (١ + \text{ع}) \times (١ + \text{ع})^{-\text{ه}}$

أى أن $٥/ \ddot{a}_{\overline{٢٠}|٩\%} = a_{\overline{٢٠}|٩\%} \times ١,٠٩ \times (١ + ٠,٠٩)^{-٥}$

$$= \frac{١ - (١,٠٩)^{-٢٠}}{٠,٠٩} (١,٠٩)(١,٠٩)^{-٥}$$

وكذلك فإن $\text{ه} / \ddot{a}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = a_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times (١ + \text{ع})^{-(\text{ه} - ١)}$

أى أن

$$٥/ \ddot{a}_{\overline{٢٠}|٩\%} = a_{\overline{٢٠}|٩\%} \times (١ + ٠,٠٩)^{-٤}$$

$$= \frac{١ - (١,٠٩)^{-٢٠}}{٠,٠٩} (١,٠٩)^{٤}$$

ويمكن إيجاد علاقة أخرى كما يلى :

حيث أن :

$$\text{ه} / \ddot{a}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = (١+\text{ع})^{-\text{ه}} + (١+\text{ع})^{-(\text{ه}+١)} + (١+\text{ع})^{-(\text{ه}+٢)} + ... + (١+\text{ع})^{-(\text{ه}+\text{ن})}$$

وبإضافة المقادير $١ + (١+\text{ع})^{-١} + (١+\text{ع})^{-٢} + (١+\text{ع})^{-٣} + ... + (١+\text{ع})^{-(\text{ه}-١)}$ ثم طرحها مرة أخرى

$$\text{ه} / \ddot{a}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = ١ + (١+\text{ع})^{-١} + (١+\text{ع})^{-٢} + (١+\text{ع})^{-٣} + ... + (١+\text{ع})^{-(\text{ه}-١)} +$$

$$(١+\text{ع})^{-\text{ه}} + (١+\text{ع})^{(\text{ه}+١)} + (١+\text{ع})^{(\text{ه}+٢)} + ...$$

$$+ (١+\text{ع})^{(\text{ه}+\text{ن})} - [١ + (١+\text{ع})^{-١} + (١+\text{ع})^{-٢} + ...$$

$$+ (١+\text{ع})^{-(\text{ه} - ١)}]$$

=مجموع م.هـ حدها الأول = ١ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$ وعدد حدودها = هـ + ن

(-) مجموع م.هـ حدها الأول= ١ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$ وعدد حدودها = هـ

$$= ١ \times \frac{١ - (١+ع)^{-(هـ+ن)}}{١ - (١+ع)^{-١}} - ١ \times \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{١ - (١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{١ - (١+ع)^{-هـ-ن}}{\frac{١+ع - ١}{١+ع}} - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{\frac{١+ع - ١}{١+ع}}$$

$$= \frac{١ - (١+ع)^{-(هـ + ن)}}{ع} (١+ع) - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{ع} (١+ع)$$

$$هـ / \overline{ع}_{\overline{ن|}ع\%} = \overline{ع}_{\overline{هـ+ن|}ع\%} - \overline{ع}_{\overline{هـ|}ع\%}$$

$$٥ / \overline{ع}_{\overline{٢٠|}٩\%} = \overline{ع}_{\overline{٢٥|}٩\%} - \overline{ع}_{\overline{٥|}٩\%}$$

$$= \frac{١ - (١,٠٩)^{-٢٥}}{٠,٠٩} (١,٠٩) - \frac{١ - (١,٠٩)^{-٥}}{٠,٠٩} (١,٠٩)$$

وكذلك فإن $هـ / \overline{ع}_{\overline{ن|}ع\%} = ع_{\overline{هـ+ن|}ع\%} (١ + ع) - ع_{\overline{هـ|}ع\%} (١ + ع)$

أى أن $٥/\overline{ع}_{\overline{٢٠|}٩\%} = ع_{\overline{٢٥|}٩\%} \times ١,٠٩ - ع_{\overline{٥|}٩\%} \times ١,٠٩$

وكذلك فإن $هـ / \overline{ع}_{\overline{ن|}ع\%} = ع_{\overline{هـ+ن-١|}ع\%} - ع_{\overline{هـ-١|}ع\%}$

أى أن $ه^{5}/ع_{\overline{20}|9\%} = ع_{\overline{24}|9\%} - ع_{\overline{4}|9\%}$

$$= \frac{1 - (1{,}09)^{-24}}{0{,}09} - \frac{1 - (1{,}09)^{-4}}{0{,}09}$$

مثال (٢) : عمارة تحت الإنشاء، الذى يستغرق ٣ سنوات ، يقدر الخبراء أن عمرها الافتراضى بعد الانتهاء من عملية البناء ٢٥ سنة تعطى خلالها إيراداً سنوياً قدرة ١٢٠٠٠ جنيه احسب ثمن شراء هذه العمارة الآن إذا أراد المشترى أن يستثمر أمواله بمعدل فائدة مركبة ١١% سنوياً وذلك فى الحالتين:

١ - الإيراد آخر كل سنة .

٢- الإيراد أول كل سنة .

الحل

١ – الإيراد آخر كل سنة : دفعة عادية :

فترة الإنشاء تمثل فترة تأجيل هـ = ٣ العمر الافتراضى هو مدة الدفعات ن = ٢٥

ثمن شراء العمارة= الإيراد السنوى × هـ /$ع_{\overline{ن}|ع\%}$

$$= 12000 \times ع_{\overline{ن}|ع\%} \times (1+ ع)^{-هـ}$$

$$= 12000 \times ع_{\overline{25}|11\%} \times (1+ 0{,}11)^{-3}$$

$$= 12000 \times \frac{1 - (1{,}11)^{-25}}{0{,}11} (1{,}11)^{-3}$$

$$= 12000 \times 6{,}157904$$

= ٧٣٨٩٤,٨٥ جنيه

حل آخر :

ثمن شراء العمارة = ١٢٠٠٠ × ($\overline{a}_{\overline{هـ+ن}|ع\%}$ - $\overline{a}_{\overline{هـ}|ع\%}$)

= ١٢٠٠٠ ($a_{\overline{٢٨}|١١\%}$ - $a_{\overline{٣}|١١\%}$)

$$= ١٢٠٠٠ \left[\frac{١ - (١,١١)^{-٢٨}}{١,١١} - \frac{١ - (١,١١)^{-٣}}{١,١١} \right]$$

= ١٢٠٠٠ (٨,٦٠١٦٢٢ - ٢,٤٤٣٧١٥)

= ١٢٠٠٠ × ٦,١٥٧٩٠٧

= ٧٣٨٩٤,٨٨ جنيه

٢ – الإيراد أول كل سنة : دفعة فورية :

ثمن شراء العمارة = ١٢٠٠٠ × هـ/ $\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%}$

= ١٢٠٠٠ × $\ddot{a}_{\overline{ن}|ع\%}$ × $(١ + ع)^{-هـ}$

= ١٢٠٠٠ × $\ddot{a}_{\overline{٢٥}|١١\%}$ × $(١ + ٠,١١)^{-٣}$

$$= ١٢٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١١)^{-٢٥}}{٠,١١} (١,١١) (١,١١)^{-٣}$$

= ١٢٠٠٠ × ٦,٨٣٥٢٧٤

= ٨٢٠٢٣,٢٨ جنيه

حل آخر : يمكن اعتبار الإيراد آخر كل سنة ومؤجل سنتان فقط

ثمن شراء العمارة = ١٢٠٠٠ × $a_{\overline{٢٥}|١١\%}$ × $(١ + ٠,١١)^{-٢}$

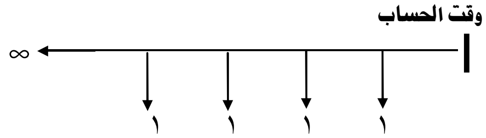
$$= ١٢٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١١)^{-٢٥}}{١,١١} \quad (١,١١)^{-٢}$$

$$= ١٢٠٠٠ \times ٦,٨٣٥٢٧٤$$

$$= ٨٢٠٢٦,٢٨ \text{ جنيه}$$

ثانياً : القيمة الحالية للدفعات الدائمة (∞) :

١- الدفعات العاجلة :



١/١ : الدفعات العادية :

يرمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة (∞) العاجلة العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\bar{a}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$$\bar{a}_{\overline{\infty}|ع\%} = (١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + \cdots\cdots + ¥$$

= جملة متوالية هندسية لا نهائية حدها الأول = $(١+ع)^{-١}$ وأساسها = $(١+ع)^{-١}$

$$= \frac{\text{الحد الأول}}{\text{١ - الأساس}}$$

$$= \frac{(١ + ع)^{-١}}{١ - (١+ع)^{-١}} = \frac{\frac{١}{(١+ع)}}{١ - \frac{١}{(١+ع)}}$$

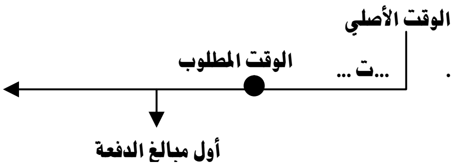
$$= \frac{\frac{١}{(١+ع)}}{\frac{١ + ع - ١}{١+ع}} = \frac{١}{ع}$$

$$\boxed{\bar{a}_{\overline{\infty}|ع\%} = \frac{١}{ع}}$$

١/١/١ : القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

وهى الدفعات العادية التى يكون مطلوباً حساب القيمة الحالية لها فى وقت يقع قبل استحقاق أول مبالغها بفتـــرة (ت) تقـــل عـــن زمـــن الدفعـــة الواحدة (ز)

وكما سبق عند حـــديثنا عـــن القيمـــة الحالية للـــدفعات المؤقتـــة (ن) فـــإن حساب القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية يتم بطريقتين :



أ – الطريقة العلمية :

القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

$$\frac{ت}{ز}|\text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}\,(1 + ع)^{\frac{ت}{ز}} = \frac{1}{ع}\,(1 + ع)^{\frac{ت}{ز}}$$

ب – الطريقة العملية :

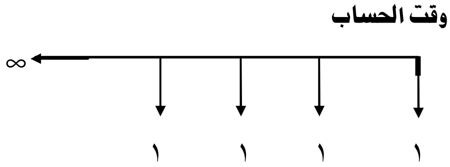
القيمة الحالية المتأخرة للدفعات العاجلة العادية :

$$\frac{ت}{ز}|\text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}\,(1 + ع \times \frac{ت}{ز})$$

$$\frac{ت}{ز}|\text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \frac{1}{ع}\,(1 + ع \times \frac{ت}{ز})$$

$$\frac{ت}{ز}|\text{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \frac{1}{ع} + \frac{ت}{ز}$$

٢/١ : الدفعات الفورية



يرمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة (∞) العاجلة الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\ddot{a}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$$\ddot{a}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = ١ + (١+\text{ع})^{-١} + (١+\text{ع})^{-٢} + (١+\text{ع})^{-٣} + \cdots\cdots + ¥$$

= جملة متوالية هندسية لا نهائية حدها الأول = $(١+\text{ع})^{-١}$ وأساسها = $(١+\text{ع})^{-١}$

$$= \frac{١}{١ - (١+\text{ع})^{-١}}$$

$$= \frac{١}{١ - \frac{١}{١+\text{ع}}} = \frac{١}{\frac{١+\text{ع} - ١}{١ + \text{ع}}}$$

$$= \frac{١}{\frac{\text{ع}}{١ + \text{ع}}} = \frac{١+\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١}{\text{ع}} + \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$\boxed{\ddot{a}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \frac{١}{\text{ع}} + ١}$$

$$\boxed{\ddot{a}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = a_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} + ١}$$

مثال (١) : قطعة أرض زراعية إيرادها السنوى ٥٠٠٠ جنيه ، احسب ثمن شراء هذه الأرض إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٢,٥% سنوياً وذلك فى الحالات التالية :

١- الإيراد آخر كل سنة .

٢- الإيراد أول كل سنة .

٣- أول إيراد يستحق بعد ٥ شهور من تاريخ الشراء .

الحــل

الأرض الزراعية إيرادها عبارة عن دفعة دائمة

ثمن الشراء يمثل القيمة الحالية للإيرادات السنوية

١- الإيراد آخر كل سنة : دفعة عادية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد السنوى × $\text{ع}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٢٥} = ٤٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

٢- الإيراد أول كل سنة : دفعة فورية:

ثمن شراء الأرض = الإيراد السنوى × $\ddot{\text{ع}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$$= ٥٠٠٠ \times \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١\right)$$

$$= ٥٠٠٠ \times \left(\frac{١}{٠,١٢٥} + ١\right)$$

$$= ٥٠٠٠ \times ٩ = ٤٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

٣ – أول إيراد يستحق بعد ٥ شهور من تاريخ الشراء :

معنى ذلك أن الإيراد يمثل دفعة عادية ولكن متأخر حسابها لمدة ٧ شهور

ثمن شراء الأرض = الإيراد السنوى × $عـ_{\overline{\infty}|ع\%} \; | \; \frac{ت}{ز}$

$$= ٥٠٠٠ \times عـ_{\overline{\infty}|ع\%} \left(١ + ع \times \frac{ت}{ز} \right)$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{١}{ع} \times \left(١ + ع \times \frac{ت}{ز} \right)$$

$$= ٥٠٠٠ \left(\frac{١}{ع} + \frac{ت}{ز} \right)$$

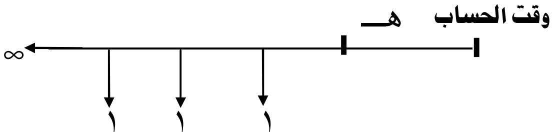
$$= ٥٠٠٠ \left(\frac{١}{٠,١٢٥} + \frac{٧}{١٢} \right)$$

$$= ٥٠٠٠ \left(٨ + ٠,٥٨ \right)$$

$$= ٥٠٠٠ \times ٨,٥٨ = ٤٢٩٠٠$$ **جنيه**

٢– الدفعات المؤجلة (هـ) :

١/٢ الدفعات العادية :



يرمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة (¥) المؤجلة (هـــ) العادية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $هـ / عـ_{\overline{\infty}|ع\%}$

$$هـ/ عـ_{\overline{\infty}|ع\%} = (١+ع)^{-(هـ+١)} + (١+ع)^{-(هـ+٢)} + (١+ع)^{-(هـ+٣)} + \ldots ¥$$

= مجموع متوالية هندسية لانهائية حدها الأول = $(١+ع)^{-(هـ+١)}$

وأساسها = $(١+ع)^{-١}$

$$= \frac{(١+ع)^{-(هـ+١)}}{١-(١+ع)^{-١}} = \frac{(١+ع)^{-١}}{١-\frac{١}{١+ع}} \times (١+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{\frac{١+ع-١}{١+ع}} (١+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{\frac{ع}{١+ع}} (١+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{ع} (١+ع) (١+ع)^{-هـ}$$

$$= \frac{١}{ع} (١+ع)^{-هـ}$$

$$\boxed{\text{هـ/عـ}_{\overline{\infty}|ع٪} = \text{عـ}_{\overline{\infty}|ع٪} \times (١+ع)^{-هـ}}$$

فمثلاً $\text{٥/عـ}_{\overline{\infty}|ع٪} = \text{عـ}_{\overline{\infty}|ع٪} \times (١+ع)^{-٥}$

ويمكن أيضاً إيجاد علاقة أخرى للحصول على قيمة $\text{عـ}_{\overline{\infty}|ع٪}$ كما يلى :

حيث إن :

$$\text{هـ/عـ}_{\overline{\infty}|ع٪} = (١+ع)^{-(هـ+١)} + (١+ع)^{-(هـ+٢)} + (١+ع)^{-(هـ+٣)} + ... ¥$$

وبإضافة المقادير $(١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-هـ}$ ثم طرحها مرة أخرى

$$= (١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-هـ} + (١+ع)^{-(هـ+١)}$$

$$+ (١+ع)^{-(هـ+٢)} + (١+ع)^{-(هـ+٣)} + ... \infty - [(١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢}$$

$$+ (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-هـ}]$$

= مجموع م.هـ لانهائية حدها الأول $=(١+ع)^{-١}$ وأساسها $= (١+ع)^{-١}$

(-) مجموع م.هـ حدها الأول $= (١+ع)^{-١}$ وأساسها $= (١+ع)^{-١}$

وعدد حدودها = هـ

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{١-(١+ع)^{-١}} - (١+ع)^{-١} \times \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{١-(١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{\frac{١+ع-١}{١+ع}} - (١+ع)^{-١} \times \frac{١-(١+ع)^{-هـ}}{\frac{١+ع-١}{١+ع}}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-١}}{ع}(١+ع) - (١+ع)^{-١} \times \frac{(١+ع)[١-(١+ع)^{-هـ}]}{ع}$$

$$= \frac{١}{ع} - \frac{١-(١+ع)^{-هـ}}{ع}$$

$$= عـ_{\overline{\infty}|ع\%} - عـ_{\overline{هـ}|ع\%}$$

$$\boxed{هـ/عـ_{\overline{\infty}|ع\%} = عـ_{\overline{\infty}|ع\%} - عـ_{\overline{هـ}|ع\%}}$$

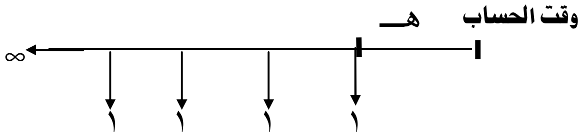
فمثلاً $٥/عـ_{\overline{\infty}|ع\%} = عـ_{\overline{\infty}|ع\%} - عـ_{\overline{٥}|ع\%}$

وهذه العلاقة تقوم على أساس افتراض أن مبالغ الدفعة تستحق أيضاً أثناء فترة التأجيل ثم طرح قيمة هذه المبالغ مرة أخرى

وحيث أن : هـ + ¥ = ¥

فإن : $هـ/ ع_{\overline{\infty}|ع\%} = ع_{\overline{\infty}|ع\%} - ع_{\overline{هـ}|ع\%}$

٢/٢ الدفعات الفورية :



يرمز للقيمة الحالية للدفعات الدائمة (∞) المؤجلة (هـ) الفورية والتى مبلغها السنوى ١ جنيه بالرمز $\ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$$هـ/ \ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = (١+ع)^{-هـ} + (١+ع)^{-(هـ+١)} + (١+ع)^{-(هـ+٢)} + ... ¥$$

= مجموع متوالية هندسية لانهائية حدها الأول = $(١+ع)^{-هـ}$ وأساسها

$= (١+ع)^{-١}$

$$= \frac{(١+ع)^{-هـ}}{١ - (١+ع)^{-١}}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-هـ}}{١ - \frac{١}{١+ع}}$$

$$= \frac{(١+ع)^{-هـ}}{\frac{١+ع-١}{١+ع}}$$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{-\text{هـ}}}{\frac{\text{ع}}{\text{١}+\text{ع}}}$$

$$= \frac{\text{١}+\text{ع}}{\text{ع}} (\text{١}+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$= \left(\frac{\text{١}}{\text{ع}}+\text{١}\right) (\text{١}+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$\boxed{\ddot{\text{ت}}_{\text{هـ}/\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{هـ}}}$$

فمثلاً $\ddot{\text{ت}}_{\text{٥}/\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{٥}}$

ويمكن أن تكون العلا قة كما يلى :

حيث أن $\ddot{\text{ت}}_{\text{هـ}/\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \frac{(\text{١}+\text{ع})^{-\text{هـ}}}{\text{١} - (\text{١}+\text{ع})^{-\text{١}}}$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{-\text{١}}}{\text{١} - \frac{\text{١}}{\text{١}+\text{ع}}} \times (\text{١}+\text{ع})^{-(\text{هـ}-\text{١})}$$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{-\text{١}}}{\frac{\text{١}+\text{ع}-\text{١}}{\text{١}+\text{ع}}} \times (\text{١}+\text{ع})^{-(\text{هـ}-\text{١})}$$

$$= \frac{(\text{١}+\text{ع})^{-\text{١}}}{\frac{\text{ع}}{\text{١}+\text{ع}}} \times (\text{١}+\text{ع})^{-(\text{هـ}-\text{١})}$$

$$= \frac{(1+ع)\ (1+ع)^{-1}}{ع} \times (1+ع)^{-(هـ - 1)}$$

$$\frac{1}{ع}\ (1+ع)^{-(هـ - 1)}$$

$هـ / \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% = \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% \times (1+ع)^{-(هـ - 1)}$

فمثلاً $5 / \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% = \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% \times (1+ع)^{-4}$

ويمكن أيضاً إيجاد علاقة أخرى كما يلى :

حيث إن :

$$هـ / \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% = (1+ع)^{-هـ} + (1+ع)^{-(هـ+1)} + (1+ع)^{-(هـ+2)} + ... ¥$$

وبإضافة المقادير $1 + (1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + ... + (1+ع)^{-(هـ-1)}$

ثم طرحها مرة أخرى

$$هـ / \overline{ع}_{\overline{\infty}|}ع\% = 1 + (1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + ... + (1+ع)^{-(هـ-1)}$$

$$+ (1+ع)^{-هـ} + (1+ع)^{-(هـ+1)} + (1+ع)^{-(هـ+2)} + ...¥$$

$$- [1 + (1+ع)^{-1} + (1+ع)^{-2} + (1+ع)^{-3} + ... + (1+ع)^{-(هـ-1)}]$$

= مجموع م.هـ لا نهائية حدها الأول = 1 وأساسها = $(1+ع)^{-1}$

(-) مجموع م.هـ حدها الأول = 1 وأساسها= $(1+ع)^{-1}$ **وعدد حدودها = هـ**

$$= \frac{1}{1 - (1+ع)^{-1}} - 1 \times \frac{1 - (1+ع)^{-هـ}}{1 - (1+ع)^{-1}}$$

$$= \frac{١}{١ - \frac{١}{١+ع}} - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{١ - \frac{١}{١+ع}}$$

$$= \frac{١}{\frac{١+ع - ١}{١+ع}} - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{\frac{١+ع - ١}{١+ع}}$$

$$= \frac{١+ع}{ع} - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{ع} (١+ع)$$

$$= (\frac{١}{ع} + ١) - \frac{١ - (١+ع)^{-هـ}}{ع} (١+ع)$$

$$\boxed{هـ/\ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} - \ddot{ع}_{\overline{هـ}|ع\%}}$$

فمثلاً $٥/\ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = \ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} - \ddot{ع}_{\overline{٥}|ع\%}$

وإذا اكتفينا بإضافة المقادير $(١+ع)^{-١} + (١+ع)^{-٢} + (١+ع)^{-٣} + ... + (١+ع)^{-(هـ-١)}$
ثم طرحها مرة أخرى
نصل الى أن :

$$هـ/\ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = ع_{\overline{\infty}|ع\%} - ع_{\overline{هـ-١}|ع\%}$$

فمثلاً $٥/\ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} = ع_{\overline{\infty}|ع\%} - ع_{\overline{٤}|ع\%}$

مثال (٢): قطعة أرض تحتاج إلى عمليات استصلاح لمدة ٥ سنوات تصلح بعدها للزراعة ويتوقع أن تعطى إيراداً سنوياً قدره ٤٠٠٠ جنيه احسب ثمن شراء هذه الأرض إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٠% سنوياً وذلك فى الحالتين :

١ - الإيراد آخر كل سنة .
٢ - الإيراد أول كل سنة .

الحــل

فترة استصلاح الأرض لا يستحق خلالها إيراد وبالتالى تعتبر فترة تأجيل هـ = ٥

١ – الإيراد آخر كل سنة : دفعات عادية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد السنوى × هـ / عـ $_{\overline{\infty}|}$ ع٪

$$= ٤٠٠٠ \times عـ_{\overline{\infty}|ع٪} \times (١+ع)^{-هـ}$$

$$= ٤٠٠٠ \times \frac{١}{ع} \times (١+٠,١٠)^{-٥}$$

$$= ٤٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٠} \times (١,١٠)^{-٥}$$

$$= ٤٠٠٠ \times ١٠ \times ٠,٦٢٠٩٢١$$

= ٢٤٨٣٦,٨٤ جنيه

٢ – الإيراد أول كل سنة : دفعات فورية :

ثمن شراء الأرض = ٤٠٠٠ × $\text{هـ} / \ddot{\text{ع}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$$= ٤٠٠٠ \times \ddot{\text{ع}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \times (١+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$= ٤٠٠٠ \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١ \right) \times (١+٠,١٠)^{-٥}$$

$$= ٤٠٠٠ \left(\frac{١}{٠,١٠} + ١ \right) \times (١,١٠)^{-٥}$$

$$= ٤٠٠٠ \times ١١ \times ٠,٦٢٠٩٢١$$

= ٢٧٣٢٠,٥٢ جنيه

تماريــن

١ - تعرض إحدى شركـــات المقاولات شققاً للتمليــك بالتقــسيط علـــى ١٠ سنوات القسط السنـــوي ١٠٠٠٠ جنيه فإذا علمـــت أن معـــدل الفائـــدة المركبة السائد في السوق ١٢%، احسب الثمن النقدي لشراء الشقة فـــي الحالات التالية:

- أول قسط يستحق بعد سنة من التعاقد .
- أول قسط يستحق عند التعاقد مباشرة .
- هناك فترة سماح سنتين يدفع القسط بعدها آخر كل سنة .
- أول قسط يستحق بعد ٥ سنوات من التعاقد .
- أول قسط يستحق بعد ٩ شهور من التعاقد .

٢ - عمارة تعطي إيراداً سنوياً قدرة ٢٠٠٠٠ جنيه يستحق آخر كل ســـنة، قدر الخبراء عمرهـــا الافتراضى ٢٥ سنة ، حيث تقدر قيمـــة الأرض والأنقاض بمبلغ مليون جنيه فإذا علمت أن العمارة تحتاج إلى صـــيانة دورية أول كل سنة بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه كما تحتاج إلى ترميمات ســـنوية بعد ٥ سنوات من الآن قدرها ٣٠٠٠ جنيه، احسب ثمـــن شـــراء هـــذه العمارة إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً.

٣ - سيارة ثمنها ١٢٠٠٠٠ جنيه نقداً ، أراد شخص شراؤها بالتقسيط علـــى ١٠ سنوات إحسب قيمة القسط السنوى إذا علمـــت أن معـــدل الفائـــدة المركبة المستخدم ١٥% سنوياً ، وذلك في الحالات التالية :

- أول قسط يستحق عند الشراء .
- أول قسط يستحق بعد ٣سنوات من تاريخ الشراء على أن يتم دفع ١٠٠٠٠ جنيه مقدم شراء .

- الأقساط تستحق في أول أكتوبر من كل عام والشراء تم في آخر مايو .

٤ - اشترى شخص شقة تمليك واتفق مع البائع على سداد ثمنها بأقساط سنوية يستحق أولها عند الشراء وقيمة كل منها ١٠٠٠٠ جنيه وقد طلب المشترى من أحد البنوك أن يتولى نيابة عنه سداد هذه الأقساط فطالبه البنك بمبلغ ٧٧١٠٠,٨١٤ جنيه المطلوب حساب عدد الأقساط التي يسددها البنك نيابة عن المشترى علماً بأن معدل الفائدة المركبة ٨% سنوياً .

٥ - آلة تحقق إيراد آخر كل سنة قدره ٢٥٠٠٠ جنيه يقدر عمرها الافتراضي ٢٠ سنة حيث تبلغ قيمتها كنفاية في هذا الوقت ٣٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن هذه الآلة تحتاج إلى مصروفات تشغيل قدرها ١٠٠٠ جنيه أول كل سنة ، كما تحتاج إلى مصروفات صيانة دورية قدرها ٢٠٠٠ جنيه سنوياً بعد ٣ سنوات من تاريخ الشراء ، إحسب ثمن شراء هذه الآلة إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠ % سنوياً .

٦ - مزرعة إيرادها السنوى ١٠٠٠٠٠ جنيه أراد شخص شراؤها ، احسب ثمن الشراء إذا علمت أن المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل فائدة مركبة ٨% سنوياً ، وذلك في الحالات التالية :

- الإيراد آخر كل سنة .
- الإيراد أول كل سنة .
- المزرعة تحتاج إلى إصلاحات لمدة ٣ سنوات يدفع الإيراد بعدها آخر كل سنة .
- المزرعة مرهونة لمدة ٥ سنوات لأحد البنوك يستحق الإيراد بعدها مباشرة .

- أول إيراد يستحق بعد ٥ شهور .

٧ - شخص يريد رصد جائزة سنوية لأول قسم التأمين بالكلية فقام بإيداع مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لتمويل هذه الجائزة السنوية، فإذا علمت أن البنك يسحب فوائده المركبة بمعدل ٨% سنوياً ، إحسب قيمة الجائزة السنوية في الحالات التالية :

- الجائزة تدفع آخر كل سنة .
- الجائزة تدفع أول كل سنة .
- الجائزة تدفع لأول القسم سنوياً بداية من خريجي الدفعة المقبولة بالكلية هذا العام .
- الجائزة تدفع في ٩/٣٠ من كل سنة بينما تم الاتفاق مع البنك في ١٢/٣١ .

الفصل السادس

الدفعات غير السنوية المتساوية

الفصل السادس

الدفعات غير السنوية المتساوية

سبق أن أشرنا إلى أن الدفعات غير السنوية سواء التى تدفع على فترات أقل من سنة (مجزأة) أو على فترات أكبر من سنة (مجمعة) تعامل نفس معاملة الدفعات السنوية (نفس القوانين) إذا كان معدل الفائدة يتفق مع زمن سداد مبالغ الدفعات .

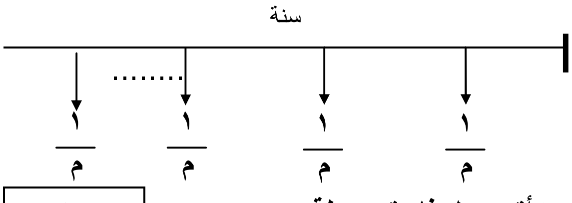
كما أشرنا إلى أنه إذا كان معدل الفائدة المركبة حقيقى سنوى والدفعات غير سنوية فإما أن نحول المعدل الحقيقى السنوى (ع) إلى معدل حقيقى غير سنوى ($\bar{\text{ع}}$) يتفق مع زمن سداد مبالغ الدفعات ، أو نترك المعدل السنوى (ع) كما هو على أن تحول الدفعات غير السنوية ذاتها إلى دفعات سنوية كما يتضح مما يلى :

أولاً : الدفعات التى تدفع مبالغها على فترات أقل من سنة (الدفعات المجزأة):

يمكن أن ننظر إلى جملة المبالغ المجزأة أى التى تدفع على فترات أقل من سنة أنها تمثل مبلغ الدفعة السنوى . فإذا كان مبلغ الدفعة السنوى = ١ جنيه والدفعات المجزأة تدفع م من المرات فى السنة

∴ مبلغ الدفعة المجزأة $\frac{\text{١}}{\text{م}}$ جنيه

١ – الدفعات العادية :



المبلغ السنوى = جملة المبالغ المجزأة بمعدل فائدة بسيطة ع

وحدة النقود

$$\text{١} = \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م} - \text{١}}{\text{م}}\right) + \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م} - \text{٢}}{\text{م}}\right) + \ldots\ldots + \frac{\text{١}}{\text{م}}$$

= مجموع متوالية عددية حدها الأول $\frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}}\right)$ وحدها الأخير $\frac{\text{١}}{\text{م}}$ وعدد حدودها = م

$$= \frac{\text{م}}{\text{٢}}\left[\frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}}\right) + \frac{\text{١}}{\text{م}}\right]$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}} + \text{١}\right)$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{٢}}\left(\text{٢} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}}\right)$$

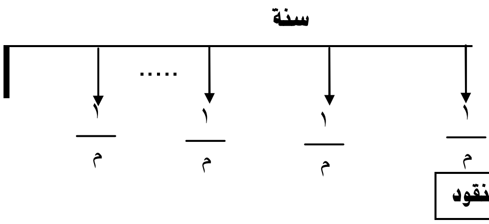
$$= \left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}}\right)$$

ومعنى ذلك أن القيمة التى حصلنا عليها لو ضربت × رمز الدفعة السنوية العادية × المبلغ السنوى لحصلنا على قيمة الدفعة المجزأة (م) .

ومعنى ذلك أن الدفعة الربع سنوية العادية التى مبلغها ٥٠٠ جنيه نحصل على قيمتها (جملة أو قيمة حالية) بعد تحويلها إلى دفعة سنوية كما يلى:

قيمة الدفعة المجزأة العادية=٢٠٠٠× رمز الدفعة السنوية العادية $\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}}\right)$

٢ – الدفعات الفورية :



المبلغ السنوي = القيمة الحالية للمبالغ المجزأة بمعدل خصم بسيط ص

$$\text{١} = \frac{\text{١}}{\text{م}} + \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١ - ص} \times \frac{\text{١}}{\text{م}}\right) + \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١ - ص} \times \frac{\text{٢}}{\text{م}}\right) + \ldots + \frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١ – ص}\ \frac{\text{م - ١}}{\text{م}}\right)$$

= مجموع متوالية عددية حدها الأول $\frac{\text{١}}{\text{م}}$ وحدها الأخير $\frac{\text{١}}{\text{م}}\left(\text{١ – ص}\ \frac{\text{م - ١}}{\text{م}}\right)$

وعدد حدودها = م

$$= \frac{\text{م}}{\text{٢}} \left[\frac{\text{١}}{\text{م}} + \frac{\text{١}}{\text{م}} \left(\text{١} - \text{ص} \frac{\text{م - ١}}{\text{م}} \right) \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}} \right]$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \frac{\text{١}}{\text{م}} \left(\text{١} + \text{١} - \text{ص} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}} \right)$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \frac{\text{١}}{\text{م}} \left(\text{٢} - \text{ص} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{م}} \right)$$

$$= \left(\text{١} - \text{ص} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}} \right)$$

علماً بأن $\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{١ + ع}}$

ومعنى ذلك أن القيمة التى حصلنا عليها لو ضربت × رمز الدفعات السنوية الفورية × المبلغ السنوى لحصلنا على قيمة الدفعة المجزأة (م)

ومعنى ذلك أن الدفعة الربع سنوية الفورية التى مبلغها ٥٠٠ جنيه نحصل على قيمتها بعد تحويلها إلى دفعة سنوية كما يلى :

قيمة الدفعة المجزأة الفورية= ٢٠٠٠ ×رمز الدفعة السنوية الفورية $\left(\text{١} - \text{ص} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}} \right)$

لاحظ أننا استخدمنا الطريقة العملية فقط (الفائدة البسيطة) فى حساب الجملة والقيمة الحالية للدفعات المجزأة (م)

ومما سبق نجد أن الفرق بين حساب قيمة الدفعات السنوية (الجملة أو القيمة الحالية) وحساب قيمة الدفعات المجزأة (م) (الجملة أو القيمة الحالية) يمكن إيجازه فى الآتى :

جملة الدفعات السنوية

= المبلغ السنوى × رمز الدفعات السنوية

القيمة الحالية للدفعات السنوية

$\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}} \right)$ **العادية**

جملة الدفعات المجزأة (م)

= المبلغ السنوى×رمز الدفعات السنوية ×

القيمة الحالية للدفعات المجزأة (م)

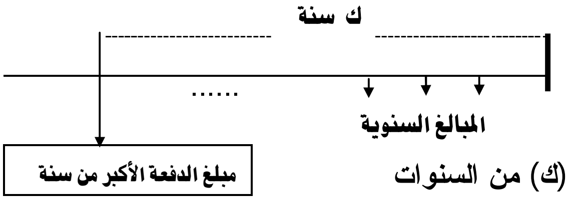
$\left(\text{١} - \text{ص} \times \frac{\text{م - ١}}{\text{٢م}} \right)$ **الفورية**

ثانياً: الدفعات التى تدفع مبالغها على فترات أكبر من سنة (الدفعات المجمعة):

كما سبق وأشرنا إلى أنه لا توجد أية مشكلة إذا كانت الدفعات غير سنوية ومعدل الفائدة يتفق مع زمن سداد مبالغها (عَ) هنا نستخدم قوانين الدفعات السنوية مع تحويل المدة إلى وحدات زمن (نَ) تتفق مع زمن السداد وزمن إضافة الفائدة .

أما إذا كانت الدفعات تدفع مبالغها على فترات أكبر من سنة أى كل (ك) من السنوات مثلاً (كل سنتين، كل ٣ سنوات ، كل ٤ سنوات ....) ومعدل الفائدة الحقيقى سنوى (ع) هنا نحاول أن نصل إلى قيمة المبلغ السنوى الذى يحل محل المبلغ غير السنوى ومن ثم نستطيع استخدام قوانين الدفعات السنوية مع إدخال هذا التعديل عليها .

١- الدفعات العادية :



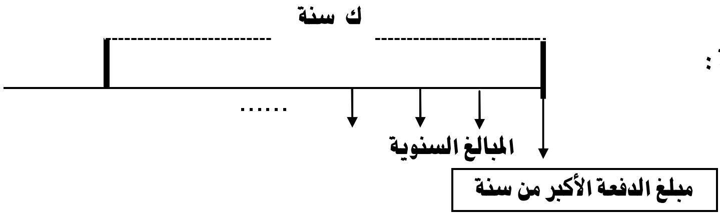
معنى ذلك أن المبلغ الذي يدفع كل (ك) من السنوات عبارة عن جملة المبالغ السنوية المدفوعة خلال هذه الفترة (ك)

$$\text{مبلغ الدفعة الأكبر من سنة} = \text{المبلغ السنوى} \times \text{جـ}_{\overline{ك|}\,ع٪}$$

$$\therefore \ \text{المبلغ السنوي} = \frac{\text{مبلغ الدفعة الأكبر من سنة}}{\text{جـ}_{\overline{ك|}\,ع٪}}$$

$$\text{المبلغ السنوى} = \text{مبلغ الدفعة الأكبر من سنة} \times \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{ك|}\,ع٪}}$$

٢- الدفعات الفورية :



مبلغ الدفعة الأكبر من سنة = القيمة الحالية للمبالغ السنوية

= المبلغ السنوى × $\bar{ع}_{\overline{ك}|ع\%}$

∴ المبلغ السنوي = $\dfrac{\text{مبلغ الدفعة الأكبر من سنة}}{\bar{ع}_{\overline{ك}|ع\%}}$

المبلغ السنوى = مبلغ الدفعة الأكبر من سنة × $\dfrac{1}{\bar{ع}_{\overline{ك}|ع\%}}$

ومما سبق يمكن حساب جملة الدفعات الأكبر من سنة والقيمة الحالية لها من خلال التصور التالى :

جملة الدفعات الأكبر من سنة

= مبلغ الدفعة الأكبر من سنة × رمز الدفعات السنوية × $\dfrac{1}{جـ_{\overline{ك}|ع\%}}$ **للدفعات العادية**

القيمة الحالية للدفعات الأكبر من سنة ← $\dfrac{1}{\bar{ع}_{\overline{ك}|ع\%}}$

للدفعات الفورية

ومع ذلك فإنه من الأفضل عند وجود دفعات غير سنوية سواء أقل من سنة أو أكبر من سنة والمعدل المعلوم حقيقى سنوى (ع) أن يحول إلى معدل يتفق مع زمن الدفعات أى ($\bar{ع}$) وذلك وفقاً للعلاقة:

$$ع` = (١ + ع)^{\frac{١}{م}} - ١$$ حيث $$م = \frac{١٢}{\text{زمن المعدل غير السنوى}}$$

أى أن :

$$ع` = (١ + ع)^{\frac{\text{زمن المعدل غير السنوى بالشهور}}{١٢}} - ١$$

فالدفعات النصف سنوية ومعدلها حقيقى سنوى ع = ١٢% المعدل الخاص بهـا (ع`)

$$ع` = (١,١٢)^{\frac{١}{٢}} - ١ \qquad م = \frac{١٢}{٦} = ٢$$

$$= ١,٠٥٨٣ - ١ = ٠,٠٥٨٣ = ٥,٨٣\%$$

والدفعات الثلث سنوية ومعدلها حقيقى سنوى ع = ١٥% المعدل الخاص بها (ع`)

$$ع` = (١,١٥)^{\frac{١}{٣}} - ١ \qquad م = \frac{١٢}{٤} = ٣$$

$$= ١,٠٤٧٧ - ١ = ٠,٠٤٧٧ = ٤,٧٧\%$$

والدفعات الشهرية ومعدلها حقيقى سنوى ع= ١٠%، المعدل الخاص بها (ع`)

$$ع` = (١,١٠)^{\frac{١}{١٢}} - ١ \qquad م = \frac{١٢}{١} = ١٢$$

$$= ١,٠٠٧٩٧ - ١ = ٠,٠٠٧٩٧ = ٠,٧٩٧\%$$

وبالمثل المعدل الخاص بالدفعات التى تستحق كل سنتين (ع`) والـذى يقابـل معـدل حقيقى سنوى ع= ١٢%

$$ع` = (١,١٢)^{٢} - ١ \qquad م = \frac{١٢}{٢٤} = \frac{١}{٢}$$

$$= ١,٢٥٤٤ - ١ = ٠,٢٥٤٤ = ٢٥,٤٤\%$$

والمعدل الخاص بالدفعات التى تستحق كل ٣ سنوات (ع`) والذى يقابل معدل حقيقى سنوى ع= ١٥%

ع` = (١,١٥)^٣ - ١ م = ١٢/٣٦ = ١/٣

= ١,٥٢٠٩ - ١ = ٠,٥٢٠٩ = ٥٢,٠٩%

والمعدل الخاص بالدفعات التى تستحق كل ٥ سنوات (ع`) والذى يقابل معدل حقيقى سنوى ع= ١٠%

ع` = (١,١٠)^٥ - ١ م = ١٢/٦٠ = ١/٥

= ١,٦١٠٥١ - ١ = ٠,٦١٠٥١ = ٦١,٠٥١%

وفى كافة الأحوال تحول ن إلى ن` وفقاً للعلاقة ن` = ن × م

وسوف نتناول فى الأمثلة التالية كيفية التعامل مع الدفعات غير السنوية

مثال (١) : قطعة أرض تعطى إيراداً نصف سنوياً قدره ١٠٠٠٠ جنيه أراد أحد المستثمرون شراءها فما هو الثمن الذى يدفعه لشراء هذه الأرض إذا كان يرغب فى استثمار أمواله بمعدل فائدة مركبة ١٢% سنوياً، وذلك فى الحالات التالية :

١- الإيراد يدفع آخر كل ٦ شهور .

٢- الإيراد يدفع أول كل ٦ شهور .

٣- الأرض مرهونة لمدة ٣ سنوات لأحد البنوك يدفع الإيراد بعدها آخر كل ٦ شهور .

٤- الأرض مرهونة لمدة ٣ سنوات لأحد البنوك يدفع الإيراد بعدها أول كل ٦ شهور .

٥- إيراد الأرض يستحق فى ٧/١ والشراء تم فى ٤/٣٠ .

الحل

إيراد الأرض يمثل دفعات نصف سنوية (م = ٢) دائمة

الإيراد النصف السنوى = ١٠٠٠٠

المعدل سنوى ع= ١٢% يحول إلى ع` = $(1,12)^{\frac{1}{2}} - 1$

= ١,٠٥٨٣ - ١ = ٠,٠٥٨٣

ع` = ٥,٨٣%

ثمن شراء الأرض = القيمة الحالية للإيرادات المتوقعة

١- الإيراد آخر كل ٦ شهور : دفعات عادية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف السنوى × $a_{\overline{\infty}|ع\%}$

= ١٠٠٠٠ × $\frac{1}{ع`}$

= ١٠٠٠٠ × $\frac{1}{0,0583}$

= ١٠٠٠٠ × ١٧,١٥٢

= ١٧١٥٢٧ جنيه

٢ – الإيراد أول كل ٦ شهور : دفعات فورية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف السنوى × $\ddot{a}_{\overline{\infty}|ع\%}$

= ١٠٠٠٠ ($\frac{1}{ع`}$ + ١)

= ١٠٠٠٠ ($\frac{1}{0,0583}$ + ١)

= ١٠٠٠٠ × ١٨,١٥٢٧

= ١٨١٥٢٧ جنيه

٣– الأرض مرهونة ٣ سنوات والإيراد آخر كل ٦ شهور :

دفعات دائمة عادية مؤجلة هـ = ٣ تحول إلى هـ̄ = ٣ × ٢ = ٦

ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف سنوى × هـ / عـ ∞⌉ع٪

= ١٠٠٠٠ × عـ ∞⌉ع٪ × (١+ع`)^-هـ`

= ١٠٠٠٠ × (١ / ع`) × (١+٠,٠٥٨٣)^-٦

= ١٠٠٠٠ × (١ / ٠,٠٥٨٣) × (١,٠٥٨٣)^-٦

= ١٠٠٠٠ × ١٧,١٥٢٧ × ٠,٧١١٧٨

= **١٢٢٠٨٩ جنيه تقريباً**

ملحوظة: يمكن اعتبار فترة التأجيل للإيرادات هـ = ٣ سنوات كما هى مع استخدام المعدل السنوى ع = ١٢%

ثمن شراء الأرض = ١٠٠٠٠ × (١ / ٠,٠٥٨٣) × (١,١٢)^-٣

= ١٠٠٠٠ × ١٧,١٥٢٧ × ٠,٧١١٧٨

= **١٢٢٠٨٩ جنيه تقريباً**

٤– الأرض مرهونة لمدة ٣ سنوات والإيراد أول كل ٦ شهور :

دفعة دائمة فورية مؤجلة هـ = ٣ تحول إلى هـ̄ = ٣ × ٢ = ٦

ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف سنوى × هـ / عـ̈ ∞⌉ع٪

= ١٠٠٠٠ × عـ̈ ∞⌉ع٪ × (١ + ع`)^-هـ`

= ١٠٠٠٠ × ($\frac{١}{\text{ع`}}$ +١) × (١+٠,٠٥٨٣)$^{\text{-٦}}$

= ١٠٠٠٠ ×($\frac{١}{٠,٠٥٨٣}$ +١) × (١,٠٥٨٣)$^{\text{-٦}}$

= ١٠٠٠٠ × ١٨,١٥٢٧ × ٠,٧١١٧٨

= **١٢٩٢٠٨ جنيه تقريباً**

كما سبق يمكن اعتبار فترة التأجيل للإيرادات هــ = ٣ سنوات مع استخدام المعدل السنوى ع = ١٢%

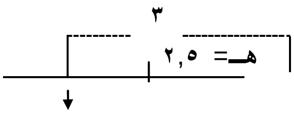
ثمن شراء الأرض = ١٠٠٠٠ ×($\frac{١}{٠,٠٥٨٣}$+١) × (١,١٢)$^{\text{-٣}}$

= ١٠٠٠٠ × ١٨,١٥٢٧ × ٠,٧١١٧٨

= **١٢٩٢٠٨ جنيه تقريباً**

ملحوظة هامة: يمكن اعتبار الدفعـــــة السابقة عادية على أساس أنها مؤجلة

هــ = ٣ - $\frac{١}{٢}$ = ٢,٥ سنة



ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف سنوى × هــ / عــ $\overline{\infty\rceil}$ ع ٪

= ١٠٠٠٠ × عــ $\overline{\infty\rceil}$ ع ٪ × (١+ع`)$^{\text{-هـ}}$

= ١٠٠٠٠ × $\frac{١}{\text{ع`}}$ × (١+١,١٢)$^{\text{-٢,٥}}$

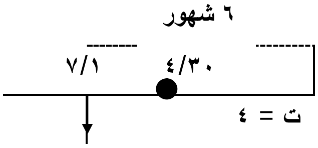
= ١٠٠٠٠ × $\frac{١}{٠,٠٥٨٣}$ × (١,١٢)$^{\text{-٢,٥}}$

= ١٠٠٠٠ × ١٧,١٥٢٧ × ٠,٧٥٣٢٧٧

= **١٢٩٢٠٧ جنيه تقريباً**

(لاحظ أن الفرق بين الطريقتين يرجع إلى عمليات التقريب)

٥ – **الإيراد يستحق فى ٧/١ والشراء تم فى ٤/٣٠ :**



دفعة دائمة عادية متأخرة الحساب

نصف سنوية   ز = ٦

ثمن شراء الأرض = الإيراد النصف سنوى × عـ ∞| $\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$

= ١٠٠٠٠ × عـ ∞| ع٪ (١ + ع` × $\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$)

= ١٠٠٠٠ × $\frac{١}{\text{ع`}}$ × (١ + ع ` × $\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$)

= ١٠٠٠٠ × $\frac{١}{٠,٠٥٨٣}$ (١ + ٠,٠٥٨٣ × $\frac{٤}{٦}$)

= ١٠٠٠٠ × ١٧,١٥٢٧ × ١,٠٣٨٨٦٧

= ١٧٨١٩٤ **جنيه تقريباً**

مثال (٢) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٥٠٠ جنيه كل سنتين ولمدة ١٠ سنوات . احسب جملة ما له فى البنك إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً وذلك فى الحالتين :

١- الإيداع آخر كل سنتين .

٢ - الإيداع أول كل سنتين .

الحـل

دفعات مؤقتة ن = ١٠ أكبر من سنة (كل سنتين) م = $\frac{١}{٢}$ المعدل سنوى   ع = ١٠%

يحول إلى ع`

ع` = $(١,١٠)^{٢}$ – ١ = ١,٢١ – ١ = ٠,٢١ = ٢١%

وتحول ن إلى ن` = ن × م = ١٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٥

١- الإيداع آخر كل سنتين : دفعات عادية :

جملة ما له فى البنك = مبلغ الدفعة × $جـ_{\overline{ن}|}$ ٤٪

$$= ١٥٠٠ \times جـ_{\overline{٥}|} ٢١٪$$

$$= ١٥٠٠ \times \frac{(١,٢١)^{٥} - ١}{٠,٢١}$$

$$= ١٥٠٠ \times ٧,٥٨٩٢٥$$

= ١١٣٨٣,٨٧٥ **جنيه**

٢ – الإيداع أول كل سنتين : دفعات فورية :

جملة ما له فى البنك = مبلغ الدفعة × $\ddot{جـ}_{\overline{ن}|}$ ٤٪

$$= ١٥٠٠ \times \ddot{جـ}_{\overline{٥}|} ٢١٪$$

$$= ١٥٠٠ \times \frac{(١,٢١)^{٥} - ١}{٠,٢١} \quad (١,٢١)$$

= ١٥٠٠ × ٧,٥٨٩٢٧ × ١,٢١ = ١٣٧٧٤,٤٨٨ **جنيه**

مثال (٣) : قطعة أرض تعطى إيراداً كل ٣ سنوات قدرة ١٥٠٠٠ جنيه.

احسب ثمن شراء هذه الأرض إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً وذلك فى الحالات التالية :

١ - الإيراد يدفع آخر كل ٣ سنوات .

٢ - الإيراد يدفع أول كل ٣ سنوات .

٣- الأرض تحتاج إلى إصلاحات لمدة ٥ سنوات يستحق الإيراد بعدها آخر كل ٣ سنوات .

٤- الأرض تحتاج إلى إصلاحات لمدة ٥ سنوات يستحق الإيراد بعدها أول كل ٣ سنوات .

٥- الشراء تم فى تاريخ يسبق استحقاق أول إيراد للأرض بسنة واحدة فقط .

الحل

دفعات دائمة أكبر من سنة كل = ٣ المعدل سنوى ع = ١٢% تحول إلى ع `

ع` = (١,١٢)^{٣} – ١

= ١,٤٠٤٩ – ١ = ٠,٤٠٤٩ = ٤٠,٤٩%

ثمن شراء الأرض = القيمة الحالية للإيرادات المستحقة

١– الإيراد آخر كل ٣ سنوات : دفعات عادية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد المستحق × عـ ∞⏋ع٪

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{ع`}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٤٠٤٩} = ٣٧٠٤٦$$ **جنيه تقريباً**

٢– الإيراد أول كل ٣ سنوات : دفعات فورية :

ثمن شراء الأرض = الإيراد المستحق × عـ̈ ∞⏋ع ٪

$$= ١٥٠٠٠ \times (\frac{١}{ع`} + ١)$$

$$= ١٥٠٠٠ \times (\frac{١}{٠,٤٠٤٩} + ١)$$

= ١٥٠٠٠ × ٣,٤٦٩٧٥

= ٥٢٠٤٦ **جنيه تقريباً**

٣- الأرض تحتاج إلى إصلاحات لمدة ٥ سنوات ثم يستحق الإيراد آخر كل ٣ سنوات .

دفعات دائمة مؤجلة هـ =٥ عادية كل ٣ سنوات

ثمن شراء الأرض = الإيراد المستحق × هـ / عـ $\overline{\infty}|\text{ع}\%$

$$= ١٥٠٠٠ \times \text{عـ}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \times (١+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{\text{ع}} \times (١+٠,١٢)^{-٥}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٤٠٤٩} \times (١,١٢)^{-٥}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times ٢,٤٦٩٧٥ \times ٠,٥٦٧٤٢٧$$

= ٢١٠٢١ جنيه تقريباً

٤- الأرض تحتاج إلى إصلاحات لمدة ٥ سنوات ثم يستحق الإيراد أول كل ٣ سنوات

دفعة دائمة مؤجلة هـ = ٥ فورية كل ٣ سنوات

ثمن شراء الأرض = الإيراد المستحق × هـ / عـ̈ $\overline{\infty}|\text{ع}\%$

$$= ١٥٠٠٠ \times \ddot{\text{عـ}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \times (١+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \left(\frac{١}{\text{ع}}+١\right) \times (١+٠,١٢)^{-٥}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \left(\frac{١}{٠,٤٠٤٩}+١\right) \times (١,١٢)^{-٥}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times ٣,٤٦٩٧٥ \times ٠,٥٦٧٤٢٧$$

= ٢٩٥٣٢ جنيه تقريباً

يمكن اعتبار الدفعات السابقة عادية مؤجلة هـ = ٥ ـ ٣ = ٢ سنة فقط

$$\text{ثمن شراء الأرض} = ١٥٠٠٠ \times \text{هـ} / \text{عـ}_{\overline{\infty|}\,\text{ع}\,٪}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \text{عـ}_{\overline{\infty|}\,\text{ع}\,٪} \times (١+\text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{\text{ع}} \times (١+٠,١٢)^{-٢}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٤٠٤٩} \times (١,١٢)^{-٢}$$

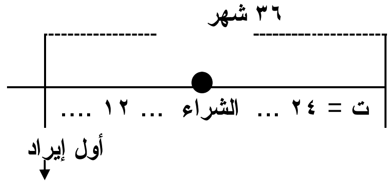
$$= ١٥٠٠٠ \times ٢,٤٦٩٧٥ \times ٠,٧٩٧١٩٤$$

= ٢٩٥٣٢ جنيه تقريباً (نفس النتيجة السابقة)

٥ – الشراء تم قبل استحقاق أول إيراد بسنة واحدة

معنى ذلك أنها دفعات دائمة عادية متأخر حسابها ت = ٢٤ شهر

كل ٣ سنوات



$$\text{ثمن شراء الأرض} = \text{الإيراد المستحق} \times \text{عـ}_{\overline{\infty|}\,\text{ع}\,٪}\Big|\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \text{عـ}_{\overline{\infty|}\,\text{ع}\,٪} \times \left(١ + \text{ع} \times \frac{\text{ت}}{\text{ز}}\right)$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{\text{ع}} \times \left(١+\text{ع} \times \frac{\text{ت}}{\text{ز}}\right)$$

$$= ١٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٤٠٤٩} \times \left(١ + ٠,٤٠٤٩ \times \frac{٢٤}{٣٦}\right)$$

$$= ١٥٠٠٠ \times ٢,٤٦٩٧٥ \times ١,٢٦٩٩٣٣$$

= ٤٧٠٤٦ جنيه تقريباً

تماريـن

١ - شخص كان يودع مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة ولمدة ١٠ سـنوات وكان سحب مبلغ ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور من نفس المدة، احسب الرصيد المتبقي له في نهاية ١٢ سنة إذا كانت الفوائد المركبة تحـسب على الإيداعات بمعدل ١٢% سنوياً وعلى المسحوبات بمعدل ١٣,٥٤% سنوياً والفوائد تضاف بمقتضاه مرتين في السنة .

٢ - اشترى شخص شقة تمليك وكانت شروط البيع كما يلي :

- سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه مقدم عند كتابة العقد .
- سداد قسط ربع سنوى قدره ٢٠٠٠ جنيه لمدة ١٠سنوات .
- سداد مبلغ ١٦٠٠٠ جنيه عند استلام الشقة بعد ٥ سنوات .

احسب ثمن الشقة اليوم إذا كان معدل الفائدة المركبـة الـسائد فـي السوق ١٢% سنوياً وذلك في الحالات التالية :

* القسط الربع سنوى يدفع آخر كل ٣ شهور (أول قـسط بعـد ٣ شهور من الاتفاق)
* القسط الربع سنوى يدفع أول كل ٣ شهور (أول قسط يدفع عنـد الاتفاق)
* أول قسط يستحق بعد شهر من الاتفاق .

٣ - شخص كان يودع مبلغ ١٠٠٠ جنيه أول كل شهر في أحد البنوك وكان يسحب مبلغ ٣٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور وذلك لمدة ١٥ سنة ، وفي نهاية ١٨,٥ سنة قام بسحب جملة المستحق له في البنك ودفعه كمقـدم ثمن شقة تمليك وتعهد بدفع باقي المستحق عليه على أقساط شهرية لمدة

٥ سنوات. احسب قيمة القسط الشهري إذا علمت أن ثمن الشقة النقــدي ٣٥٠٠٠٠ جنيه وأن معدل الفائدة المركبة على الإيداعات ٨% ســنوياً وعلى المسحوبات ٩% سنوياً والمعدل المستخدم في حساب أقساط الشقة ١١% سنوياً .

٤ - مزرعة معروضة للبيع إيرادها الربع سنوى ٥٠٠٠ جنيه ما هو الــثمن الذي يدفعه شخص يرغب في استثمار أمواله بمعدل ١٠% سنوياً وذلك في الحالات التالية :

- إيراد المزرعة يستحق آخر كل ٣ شهور .
- إيراد المزرعة يستحق أول كل ٣ شهور .
- المزرعة تحتاج إلى إصلاحات لمدة سنتين يــستحق بعــدها الإيراد آخر كل ٣ شهور .
- المزرعة مرهونة لأحد الدائنين لمدة ٤ سنوات يستحق يعدها الإيراد مباشرةً .
- أول إيراد للمزرعة يستحق في ١٠/١ والشراء تم في ٨/٣٠ .

٥ - شخص كان يودع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه أول كل سنتين ولمــدة ٨ ســنوات وفي نهاية المدة سحب جملة ماله في البنــك وأضــاف عليهــا مبلــغ ٦٨٨٢١,٥ جنيه واشترى بها حديقة فاكهة تعطي إيرادها آخر كــل ٦ شهور، احسب قيمة الإيراد النصف سنوى للحديقة إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً .

٦ -مزرعة سمكية تعطي إيراداً كل سنتين قدره ٥٠٠٠٠ جنيـــه ، احـــسب ثمن شراء هذه المزرعة إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد في السوق ١٢% سنوياً وذلك في الحالات التالية :

- الإيراد يدفع آخر كل سنتين .
- الإيراد يدفع أول كل سنتين .
- المزرعة تحتاج إلى تجهيزات لمدة ٣ سنوات يستحق بعدها الإيراد آخر كل سنتين .
- المزرعة مرهونة لصالح هيئة الثروة السمكية لمدة ٥ سنوات يستحق الإيراد بعدها أول كل سنتين .
- الشراء تم في تاريخ يسبق استحقاق أول إيراد للمزرعة بستة شهور فقط .

الفصل السابع

التطبيقات العملية على الدفعات المتساوية

الفصل السابع

التطبيقات العملية على الدفعات المتساوية

أولا : استهلاك الأصول الثابتة :

لاشك أن الأصول الثابتة مثل المبانى والآلات والأثاث و .. تستهلك على مدار فترة زمنية تعرف بالعمر الافتراضى للأصل (أو العمر الإنتاجى) ومن ثم يهتم أصحاب المشروعات بمعرفة الاستهلاك السنوى للأصل حتـــى يتمكـــن من إضافة تكلفة استهلاك هذه الأصول إلى تكلفة السلعة أو الخدمـــة التى يقدمها، بالإضافة إلى تمكنه من إعادة إحلال هذا الأصل فـــى الوقـــت المناسب.

وهناك أكثر من طريقة لحساب استهلاك الأصول الثابتة مـــــــن أهمها:

١– طريقة الخط المستقيم :

بمقتضى هذه الطريقة يتم توزيع قيمة الأصل بالتساوى على العمـــر الإنتاجى المتوقع مع الأخذ فى الاعتبار قيمة النفاية ، ويتم حساب الاستهلاك السنوى للأصل وفقا لهذه الطريقة كما يلى :

$$\text{الاستهلاك السنوى المتساوى} = \frac{\text{قيمة الأصل - النفاية}}{\text{عدد سنوات العمر الإنتاجي}}$$

٢ – طريقة الاستهلاك المتناقص :

وبموجب هذه الطريقة يتم تحديد نسبة من الأصل للاستهلاك السنوى تكون ثابتة ويحسب الاستهلاك فى أى سنة عن طريق ضرب القيمة الدفترية للأصل فى بداية تلك السنة × نسبة الاستهلاك .

ونظراً لأن القيمة الدفترية للأصل تتناقص ونسبة الاستهلاك السنوى ثابتة فإن الاستهلاك السنوى للأصل يكون متناقصاً ، وهذه الطريقة تحقــق فلسفة أن الاستفادة من الأصل تتناقص بالاستعمال .

ويجب أن يلاحظ أن القيمة الدفترية للأصل فى السنة الأخيرة لابد أن تتساوى مع قيمة النفاية .

٣- طريقة الاستهلاك المستثمر :

وبموجب هذه الطريقة يتم استثمار الاستهلاك الــسنوى المتــساوى بحيث تصبح جملة هذه الاستهلاكات مساوية لقيمة الأصــل عنــد الــشراء مطروحا منها قيمة الخردة أو النفاية .

جملة الاستهلاكات = قيمة الأصل عند الشراء - النفاية

فإذا رمزنا لقيمة الأصل عند الشراء بالرمز (ق) والنفاية أو الخــردة بالرمز (خ) وقسط الإهلاك السنوى المستثمر بالرمز (ط) فإن :

$$\text{ط} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}\ \text{ع}\%} = \text{ق} - \text{خ}$$

$$\text{ط} = \frac{\text{ق} - \text{خ}}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}\ \text{ع}\%}}$$

٤- طريقة الاستهلاك المستثمر مع الأخذ فى الاعتبار التغير فى القوة الشرائية للنقود (التضخم):

وهى نفس الطريقة السابقة فيما عدا أن جملة الاستهلاكات المستثمرة تكون مساوية لقيمة الأصل عند الإحلال وليس عند الشراء مع طرح قيمــة النفاية أو الخردة .

وهذه الطريقة هى الأكثر شيوعاً واســتخداماً فــى الحيــاة العمليــة وبالتالى سنكتفى بدراستها مع الأخذ فى الاعتبار الرموز التالية :

قيمة الأصل عند الشراء ق **قيمة الأصل عند الإحلال $\overline{ق}$**

قسط الإهلاك السنوى للأصل ط **القيمة الدفترية بعد (ر) من السنوات $ق_ر$**

قيمة الخردة أو النفاية خ **العمر الافتراضى للأصل ن**

$$ط \times جـ_{\overline{ن}|ع\%} = ق` - خ$$

$$ط = \frac{\overline{ق} - خ}{جـ_{\overline{ن}|ع\%}}$$

القيمة الدفترية للأصل فى نهاية أى سنة = قيمة الأصل عند الشراء - جملة الاهلاكات السنوية حتى نهاية تلك السنة

$$ق_ر = ق - مجـ_{1}^{ر} ط$$

$$ق_ر = ق - ط \times جـ_{\overline{ر}|ع\%}$$

مثال (١) : آلة ثمن شراؤها ١٠٠٠٠٠ جنيه يقدر العمر الافتراضى لها ١٠ سنوات تباع فى نهايتها كخردة بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه . كما أن التكلفة المتوقعة لإحلال آلة بديلة فى نهاية المدة تبلغ ١٨٠٠٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٠% سنوياً احسب :

١- قسط الإهلاك السنوى المتساوى المستثمر .

٢- القيمة الدفترية للآلة فى نهاية السنة الرابعة .

الحـــل

ق = ١٠٠٠٠٠ ن = ١٠ خ = ١٥٠٠٠ ق` =١٨٠٠٠٠ ع= ١٠%

$$\text{ط} = \frac{\bar{\text{ق}} - \text{خ}}{\text{جـ}\,\overline{\text{ن}|}\,\text{ع}\%}$$

$$= \frac{\text{١٨٠٠٠٠} - \text{١٥٠٠٠}}{\text{جـ}\,\overline{\text{١٠}|}\,\text{١٠}\%}$$

$$= \frac{\text{١٦٥٠٠٠}}{\frac{(\text{١,١٠})^{\text{١٠}} - \text{١}}{\text{٠,١٠}}}$$

$$= \frac{\text{١٦٥٠٠٠}}{\text{١٥,٩٣٧٤٢٥}}$$

ط = ١٠٣٥٣ جنيه تقريباً

القيمة الدفترية للآلة فى نهاية السنة الرابعة :

$$\text{ق}_{\text{ر}} = \text{ق} - \text{ط} \times \text{جـ}\,\overline{\text{ر}|}\,\text{ع}\%$$

$$\text{ق}_{\text{٤}} = \text{١٠٠٠٠٠} - \text{١٠٣٥٣} \times \text{جـ}\,\overline{\text{٤}|}\,\text{١٠}\%$$

$$= \text{١٠٠٠٠٠} - \text{١٠٣٥٣} \times \frac{(\text{١,١٠})^{\text{٤}} - \text{١}}{\text{٠,١٠}}$$

$$= \text{١٠٠٠٠٠} - \text{١٠٣٥٣} \times \text{٤,٦٤١}$$

$$= \text{١٠٠٠٠٠} - \text{٤٨٠٤٨,٢٧٣}$$

$$= \text{٥١٩٥١,٧٢٧ جنيه}$$

ملحوظة : إذا لم يتحدد فى التمرين قيمة الأصل عند الإحلال فإننا نعتبرهـــا مساوية لقيمة الأصل عند الشراء أى أن $\bar{\text{ق}}$ = ق

ثانياً : التكلفة الرأسمالية للأصول :

يقصد بالتكلفة الرأسمالية للأصل تكلفة الحصول على الأصل (بالإنشاء أو بالشراء) مضافاً إليها القيمة الحالية لجميع المصروفات اللازمة لجعل الأصل مستمر فى العمل إلى مالا نهاية ، أى القيمة الحالية للمبالغ اللازمة لإجراء التجديدات الدورية أو إعادة الإحلال إلى مالا نهاية .

١- الأصول التى تحتاج إلى إصلاحات وتجديدات دورية :

التكلفة الرأسمالية للأصل = قيمة الأصل عند الشراء أو الإنشاء + القيمة الحالية للمبالغ اللازمة للإصلاح والتجديد

قيمة الأصل عند الشراء أو الإنشاء ← مبلغ

القيمة الحالية للمبالغ اللازمة للإصلاح والتجديد ← دفعة دائمة عادية تدفع على فترات أكبر من سنة على أساس معدل فائدة مركبة ع`

وسوف نستخدم الرموز التالية لاختصار العلاقات الرياضية :

التكلفة الرأسمالية للأصل	**ت . ر**
قيمة الأصل عند الإنشاء أو الشراء	**ق**
المبلغ اللازم لإجراء التجديدات الدورية	**ج**
الفترة الزمنية التى يتم التجديد فى نهايتها	**عادة على فترات أكبر من سنة**

$$\text{ت . ر} = \text{ق} + \text{ج} \times \underline{\text{عـ}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} -$$

$$\boxed{\text{ت . ر} = \text{ق} + \text{ج} \times \frac{1}{\text{ع}`}}$$

مثال (٢) : قرر النادى الأهلى إنشاء حمام سباحة أوليمبى بموقع النادى بمدينة نصر فإذا علمت أن تكاليف إنشاء الحمام ٥ مليون جنيه ويحتاج

إلى صيانة وتجديدات دورية كل ٤ سنوات تتكلف ربع مليـــــــــون جنيه. احسب التكلفة الرأسمالية للحمام إذا كان معدل الفائدة المركبـــة ١٠% سنوياً.

الحل

ق= ٥٠٠٠٠٠٠ الصيانة كل ٤ سنوات ج=٢٥٠٠٠٠ ع = ١٠% ت.ر = ؟

يحول إلى $\bar{ع}$ = $(١,١٠)^{٤}$ – ١ = ١,٤٦٤١ – ١ = ٠,٤٦٤١ = ٤٦,٤١%

ت . ر= ق + ج × $\overset{-}{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}$

ت . ر= ق + ج × $\frac{١}{ع`}$

= ٥٠٠٠٠٠٠ + ٢٥٠٠٠٠ × $\frac{١}{٠,٤٦٤١}$

= ٥٠٠٠٠٠٠ + ٥٣٨٦٧٧

= ٥٥٣٨٦٧٧ جنيه

٢– الأصول التى تحتاج إلى استبدال كامل :

هناك بعض الأصول التى تحتاج إلى إعادة إنشاء أو شراء كل فتـــرة زمنية (أكبر من سنة) سواء كان لها قيمة فى نهاية المدة كخردة أو نفايـــة أو لم يكن لها .

١/٢: إذا كان الأصل يحتاج إلى استبدال كامل مع عدم وجود قيمة له كخردة أو نفاية .

ت . ر= ق + ق × $\frac{١}{ع`}$

٢/٢ : إذا كان الأصل يحتاج إلى استبدال كامل مع وجود قيمة (خ) كخردة أو نفاية .

$$ت . ر = ق + (ق - خ) \times \frac{١}{\grave{ع}}$$

مثال (٣): احسب التكلفة الرأسمالية لآلة يبلغ ثمن شراؤها ٢٠٠٠٠٠ جنيه ويبلغ عمرها الإنتاجى ١٢ سنة تباع فى نهايتها كخردة بمبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه وذلك بفرض أن معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ٨% سنوياً.

الحل

ق= ٢٠٠٠٠٠ التجديد كل ١٢ سنة خ =٣٠٠٠٠ ع = ٨% ت . ر = ؟

نحول ع إلى $\bar{ع}$ = $(١,٠٨)^{١٢}$ – ١ = ٢,٥١٨٢ – ١ = ١,٥١٨٢ = ١٥١,٨٢%

$$ت . ر = ق + (ق - خ) \times \frac{١}{\grave{ع}}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠ + (٢٠٠٠٠٠ - ٣٠٠٠٠) \times \frac{١}{١,٥١٨٢}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠ + ١٧٠٠٠٠ \times \frac{١}{١,٥١٨٢}$$

= ٢٠٠٠٠٠ + ١١١٩٧٥

= ٣١١٩٧٥ جنيه

مثال (٤) : قررت محافظة الجيزة إنشاء نافورة لتجميل ميدان الرماية بالهرم فإذا قُدرت تكلفة إنشاء النافورة بمبلغ ٣ مليون جنيه ، كما أنها تحتاج إلى إعادة إنشاء بصفة دورية كل ٢٥ سنة ولا توجد لها أى قيمة للنفاية. احسب التكلفة الرأسمالية لهذه النافورة ، إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠%. سنوياً.

الحـل

ق = ٣٠٠٠٠٠٠ التجديد كل ٢٥ سنة ع = ١٠% يحول إلى عَ

عَ = (١,١٠)^{٢٥} – ١ = ١٠,٨٣٤٧ – ١ = ٩,٨٣٤٧

ت . ر= ق + ق × $\frac{١}{عَ}$

= ٣٠٠٠٠٠٠ + ٣٠٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{٩,٨٣٤٧}$

= ٣٠٠٠٠٠٠ + ٣٠٥٠٤٢

= ٣٣٠٥٠٤٢ جنيه

ملحوظة : لا تقتصر حالات حساب التكلفة الرأسمالية للأصول علـى قيمـة الأصل عند الإنشاء أو الشراء ثم مبلغ التجديد الدورى أو المبلـغ اللازم لإعادة الإنشاء أو الشراء سواء كانت هناك قيمـة نفايـة للأصل أم لا ، بل نجد أن حالات كثيرة تتعدد فيها المبالغ التـى تنفق على الأصل لكى يستمر فى أدائه .

والقاعدة العامة لحساب التكلفة الرأسمالية لأى أصل هى:

التكلفة الرأسمالية = تكلفة الأصل عند الإنشاء أو الشراء + القيمة الحالية لكافة المبالغ اللازمة لإعادة إنـشاء (أو شراء) أو التجديد الـدورى للأصل بعـد خـصم قيمـة النفاية إن وجدت .

مثال (٥): ترغب كليـة التجارة فى إنشاء مبنى جديد قدر الخبراء تكـاليف إنشاء هذا المبنى كما يلى :

- مصاريف المبانى ٢٠ مليون جنيه وتحتاج إلى ترميمات كل ١٠ سنوات تكلفتها مليون جنيه ومصاريف دهان تقدر بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه آخر كل سنة كما تقدر قيمة التركيبات والأثاث بمبلغ ٤ مليون جنيه ويتم تجديدها كل ٢٠ سنة حيث تبلغ قيمتها كمخلفات ربع مليون جنيه احسب التكلفة الرأسمالية لهذا المبنى إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً .

الحل

$ق_١$ = ٢٠٠٠٠٠٠٠ ج$_١$ = ١٠٠٠٠٠٠ كل ١٠ سنوات (يحتاج $\overline{ع}_١$)

$ج_٢$ = ٢٥٠٠٠ سنوية عادية

$ق_٢$ = ٤٠٠٠٠٠٠ تجدد كل ٢٠ سنة (تحتاج $\overline{ع}_٢$) خ = ٢٥٠٠٠٠ ع=١٠%

$$\overline{ع}_١ = (١,١٠)^{١٠} - ١ = ٢,٥٩٣٧ - ١ = ١,٥٩٣٧$$

$$\overline{ع}_٢ = (١,١٠)^{٢٠} - ١ = ٦,٧٢٧٥ - ١ = ٥,٧٢٧٥$$

$$ت.ر = ق_١ + ج_١ \times \frac{١}{\overline{ع}_١} + ج_٢ \times \frac{١}{ع} + ق_٢ + (ق_٢ - خ) \times \frac{١}{\overline{ع}_٢}$$

التكلفة الرأسمالية للمبني$= ٢٠٠٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{\overline{ع}_١} + ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{ع}$

$+ ٤٠٠٠٠٠٠ + (٤٠٠٠٠٠٠ - ٢٥٠٠٠٠) \times \frac{١}{\overline{ع}_٢}$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{١,٥٩٣٧}$$

$$+ ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٠} + ٤٠٠٠٠٠٠$$

$$+ ٣٧٥٠٠٠٠ \times \frac{١}{٥,٧٢٧٥}$$

$= ٢٠٠٠٠٠٠٠ + ٦٢٧٤٥٥ + ٢٥٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠٠٠ + ٦٥٤٧٣٦$

= ٢٥٥٣٢١٩١جنيه

ثالثا : تكلفة إنشاء المشروعات :

لاشك أن دراسة الجدوى الاقتصادية لأى مشروع لابد أن تتـضمن تقديراً دقيقاً لكافة الالتزامات المالية التى تنشأ عن إقامة المشروع والإنفـاق عليه ، ومن ثم فإن تكلفة إنشاء أى مشروع تتمثل فى القيمة الحاليـة لكافـة المبالغ اللازمة لإقامة المشروع والإنفاق عليه بعد الانتهاء من إقامته .

ولا شك أن تلك الأموال اللازمة ، منها ما ينفق مرة واحدة (مبلـغ) سواء فى بداية المشروع أو بعد فترة زمنية معينة ، ومنها ما يمثل دفعـات سنوية دائمة أو مؤقتة لمدة معينة ، ومنها ما يمثل دفعات غير سنوية (مجزأة أو مجمعة) دائمة أو مؤقتة لمدة معينة ، ومن ثم لابد أن يؤخذ فى الاعتبـار هذا التفاوت عند تقدير القيمة الحالية لتلك المبالغ والتى تمثل المبلغ الـلازم رصده لإقامة المشروع . كما يجب أن يؤخذ فـى الاعتبـار مـا إذا كـان المشروع يهدف إلى الربح أم مشروع خيرى لا يهدف إلى الربح .

ويتضح كل ما سبق من خلال الأمثلة التالية:

مثال (٦) : يرغب أحد رجال الخير فى إنشاء مصحة لعلاج ضحايا الإدمان، قدر الخبراء المصروفات اللازمة لإنشاء وتشغيل المصحة كما يلى :

١ - تقدر قيمة الأرض اللازمة لإقامة المصحة بمبلغ ٢ مليون جنيه .
٢ - تكاليف البناء تسدد دورياً أثناء فترة البناء، وتم تحديدها على أساس دفع ١٦ دفعة ربع سنوية قيمة الدفعة ١٠٠٠٠٠ جنيه .
٣ - تقدر أجور الأطباء والعاملين بالمصحة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه شهرياً.
٤ - تقدر مصاريف تشغيل المصحة بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كـل ٣ شهور .
٥ - يحتاج المبنى إلى صيانة دورية مبلغها ٢٥٠٠٠ جنيه تدفع آخر كل ٦ شهور .

فإذا علمت أن هذا الشخص اتفق مع أحد البنوك الذى يحسب فوائـــده المركبة بمعدل ١٢% سنوياً على تمويل هذا المشروع . احسب المبلغ الـــذى يلتزم هذا الشخص بدفعه للبنك .

الحـل

المبلغ اللازم دفعه للبنك = القيمة الحالية لكافة المبالغ اللازمة لإقامة المشروع

١ - تكلفة الأرض ٢٠٠٠٠٠٠ تدفع في بداية المشروع

∴ القيمة الحالية لها=٢٠٠٠٠٠٠ جنيه ....(١)

٢ - تكاليف البناء :

دفعات عادية ربع سنوية (م = ٤) مبلغها ١٠٠٠٠٠ عددها ١٦ تحول ع إلى $\bar{ع}$

$$\bar{ع} = (١,١٢)^{\frac{١}{٤}} - ١ = ١,٠٢٨٧٤ - ١ = ٠,٠٢٨٧٤١$$

$$\bar{ع} = ٢,٨٧٤\%$$

القيمة الحالية $= ١٠٠٠٠٠ \times عـ_{\overline{ن|}\,\bar{ع}\%}$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times عـ_{\overline{١٦|}\,٢.٨٧٤\%}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١ - (١,٠٢٨٧٤)^{-١٦}}{٠,٠٢٨٧٤}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ١٢,٦٨٢٩٥٦$$

= ١٢٦٨٢٩٦ جنيه تقريباً ....(٢)

ملحوظة : مدة البناء ٤ سنوات ، وكل النفقات التالية بعد ذلـــك تمثـــل قـــيم مؤجلة لمدة ٤ سنوات .

٣ - أجور الأطباء والعاملين :

دفعات دائمة عادية شهرية (م = ١٢) مؤجلة هـ = ٤

نحول ع إلى $\bar{ع}$ $= (١,١٢)^{\frac{١}{١٢}} - ١$

$= ١,٠٠٩٤٨٩ - ١ = ٠,٠٠٩٤٨٩$

القيمة الحالية $= ١٠٠٠٠ \times هـ / \bar{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$= ١٠٠٠٠ \times \bar{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} \times (١+ع)^{-هـ}$

$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{\bar{ع}} \times (١+٠,١٢)^{-٤}$

$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٠٠٩٤٨٩} \times (١,١٢)^{-٤}$

$= ١٠٠٠٠ \times ١٠٥,٣٨٥٢ \times ٠,٦٣٥٥١٨$

= ٦٦٩٧٤٢ جنيه تقريباً ....(٣)

٤ - مصاريف التشغيل :

دفعات دائمة فورية كل ٣ شهور (م = ٤) مؤجلة هـ = ٤ نحول ع إلى $\bar{ع}$

$\bar{ع} = (١,١٢)^{\frac{١}{٤}} - ١ = ١,٠٢٨٧٤ - ١ = ٠,٠٢٨٧٤$

القيمة الحالية $= ٥٠٠٠٠ \times هـ / \ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$= ٥٠٠٠٠ \times \ddot{ع}_{\overline{\infty}|ع\%} \times (١+ع)^{-هـ}$

$= ٥٠٠٠٠ \times (\frac{١}{\bar{ع}} + ١) \times (١+٠,١٢)^{-٤}$

$= ٥٠٠٠٠ \times (\frac{١}{٠,٠٢٨٧٤} + ١) \times (١,١٢)^{-٤}$

= ٠,٦٣٥٥١٨ × ٣٥,٧٩٤٧ × ٥٠٠٠٠

= ١١٣٧٤٠٩ **جنيه تقريباً** .... (٤)

٥ - الصيانة الدورية :

دفعات دائمة عادية كل ٦ شهور (م = ٢) مؤجلة هـ = ٤ نحول ع إلى $\overline{ع}$

$\overline{ع}$ = $(١,١٢)^{\frac{١}{٢}}$ - ١ = ١,٠٥٨٣ – ١ = ٠,٠٥٨٣

القيمة الحالية = ٢٥٠٠٠ × هـ / $\overline{عـ}_{\overline{\infty}|٤\%}$

= ٢٥٠٠٠ × $\overline{عـ}_{\overline{\infty}|٤\%}$ × $(١+ع)^{-هـ}$

= ٢٥٠٠٠ × $\frac{١}{\overline{ع}}$ × $(١+٠,١٢)^{-٤}$

= ٢٥٠٠٠ × $\frac{١}{٠,٠٥٨٣}$ × ٠,٦٣٥٥١٨

= ٢٧٢٥٢١ **جنيه تقريباً** .... (٥)

المبلغ اللازم رصده لإقامة المشروع = (١) + (٢) + (٣) + (٤) + (٥)

= ٥٣٤٧٩٦٨ **جنيه**

مثال (٧) : قررت محافظة سيناء الشمالية إنشاء حديقة حيوان قدر الخبراء تكلفة إنشاءها بمبلغ ١٠ مليون جنيه وتحتاج إلى تجديدات دورية قدرها $\frac{١}{٢}$ مليون جنيه فى نهاية كل ٥ سنوات كما تحتاج إلى مصروفات صيانة دورية آخر كل سنة مقدارها ٤٠٠٠٠ جنيه كما أن أجور العاملين بالحديقة من كافة التخصصات تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سنة . حدد الإيراد السنوى الذى يجب أن تحصل عليه المحافظة من جمهور الحديقة آخر كل سنة بحيث يكفى لتغطية

جميع التكاليف المتعلقة بإنشاء الحديقة وتجديدها وصيانتها وإدارتها مضافا إليها ٢٥% كربح للمحافظة. إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٠% سنوياً .

الحل

من المفروض أن الحديقة ستعطى إيراد دائم آخر كل سنة ، القيمة الحالية لهذا الإيراد يجب أن تكون مساوية للتكلفة الرأسمالية للحديقة + ٢٥% من التكلفة الرأسمالية كأرباح .

التكلفة الرأسمالية للحديقة :

$ق_١$ = ١٠٠٠٠٠٠٠ $ج_١$ = ٥٠٠٠٠٠ كل ٥ سنوات

$\overline{ع} = (١,١٠)^{٥} - ١ = ٠,٦١٠٥١$

$ج_٢$ = ٤٠٠٠٠ آخر كل سنة (ع) $ج_٣$ = ٥٠٠٠٠ أول كل سنة (ع)

$ت . ر = ق_١ + ج_١ \times \overline{عـ}_{\overline{\infty}|ع\%} + ج_٢ \times عـ_{\overline{\infty}|ع\%} + ج_٣ \times \ddot{عـ}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$ت . ر = ق_١ + ج_١ \times \frac{١}{\overline{ع}} + ج_٢ \times \frac{١}{ع} + ج_٣ (\frac{١}{ع} + ١)$

$= ١٠٠٠٠٠٠٠ + ٥٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٦١٠٥} + ٤٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٠}$

$+ ٥٠٠٠٠ (\frac{١}{٠,١٠} + ١)$

$= ١٠٠٠٠٠٠٠ + ٥٠٠٠٠٠ \times ١,٦٣٧٩٧٥ + ٤٠٠٠٠ \times ١٠$

$+ ٥٠٠٠٠ \times ١١$

= ١٠٠٠٠٠٠ + ٨١٨٩٨٥ + ٤٠٠٠٠٠ +٥٥٠٠٠٠

= ١١٧٦٨٩٨٥ جنيه

∴ القيمة الحالية للإيراد السنوى للحديقة

= التكلفة الرأسمالية + ٢٥% من التكلفة الرأسمالية

الإيراد السنوى × ع $\overline{\infty}|$ ع% = ١١٧٦٨٩٨٥ + ٠,٢٥ × ١١٧٦٨٩٨٥

الإيراد السنوى × $\frac{١}{٠,١٠}$ = ١١٧٦٨٩٨٥ + ٢٩٤٢٢٤٦

الإيراد السنوى × ١٠ = ١٤٧١١٢٣١

الإيراد السنوى للحديقة = ١٤٧١١٢٣,١ جنيه

مثال (٨) : شخص يرغب فى إنشاء وتشغيل مستشفى خيرى ولقد قدر الخبراء التكاليف اللازمة لتمويل هذا العمل الخيرى بما يلى :

أولاً : الأرض التى تقام عليها المستشفى تم الاتفاق على سداد ثمنها كما يلى:

(١) ربع مليون جنيه نقدا .
(٢) سداد مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة ٥ سنوات .
(٣) سداد مبلغ ٥٠٠٠٠٠ جنيه بعد ٧ سنوات .

ثانياً : المبانى الخاصة بالمستشفى والتى تنتهى خلال ٥ سنوات تسدد تكلفتها كما يلى :

(١) نصف مليون جنيه عند التعاقد مع مقاول البناء .
(٢) سداد مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور طوال مدة البناء .
(٣) سداد مبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه بعد انتهاء عملية البناء وعند استلام المبنى .

علماً بأن المبانى تحتاج لصيانة دورية كل ٧ سنوات تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه كما تحتاج إلى ترميمات كل ٢٠ سنة تقدر تكلفتها بمبلغ ربع مليون جنيه .

ثالثاً : الأثاث المطلوب للمستشفى يقدر بمبلغ ٥ مليون جنيه ويتم تجديد هذا الأثاث كل ١٥ سنة حيث تقدر قيمته كنفاية فى ذلك الوقت بمبلغ مليون جنيه .

رابعاً : بالنسبة للمعدات والأجهزة الطبية تقدر بمبلغ ٢٠ مليون جنيه تتقادم كل ٥ سنوات حيث يتم تجديدها بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ جنيه .

خامساً : تبلغ تكاليف شراء الأدوية ومستلزمات التمريض مبلغ مليون جنيه أول كل سنة .

سادساً : تقدر أجور الأطباء ومعاونيهم والعاملين بالمستشفى بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً .

سابعاً : مكافآت مجلس إدارة المستشفى تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه أول كل ٣ شهور .

ثامناً : تخصص تبرعات سنوية قدرها ٢٠٠٠٠ جنيه لمساعدة غير القادرين من طلبة كلية طب قصر العينى تصرف أول كل سنة من الآن .

تاسعاً : تقدر تكاليف الأبحاث العلمية التى تتولاها المستشفى بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه آخر كل ٥ سنوات من تاريخ افتتاح المستشفى .

المطلوب : تقدير المبلغ اللازم لإنشاء هذه المستشفى وتشغيلها علما بأن معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً .

الحــل

المبلغ اللازم = القيمة الحالية لكافة المبالغ اللازمة لإنشاء والصرف على المستشفى

أولا : الأرض :

مبلغ الآن + دفعات سنوية عادية لمدة ٥ سنوات + مبلغ يسدد بعد ٧ سنوات

القيمة الحالية = ٢٥٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠٠ × $\overline{ع}_{\overline{٥}|}$ ١٠٪ + ٥٠٠٠٠٠ ×(١+٠,١٠)$^{-٧}$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١٠)^{-٥}}{٠,١٠} + ٥٠٠٠٠٠ \times (١,١٠)^{-٧}$$

= ٢٥٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠٠ × ٣,٧٩٠٧٨٧ + ٥٠٠٠٠٠ × ٠,٥١٣١٥٨

= ٢٥٠٠٠٠ + ٧٥٨١٥٧,٤ + ٢٥٦٥٧٩

= ١٢٦٤٧٣٦ ....(١)

ثانياً : المبانى: تسدد تكلفتها كما يلى:

مبلغ يسدد الآن + دفعات كل ٦ شهور (م = ٢) لمدة ٥ سنوات (نحول ع إلـى $\overline{ع}_١$، ن إلى $\overline{ن}$) + مبلغ يسدد فى نهاية ٥ سنوات + دفعات كل ٧ سـنوات مؤجلـة هـ = ٥ (نحول ع إلى $\overline{ع}_٢$) + دفعات كل ٢٠ سنة مؤجلة هـ = ٥ (نحول ع إلى $\overline{ع}_٣$)

$\overline{ع}_١ = (١,١٠)^{\frac{١}{٢}} - ١ = ٠,٠٤٨٨$ $\qquad$ $\overline{ن} = ٥ \times ٢ = ١٠$

$\overline{ع}_٢ = (١,١٠)^{٧} - ١ = ٠,٩٤٨٧$

$\overline{ع}_٣ = (١,١٠)^{٢٠} - ١ = ٥,٧٢٧٥$

القيمة الحالية = ٥٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠ × $\overline{ع}_{\overline{ن}|}$ $\overline{ع}$٪ + ٣٠٠٠٠٠ ×(١+ع)$^{-هـ}$

+ ٥٠٠٠٠ × هـ/$\overline{ع}_{\overline{\infty}|}$ $\overline{ع}_٢$٪ + ٢٥٠٠٠٠× هـ/$\overline{ع}_{\overline{\infty}|}$ $\overline{ع}_٣$٪

= ٥٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠ × ع‾ (١٠ ٪٤.٨٨) + ٣٠٠٠٠٠ × (١,١٠)^-٥

+ ٥٠٠٠٠ × ع‾ (∞ ٪٢ع) × (١+ع)^-هـ + ٢٥٠٠٠٠ × ع‾ (∞ ٪٣ع) × (١+ع)^-هـ

= ٥٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠ × [١ - (١,٠٤٨٨)^-١٠ ÷ ٠,٠٤٨٨] + ٣٠٠٠٠٠ × (١,١٠)^-٥

+ ٢٥٠٠٠٠ × [١ ÷ ع‾٢٪] (١,١٠)^-٥ + ٢٥٠٠٠٠ × [١ ÷ ع‾٣٪] (١,١٠)^-٥

= ٥٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠ × ٧,٧٦٦٩٣ + ١٨٦٢٧٦ + ٥٠٠٠٠

× [١ ÷ ٠,٩٤٨٧] (١,١٠)^-٥ + ٢٥٠٠٠٠ × [١ ÷ ٥,٧٢٧٥] (١,١٠)^-٥

= ٥٠٠٠٠٠ + ٧٧٦٦٩٣ + ١٨٦٢٧٦ + ٣٢٧٢٥ + ٢٧١٠٣

= ١٥٢٢٧٩٧ .... (٢)

ثالثا: الأثاث: تسدد تكلفة الأثاث كما يلى:

ثمن الشراء ٥ مليون بعد ٥ سنوات يجدد كل ١٥ سنة (ع‾) قيمته كنفاية مليون جنيه

ع‾ = (١,١٠)^١٥ - ١ = ٣,١٧٧٢٥

القيمة الحالية = ٥٠٠٠٠٠٠ × ح^٥ (٪١٠) + ٤٠٠٠٠٠٠ × هـ/ع‾ (∞ ٪ع) -

= ٥٠٠٠٠٠٠ × (١,١٠)^-٥ + ٤٠٠٠٠٠٠ × ع‾ (∞ ٪ع) - × (١+ع)^-هـ

= ٣١٠٤٦٠٧ + ٤٠٠٠٠٠ × [١ ÷ ع‾] (١,١٠)^-٥

= ٣١٠٤٦٠٧ + ٤٠٠٠٠٠ × [١ ÷ ٣,١٧٧٢٥] (١,١٠)^-٥

= ٣١٠٤٦٠٧ + ٧٨١٧٠٩

= ٣٨٨٦٣١٦ . ... (٣)

رابعاً : المعدات والأجهزة :

ثمن الشراء ٢٠ مليون بعد ٥ سنوات وتجدد كل ٥ سنوات بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ ($\bar{ع}$)
(دفعات مؤجلة هـ = ٥)

$\bar{ع}$ = (١,١٠) ^٥^ ـ١ = ٠,٦١٠٥١

القيمة الحالية = ٢٠٠٠٠٠٠٠ × (١+ع)^-هـ^ + ٨٠٠٠٠٠ × هـ/ع $\overline{\infty|}$ ع٪ −

= ٢٠٠٠٠٠٠٠ (١,١٠)^-٥^ + ٨٠٠٠٠٠ × ع $\overline{\infty|}$ ع٪ − × (١+ع)^-هـ^

= ١٢٤١٨٤٢٦ + ٨٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{\bar{ع}}$ (١,١٠)^-٥^

= ١٢٤١٨٤٢٦ + ٨٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{٠,٦١٠٥١}$ (١,١٠)^-٥^

= ١٢٤١٨٤٢٦ + ٨١٣٦٤٣

= ١٣٢٣٢٠٦٩ .... (٤)

خامسا : الأدوية ومستلزمات التمريض:

مليون جنيه أول كل سنة دفعات دائمة فورية مؤجلة هـ = ٥

القيمة الحالية = ١٠٠٠٠٠٠ × هـ/عً $\overline{\infty|}$ ع٪

= ١٠٠٠٠٠٠ × عً $\overline{\infty|}$ ع٪ × (١+ع)^-هـ^

= ١٠٠٠٠٠٠ × ($\frac{١}{ع}$ +١) × (١+ع)^-هـ^

= ١٠٠٠٠٠٠ ($\frac{١}{٠,١٠}$ + ١) (١,١٠)^-٥^

= ٦٨٣٠١٣٥ .... (٥)

سادساً : أجور الأطباء :

٤٠٠٠٠٠ آخر كل سنة دفعات دائمة عادية مؤجلة ٥ سنوات

القيمة الحالية $= ٤٠٠٠٠٠ \times {}_{٥/}a_{\overline{\infty}|١٠\%}$

$= ٤٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٠} \times (١,١٠)^{-٥}$

$= ٤٠٠٠٠٠ \times ١٠ \times ٠,٦٢٠٩٢١$

$= ٢٤٨٣٦٨٥$ .... (٦)

سابعا : مكافآت مجلس الإدارة :

٥٠٠٠٠ أول كل ٣ شهور دفعات دائمة فورية اقل من سنة (م = ٤) مؤجلة هـ = ٥

$\overline{ع} = (١,١٠)^{\frac{١}{٤}} - ١ = ٠,٠٢٤١١$

القيمة الحالية $= ٥٠٠٠٠ \times ٥ \times \ddot{a}_{\overline{\infty}|ع\%}$ -

$= ٥٠٠٠٠ \times (\frac{١}{\overline{ع}} + ١) \times (١+ع)^{-هـ}$

$= ٥٠٠٠٠ (\frac{١}{٠,٠٢٤١١} + ١)(١,١٠)^{-٥}$

$= ٥٠٠٠٠ \times ٤٢,٤٧٦٥٦٦ \times ٠,٦٢٠٩٢١$

$= ١٣١٨٧٣٠$ .... (٧)

ثامنا : التبرعات :

٢٠٠٠٠ جنيه سنوياً من الآن   دفعات دائمة فورية عاجلة

القيمة الحالية $= ٢٠٠٠٠ \times \ddot{a}_{\overline{\infty}|ع\%}$

$= ٢٠٠٠٠ \times (\frac{١}{ع} + ١)$

$= ٢٠٠٠٠ (\frac{١}{٠,١٠} + ١)$

$= ٢٠٠٠٠ \times ١١$

$= ٢٢٠٠٠٠$ **جنيه** .... (٨)

تاسعا : تكلفة الأبحاث العلمية :

١٠٠٠٠٠ كل ٥ سنوات   دفعات أكبر من سنة مؤجلة   هـ = ٥

$\bar{ع} = (١,١٠)^{٥} - ١ = ٠,٦١٠٥١$

القيمة الحالية $= ١٠٠٠٠٠ \times {}_{٥/}a_{\overline{\infty}|ع\%}$

$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{\bar{ع}} \times (١+ع)^{-هـ}$

$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٦١٠٥١} (١,١٠)^{-٥}$

$= ١٠١٧٠٥$ .... (٩)

المبلغ اللازم=١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ = ٣٠٨٦٠١٧٣ جنيه

أمثلة عامة للربط بين الموضوعات السابقة

مثال (١): مجمع تجـــارى يعطى إيراداً سنويا قدره ٥٠٠٠٠ جنيه آخر كـــل سنة، قدر الخبراء عمره الافتراضى ٢٥ ســـنة تقـــدر قيمـــة الأرض والأنقاض بمبلغ مليون جنيه. ويحتاج المجمع إلى صيانة دوريـــة أول كل سنة بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه كما يحتاج إلى ترميمات سنوية آخر كل سنة ابتداء من السنة السادسة قدرها ٥٠٠٠ جنيه. احسب ثمن شـــراء هذا المجمع إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنويا .

الحـــل

المجمع يمثل لمشتريه مصدر للإيراد وهو يمثل الإيراد السنوى لـــه بالإضافة إلى قيمة الأرض والأنقاض وفى نفس الوقـــت تعتبـــر مـــصاريف الصيانة والترميمات عبء يتحمله المشترى وبالتالى يخصم من الإيراد الذى يعود عليه

ثمن شراء المجمع = القيمة الحالية للإيرادات - القيمة الحالية للمصروفات

- القيمة الحالية للإيرادات:
  - **الإيراد السنوى**: دفعة مؤقتة عاجلة عادية
  - **قيمة الأرض والأنقاض**: مبلغ واحد
- القيمة الحالية للمصروفات:
  - **صيانة دورية**: دفعة مؤقتة عاجلة فورية
  - **ترميمات سنوية**: دفعة مؤقتة مؤجلة عادية

ثمن شراء المجمع $= [\,٥٠٠٠٠ \times a_{\overline{٢٥|}١٢\%} + ١٠٠٠٠٠٠ \times (١+ع)^{-ن}\,]$

$- [\,١٥٠٠٠ \times \ddot{a}_{\overline{٢٥|}١٢\%} + ٥٠٠٠ \times ع^{/٥} \, a_{\overline{٢٠|}١٢\%}\,]$

$= [\,٥٠٠٠٠ \times \dfrac{١ - (١,١٢)^{-٢٥}}{٠,١٢} + ١٠٠٠٠٠٠ \; (١,١٢)^{-٢٥}\,]$

$$- \left[١٥٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١٢)^{-٢٥}}{٠,١٢} (١,١٢) + ٥٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١٢)^{-٢٠}}{٠,١٢} (١,١٢)^{-٥} \right]$$

$$= [٥٠٠٠٠ \times ٧,٨٤٣١٣٩ + ١٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٥٨٨٢٣٣]$$

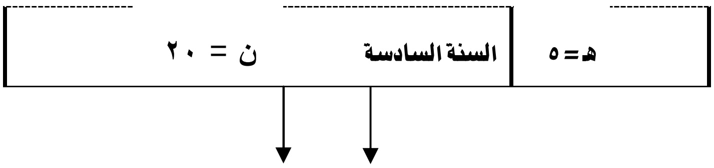
$$- \quad [١٥٠٠٠ \times ٨,٧٨٤٣١٦ + ٥٠٠٠ \times ٤,٢٣٨٣٦٢٩]$$

$$= [٣٩٢١٥٦,٩٥٦ + ٥٨٨٢٣,٣] - [١٣١٧٦٤,٧٤ + ٢١١٩١,٨١]$$

$$= ٤٥٠٩٨٠,٢٥ - ١٥٢٩٥٦,٥٥٣$$

= ٢٩٨٠٢٣,٧٠ **جنيه**

ملحوظة: الترميمات السنوية تسدد آخر كل سنة ابتداء من السنة السادسة أى بعد فترة تأجيل هـ = ٥ سنوات من أصل ٢٥ سنة أى أن الدفعات مؤقتة لمدة ٢٠ سنة مؤجلة ٥ سنوات .



مثال (٢): فى ١٩٧٠/١/١ كان أحد الأشخاص مديناً بالمبالغ التالية :

٢٠٠٠٠ جنيه يستحق بعد ١٠ سنوات .

٣٠٠٠٠ جنيه يستحق بعد ١٧ سنة

٤٠٠٠٠ جنيه يستحق بعد ٢٣ سنة

وفى ١٩٧٥/١/١ أراد هذا الشخص استبدال هذه الديون بـ ٢٠ قسط سنوى يدفع أولها فى ١٩٧٥/١٢/٣١. احسب قيمة القسط السنوى إذا كان معدل الفائدة المركبة ٨% سنوياً.

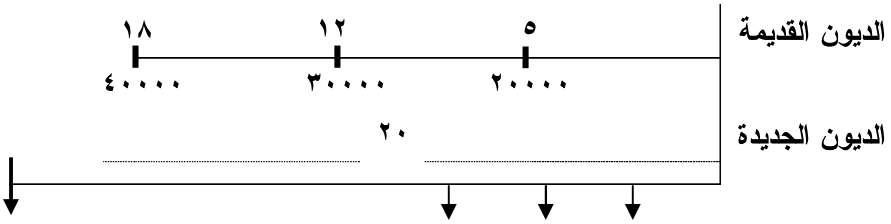
الحــل

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة   فى ١٩٧٥/١/١

٣ مبالغ   دفعة عادية مؤقتة ٢٠ سنة

مدد الديون القديمة محسوبة من ١٩٧٠/١/١

حيث أن تاريخ التسوية ١٩٧٥/١/١، أى بعد ٥ سنوات يخصم ٥ سنوات من مدد الديون القديمة



٢٠٠٠٠ ×(١+٠,٠٨)$^{-٥}$+ ٣٠٠٠٠ × (١+٠,٠٨)$^{-١٢}$

+ ٤٠٠٠٠ ×(١+٠,٠٨)$^{-١٨}$ = القسط السنوى× ع ٢٠⌉ ٨%

٢٠٠٠٠× (١,٠٨)$^{-٥}$ + ٣٠٠٠٠ × (١,٠٨)$^{-١٢}$ + ٤٠٠٠٠ × (١,٠٨)$^{-١٨}$=

= القسط السنوى × $\frac{١ - (١,٠٨)^{-٢٠}}{٠,٠٨}$

= ١٣٦١١,٦٦ + ١١٩١٣,٤٢ + ١٠٠٠٩,٩٦ = القسط السنوى × ٩,٨١٨١٤٧

٣٥٥٣٥,٠٤ = القسط السنوى × ٩,٨١٨١٤٧

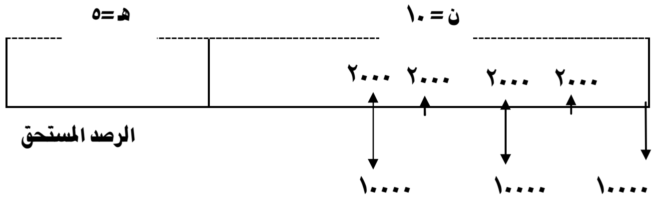
∴ القسط السنوى = $\frac{٣٥٥٣٥,٠٤}{٩,٨١٨١٤٧}$ = ٣٦١٩,٣٢ جنيه

مثال (٣) : شخص كان يودع مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة ولمدة ١٠ سنوات وكان يسحب مبلغ ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور من نفس المدة. احسب الرصيد المتبقى له فى نهاية ١٥ سنة إذا كانت الفوائد

تحسب على الإيداعات بمعدل ١٢% سنوياً وعلى المسحوبات بمعدل ٦,٧٧٥% عن نصف السنة .

الحـل

الرصيد المتبقى فى نهاية ١٥ سنة = جملة الإيداعات - جملة المسحوبات



الايداعات:عبارة عن دفعات سنوية مؤقتة ن=١٠ فورية مؤجلة هـ = ٥ ع = ١٢%

جملة الايداعات = المبلغ السنوى × $\ddot{ح}_{\overline{ن|}ع\%}$ /هـ

= ١٠٠٠٠ × $\ddot{ح}_{\overline{ن|}ع\%}$ (١+ع)^{هـ}

= ١٠٠٠٠ × $\ddot{ح}_{\overline{١٠|}١٢\%}$ (١+٠,١٢)^{٥}

= ١٠٠٠٠ × $\frac{(١,١٢)^{١٠} - ١}{٠,١٢}$ (١,١٢) (١,١٢)^{٥}

= ١٠٠٠٠ × ١٩,٦٥٤٥٨٣ × ١,٧٦٢٣٤٢

= ٣٤٦٣٨٠,٩٧ جنيه

المسحوبات عبارة عن دفعات مؤقتة عادية نصف سنوية

هـ = ٥ ع` = ٦,٧٧٥%

ن` = ١٠ × ٢ = ٢٠ $\bar{هـ}$ = ٥ × ٢ = ١٠

جملة المسحوبات = ٢٠٠٠ × ح$_{\overline{\bar{ن}|}ع\%}$/$\bar{هـ}$

$$= ٢٠٠٠ \times ح_{\overline{٢٠}|٦,٧٧٥\%} \; (١,٠٦٧٧٥)^{١٠}$$

$$= ٢٠٠٠ \times \frac{(١,٠٦٧٧٥)^{٢٠} - ١}{٠,٠٦٧٧٥} (١,٠٦٧٧٥)^{١٠}$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٤٠,٠٠٢٢٣١ \times ١,٩٢٦١١٧٥$$

$$= ١٥٤١٠٢,٦٢$$

\ **الرصيد المستحق في نهاية ١٥ سنة = (١) - (٢)**

= ٣٤٦٣٠,٩٧ – ١٥٤١٠٢,٦٢

= ١٩٢٢٧٨,٣٥ جنيه

مثال (٤) : اشترى شخص شقة تمليك وكانت شروط البيع كما يلى :

(١) سداد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه مقدم عند كتابة العقد .

(٢) سداد قسط ربع سنوى قدره ٢٥٠٠ جنيه ولمدة ٥ سنوات .

(٣) سداد مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه عند استلام الشقة بعد ٥ سنوات .

(٤) سداد قسط شهرى قدره ٣٠٠ جنيه ولمدة ١٥ سنة بعد استلام الشقة .

إحسب ثمن الشقة اليوم إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٢% سنوياً

الحل

ثمن شراء الشقة = القيمة الحالية لكافة المبالغ المدفوعة

١- مقدم الثمن ٢٠٠٠٠ مبلغ واحد يدفع عند التعاقد:

∴ قيمته الحالية = ٢٠٠٠٠ جنيه .... (١)

٢- قسط ربع سنوى قدره ٢٥٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات .

دفعات مؤقتة عادية ربع سنوية (م = ٤) لمدة ٥ سنوات ∴ $\overline{ن}$ = ٥×٤ = ٢٠

نحول ع إلى ع` = (١,١٢)$^{\frac{١}{٤}}$ - ١ = ١,٠٢٨٧ - ١

ع` = ٠,٠٢٨٧ = ٢,٨٧%

القيمة الحالية = مبلغ الدفعة × عـ $_{\overline{ن}|ع\%}$

= ٢٥٠٠ × عـ $_{\overline{٢٠}|٢,٨٧\%}$

= ٢٥٠٠ × $\frac{١ - (١,٠٢٨٧)^{-٢٠}}{٠,٠٢٨٧}$

= ٢٥٠٠ × ١٥,٠٥٧٨٧٥

= ٣٧٦٤٤,٦٩ **جنيه** .... (٢)

٣- مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه عند الاستلام مبلغ واحد يدفع فى نهاية ٥ سنوات

∴ **القيمة الحالية** = ١٥٠٠٠ × (١+ع)$^{-ن}$

= ١٥٠٠٠ × (١+٠,١٢)$^{-٥}$

= ١٥٠٠٠ × (١,١٢)$^{-٥}$

= ١٥٠٠٠ × ٠,٥٦٧٤٢٧

= ٨٥١١,٤ **جنيه** .... (٣)

٤- قسط شهرى قدره ٣٠٠ جنيه لمدة ١٥ سنة بعد استلام الشقة

دفعات شهرية (م = ١٢) مؤقتة ١٥ سنة ($\overline{ن}$ = ١٥ × ١٢ = ١٨٠)

مؤجلة هـ = ٥ سنوات

نحول ع إلى ع` = $(١,١٢)^{\frac{١}{١٢}}$ - ١ = ١,٠٠٩٥ - ١

ع` = ٠,٠٠٩٥ = ٠,٩٥%

القيمة الحالية = مبلغ الدفعة × هـ/ عـ $_{\overline{ن|}ع\%}$

= ٣٠٠ × عـ $_{\overline{ن|}ع\%}$ × $(١+ ع)^{-هـ}$

= ٣٠٠ × عـ $_{\overline{١٨٠|}٠,٠٠٩٥\%}$ $(١+٠,١٢)^{-٥}$

= ٣٠٠ × $\frac{١ - (١,٠٠٩٥)^{-٢٠٠}}{٠,٠٠٩٥}$ $(١,١٢)^{-٥}$

= ٣٠٠ × ١٨,١٣٦٧٣ × ٠,٥٦٧٤٢٧

= ٣٠٨٧,٣٨ جنيه .... (٤)

ثمن الشقة النقدى = (١) + (٢) + (٣) + (٤)

= ٢٠٠٠٠ + ٣٧٦٤٤,٦٩ + ٨٥١١,٤ + ٣٠٨٧,٣٨

= ٦٩٢٤٣,٤٧ جنيه تقريباً

مثال (٥) : أودع شخص فى بنك مبلغ ١٠٠ جنيه آخر كل شهر ولمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٨% سنويا وبعد ١٥ سنة قام بسحب جملة المستحق له ودفعه مقدم ثمن شراء قطعة أرض إيرادها الربع سنوى ٢٥٠٠ وحرر بالباقى كمبيالتين القيمة الاسمية للأولى ثلث القيمة الاسمية للثانية وتستحق الكمبيالتين بعد ٦ ، ٨ سنوات على الترتيب وذلك على أساس معدل فائدة مركبة ١٠% سنويا . وفى تاريخ استحقاق الكمبيالة الأولى اتفق المدين مع الدائن على جدولة هاتين الكمبيالتين بالطريقة التالية :

١- سداد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه نقدا .

٢- سداد الباقى على أقساط ثلث سنوية متساوية لمدة ٥ سنوات يستحق أولها بعد شهرين من الاتفاق فوافق الدائن على أن تحسب الفوائد بمعدل ١٢% سنوياً. احسب قيمة القسط الثلث سنوى .

الحل

من الأفضل أن يتم حل هذا المثال على أجزاء منفصلة

*** حساب جملة الايداعات**

دفعات شهرية (م = ١٢) مؤقتة ١٠ سنة ($\bar{ن}$ = ١٠ × ١٢ = ١٢٠)

مؤجلة هـ = ٥ سنوات

نحول ع إلى ع` = $(١,٠٨)^{\frac{١}{١٢}}$ - ١ = ١,٠٠٦٤ – ١ = ٠,٠٠٦٤ = ٠,٦٤%

جملة الدفعات = **مبلغ الدفعة × جـ** $_{\overline{ن}|ع\%}$ / **هـ**

= ١٠٠ × جـ $_{\overline{ن}|ع\%}$ × $(١ + ع)^{هـ}$

= ١٠٠ × جـ $_{\overline{١٢٠}|٠,٠٠٦٤\%}$ $(١ + ٠,٠٨)^{٥}$

$$= ١٠٠ \times \frac{(١,٠٠٦٤)^{١٢٠} - ١}{٠,٠٠٦٤} \times ١,٤٦٩٣٢٨$$

= ١٠٠ × ١٧٩,٧١٦٠٥ × ١,٤٦٩٣٢٨

= ٢٦٤٠٦,١٨ **جنيه** ⟵ **مقدم ثمن شراء الأرض**

*** حساب القيمة الاسمية للكمبيالتين :**

ثمن شراء الأرض = مقدم الثمن + القيمة الحالية للكمبيالتين

إيراد الأرض دفعات ربع سنوية (م = ٤) دائمة نحول ع إلى $\bar{ع}$ = $(١,١٠)^{\frac{١}{٤}}$ - ١

$\bar{ع}$ = ١,٠٢٤١ –١ = ٠,٠٢٤١ = ٢,٤١%

الإيراد الربع السنوى× $a_{\overline{\infty}|ع٪}$ =٢٦٤٠٦,١٨ +س×$(١,١٠)^{-٦}$+٣س ×$(١,١٠)^{-٨}$

٢٥٠٠× $\frac{١}{\bar{ع}}$ =٢٦٤٠٦,١٨ + س × ٠,٥٦٤٤٧٤ + ٣ س ×٠,٤٦٦٥٠٧

٢٥٠٠ × $\frac{١}{٠,٠٢٤١}$ =٢٦٤٠٦,١٨ + ٠,٥٦٤٤٧٤ س + ١,٣٩٩٥٢١ س

= ٢٦٤٠٦,١٨ + ١,٩٦٣٩٩٥ س

١٠٣٧٣٤,٤٤ - ٢٦٤٠٦,١٨ = ١,٩٦٣٩٩٥ س

٧٧٣٢٨,٢٦ = ١,٩٦٣٩٩٥ س

س = $\frac{٧٧٣٢٨,٢٦}{١,٩٦٣٩٩٥}$ = ٣٩٣٧٣ تقريباً

∴ القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى (س) = ٣٩٣٧٣ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية (٣س) = ١١٨١١٩ جنيه

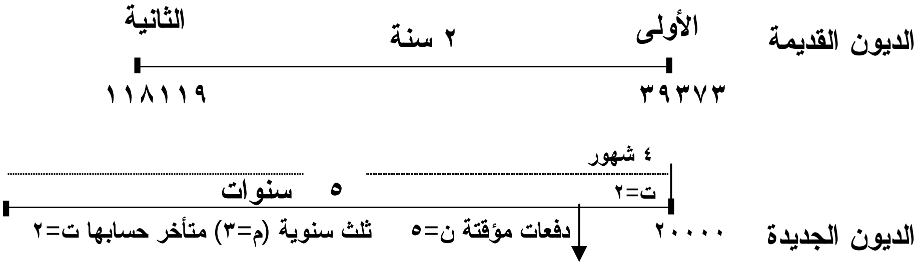
* تسوية الديون :

الديون القديمة: كمبيالتين الأولى تستحق فى تاريخ التسوية والثانية تستحق بعد سنتين من تاريخ التسوية

الديون الجديدة: دفعات ثلث سنوية (م = ٣) مؤقتة ٥ سنوات ($\bar{ن}$ = ٥ × ٣ = ١٥)

متأخر حسابها ت = ٢ ز = ٤

نحول ع إلى $\bar{ع}$ = $(١,١٢)^{\frac{١}{٣}}$ - ١ = ١,٠٣٨٥ –١ = ٠,٠٣٨٥= ٣,٨٥%



القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

$$٣٩٣٧٣+١١٨١١٩\times(١+٠,١٢)^{-٢} = ٢٠٠٠٠ + \text{القسط الثلث سنوى}\times \text{عـ}_{\overline{ن}|ع\%}\ \ \frac{ت}{ز}$$

$$٣٩٣٧٣ + ١١٨١١٩\ (١,١٢)^{-٢} = ٢٠٠٠٠+ ط \times \text{عـ}_{\overline{ن}|ع\%}\ \left(١ + \bar{ع} \times \frac{ت}{ز}\right)$$

$$٣٩٣٧٣+١١٨١١٩\times٠,٧٩٧١٩٤=٢٠٠٠٠+ط\times \text{عـ}_{\overline{١٥}|٣.٨٥\%}\left(١ +٠,٠٣٨٥\times\frac{٢}{٤}\right)$$

$$٣٩٣٧٣ + ٩٤١٦٣,٧٦ - ٢٠٠٠٠ = ط \times \frac{١ - (١,٠٣٨٥)^{-١٥}}{٠,٠٣٨٥} \times ١,٠١٩٢٥$$

$$١١٣٥٣٦,٧٦ = ط \times ١١,٢٣٥٩١٧ \times ١,٠١٩٢٥$$

$$١١٣٥٣٦,٧٦ = ط \times ١١,٤٥٢٢٠٩$$

∴ ط (القسط الثلث سنوى) $= \frac{١١٣٥٣٦,٧٦}{١١,٤٥٢٢٠٩} =$ **٩٩١٤ جنيه تقريباً**

مثال (٦) : شخص يدخر ١٠% من مرتبه الشهرى لمدة ١٥ سنة فى أحد البنوك فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة كان ١٠% خلال العشر سنوات الأولى ثم أصبح ١٢% بعد ذلك وأن المرتب الشهرى لهذا الشخص كان ٣٠٠ جنيه خلال الثمانى سنوات الأولى ثم أصبح ٤٠٠ جنيه بعد ذلك . احسب المستحق له فى نهاية المدة وذلك بفرض:

١- أن الإيداع تم آخر كل شهر .

٢- أن الإيداع تم أول كل شهر .

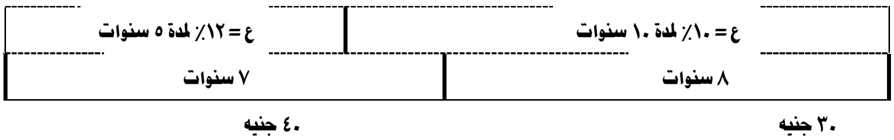
الحـل

المرتب الشهرى ٣٠٠ جنيه المبلغ المدخر شهريا ٣٠ جنيه

دفعات شهرية (م = ١٢) لمدة ٨ سنوات (ن̄ = ٨ × ١٢ = ٩٦)

المرتب الشهرى ٤٠٠ جنيه المبلغ المدخر شهريا ٤٠ جنيه

دفعات شهرية (م = ١٢) لمدة ٧ سنوات (ن̄ = ٧ × ١٢ = ٨٤)



١- الإيداع آخر كل شهر :

الدفعات الأولى: مبلغها الشهرى ٣٠ جنيه لمدة ٨ سنوات (٩٦ شهر) بمعدل ع

=١٠% يحول إلى ع̄ = (١,١٠)$^{١/١٢}$-١ = ١,٠٠٧٩٧ - ١= ٠,٠٠٨ = ٠,٨% تقريباً

مؤجلة هــ = ٧ سنوات منها سنتين بمعدل ١٠% ، ٥ سنوات بمعدل ١٢%

جملة الدفعات الأولى = ٣٠ × جـ ن̄⌉ع٪ /هـ

= ٣٠ × جـ ٩٦⌉٠.٨٪ (١+٠,١٠)^{٢}(١+٠,١٢)^{٥}

= ٣٠ × ١٤٣,٦٠٩٣٣ × ١,٢١ × ١,٧٦٢٣٤٢

= ٩١٨٧,١٢ جنيه .... (١)

الدفعات الثانية: مبلغها الشهرى ٤٠ جنيه لمدة ٧ سنوات (٨٤ شهر) ولكن لأن المعدل يتغير من ١٠% إلى ١٢% خلال تلك المدة فيتم تقسيمها إلى دفعتين الأولى لمدة سنتين (٢٤ شهر) وبمعدل ع̄ = ٠,٨% مؤجلة ٥ سـنوات بمعـدل ١٢% والثانيـة لمـدة ٥

سنوات (٦٠ شهر) وبمعدل $\overline{ع}$ = $(١,١٢)^{\frac{١}{١٢}} - ١$

= ١,٠٠٩٥ - ١ = ٠,٠٠٩٥= ٠,٩٥%

جملة الدفعات الثانية = ٤٠ × $جـ_{\overline{٢٤|}٠,٨\%}$ $(١+٠,١٢)^{٥}$ + ٤٠ × $جـ_{\overline{٦٠|}٠,٩٥\%}$

= ٤٠× $\frac{(١,٠٠٨)^{٢٤} - ١}{٠,٠٠٨}$ × ١,٧٦٢٣٤٢ + ٤٠ × $\frac{(١,٠٠٩٥)^{٦٠} - ١}{٠,٠٠٩٥}$

= ٤٠ × ٢٦,٣٤٣١٥٥× ١,٧٦٢٣٤٢ + ٤٠ × ٨٠,٣٧٠١٠٢

= ١٨٥٧,٠٣ + ٣٢١٤,٠٨

= ٥٠٧١,١١ .... (٢)

∴ جملة الدفعات العادية = (١) + (٢)

= ٩١٨٧,١٢ + ٥٠٧١,١١

= ١٤٢٥٨,٢٣ جنيه

٢- الإيداع أول كل شهر: دفعات فورية

جملة الدفعات الأولى=٣٠× $\ddot{جـ}_{\overline{٩٦|}٠,٨\%}$ $(١+٠,١٠)^{٢}$ $(١+٠,١٢)^{٥}$

= ٣٠ × $\frac{(١,٠٠٨)^{٩٦} - ١}{٠,٠٠٨}$ (١,٠٠٨) × ١,٢١ × ١,٧٦٢٣٤٢

= ٣٠ × ١٤٤,٧٥٨٢٠٦ × ١,٢١ × ١,٧٦٢٣٤٢

= ٩٢٦٠,٦٢ جنيه .... (١)

جملة الدفعات الثانية=٤٠× $\ddot{جـ}_{\overline{٢٤|}٠,٨\%}$ $(١+٠,١٢)^{٥}$ + ٤٠ × $\ddot{جـ}_{\overline{٦٠|}٠,٩٥\%}$

= ٤٠ × $\frac{(١,٠٠٨)^{٢٤} - ١}{٠,٠٠٨}$ (١,٠٠٨) × ١,٧٦٢٣٤٢

+ ٤٠ × $\frac{(١,٠٠٩٥)^{٦٠} - ١}{٠,٠٠٩٥}$ (١,٠٠٩٥))

= ٤٠ × ٤٦,٧٩٧٠٥٤ +٤٠ × ٨١,١٣٣٦٢

= ١٨٧١,٨٨ + ٣٢٤٥,٣٤

= ٥١١٧,٢٢ جنيه .... (٢)

جملة الدفعات الفورية = (١) + (٢)

= ٩٢٦٠,٦٢+ ٥١١٧,٢٢

= ١٤٣٧٧,٨٤ جنيه

مثال (٧): شخص كان يودع فى أحد البنوك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة ولمدة ١٠ سنوات وكان يسحب مبلغ ٢٠٠٠ جنيه آخر كل سنة خلال نفس المدة وفى نهاية ١٥ سنة سحب جملة المستحق له واشترى به قطعة أرض زراعية تعطى عائداً آخر كل سنة قدره ٣٠٠٠٠ جنيه. احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم فى حساب ثمن الأرض وذلك فى الحالات التالية :

١- البنك يحسب فوائد مركبة بمعدل ٨% سنوياً.

٢- البنك يحسب فوائد مركبة بمعدل ٨% سنويا خلال العشر سنوات الأولى ثم ١٠% سنوياً بعد ذلك .

٣- البنك يحسب فوائد مركبة بمعدل ٨% سنويا خلال الخمس سنوات الأولى ثم ١٠% سنوياً خلال الخمس سنوات التالية ثم ١٢% سنويا خلال الخمس سنوات الأخيرة .

الحل

ثمن شراء الأرض = جملة الايداعات - جملة المسحوبات

ثمن شراء الأرض	جملة الايداعات	جملة المسحوبات
↓	↓	↓
دفعات دائمة عادية	دفعات فورية مؤقتة ن=١٠ مؤجلة هـ = ٥	دفعات عادية مؤقتة ن=١٠ مؤجلة هـ = ٥

١ - معدل الفائدة المركبة ٨%

الإيراد السنوى× $ع_{\overline{\infty}|ع\%}$ =المبلغ السنوى× $\ddot{ح}_{\overline{ن}|ع\%}$ /هـ - المبلغ السنوى× $ح_{\overline{ن}|ع\%}$ /هـ

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ١٠٠٠٠ \times \ddot{ح}_{\overline{١٠}|٨\%}(١+٠,٠٨)^{٥} - ٢٠٠٠ \times ح_{\overline{١٠}|٨\%}(١+٠,٠٨)^{٥}$$

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ١٠٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{١٠} - ١}{٠,٠٨} (١,٠٨) \times ١,٤٦٩٣٢٨$$

$$- ٢٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{١٠} - ١}{٠,٠٨} \times ١,٤٦٩٣٢٨$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ١٥,٦٤٥٤٨٧ \times ١,٤٦٩٣٢٨ - ٢٠٠٠ \times ١٤,٤٨٦٥٦٢ \times ١,٤٦٩٣٢٨$$

$$= ٢٢٩٨٨٣,٥٣ - ٤٢٥٧١,٠٣$$

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ١٨٧٣١٢,٥$$

$$\therefore ع = \frac{٣٠٠٠٠}{١٨٧٣١٢,٥} = ١٦\% \text{ تقريباً}$$

٢ - معدل الفائدة ٨% خلال العشر سنوات الأولى ثم ١٠% بعد ذلك:

ثمن شراء الأرض = جملة الايداعات - جملة المسحوبات

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ١٠٠٠٠ \times \ddot{ح}_{\overline{١٠}|٨\%}(١+٠,١٠)^{٥} - ٢٠٠٠ \times ح_{\overline{١٠}|٨\%}(١+٠,١٠)^{٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{١٠} - ١}{٠,٠٨} (١,٠٨) \times ١,٦١٠٥١$$

$$- ٢٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{١٠} - ١}{٠,٠٨} \times ١,٦١٠٥١$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ١٥,٦٤٥٤٨٧ \times ١,٦١٠٥١ - ٤٦٦٦١,٥١$$

$$= ٢٥١٩٧٢,١٤ - ٤٦٦٦١,٥١$$

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ٢٠٥٣١٠,٦٣$$

$$\therefore\ ع = \frac{٣٠٠٠٠}{٢٠٥٣١٠,٦٣} = ١٤,٦\%$$

٣- المعدل ٨% خلال الخمس سنوات الأولى ثم ١٠% خلال الخمس سنوات التالية ثم ١٢% خلال الخمس سنوات الأخيرة .

نظرا لطول الحل وصعوبة كتابته معا نقوم بحساب جملة الإيداعات وجملة المسحوبات ثم حساب ثمن شراء الأرض كل على حدة

* الإيداعات :

٨%	١٠%	١٢%
٥	٥	٥
١٠٠٠٠ فورية	١٠٠٠٠ فورية	

نقسم الدفعات إلى قسمين: الأول دفعات لمدة ٥ سنوات بمعدل ٨% مؤجلة ٥ سنوات بمعدل ١٠% ثم ٥ سنوات بمعدل ١٢%، والقسم الثانى دفعات لمدة ٥ سنوات بمعدل ١٠% مؤجلة ٥ سنوات بمعدل ١٢%.

$$\text{جملة الإيداعات} = ١٠٠٠٠ \times \text{حـ}_{\overline{٥}|٨\%}\ (١+٠,١٠)^{٥}\ (١+٠,١٢)^{٥}$$

$$+\ ١٠٠٠٠ \times \text{حـ}_{\overline{٥}|١٠\%}\ (١+٠,١٢)^{٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{٥} - ١}{٠,٠٨}\ (١,٠٨) \times ١,٦١٠٥١ \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$+\ ١٠٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠}\ (١,١٠) \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٦,٣٣٥٩٢٩ \times ١,٦١٠٥١ \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$+\ ١٠٠٠٠ \times ٦,٧١٥٦١ \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$= ١٧٩٨٣٠,٧٣ + ١١٨٣٥٢,٠١$$

= ٢٩٨١٨٣,٧٤ جنيه

- **المسحوبات: تقسم أيضاً إلى قسمين كما سبق فى الإيرادات:**

%١٢	%١٠	%٨
٥	٥	٥
	٢٠٠٠ عادية	٢٠٠٠ عادية

$$\text{جملة المسحوبات} = ٢٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{٥} - ١}{٠,٠٨} (١+٠,١٠)^{٥} (١+٠,١٢)^{٥}$$

$$+ ٢٠٠٠ \times \frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠} (١+٠,١٢)^{٥}$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٥,٨٦٦٦ \times ١,٦١٠٥١ \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$+ ٢٠٠٠ \times ٦,١٠٥١ \times ١,٧٦٢٣٤٢$$

$$= ٣٣٣٠١,٩٨ + ٢١٥١٩,٦٥$$

= ٥٤٨٢١,٦٣ جنيه

ثمن شراء الأرض = جملة الايداعات - جملة المسحوبات

$$٣٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع} = ٢٩٨١٨٢,٧٤ - ٥٤٨٢١,٦٣$$

$$= ٢٤٣٣٦١,١١$$

$$\therefore ع = \frac{٣٠٠٠٠}{٢٤٣٣٦١,١١} = \%١٢,٣$$

تمارين

١- آلة يبلغ ثمنها ١٥٠٠٠٠ جنيه يقدر عمرها الافتراضى ١٥ سنة، تبـاع فى نهايتها كخردة بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه، كما أن التكلفة المتوقعة لإحلال آلة بديلة فى نهاية المدة تبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه، فـإذا علمـت أن معـدل الفائدة المركبة السائد فى السوق وقت الشراء ١٢% سنوياً احـسب مـا يلى:

ا- قسط الإهلاك السنوى المتساوى المستثمر.

٢- القيمة الدفترية للآلة فى نهاية السنة الخامسة.

٣- القيمة الدفترية للآلة فى بداية السنة العاشرة.

٢- احسب التكلفة الرأسمالية لآلة يبغ ثمن شراؤها ١٠٠٠٠٠ جنيه ويبلـغ عمرها الإنتاجى ٢٠ سنة تباع فى نهايتها كخردة بمبلغ ٨٠٠٠ جنيه إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٠% سنوياً.

٣- قررت محافظة أسوان إنشاء حديقة حيوان قدر الخبراء تكلفة إنـشاءها بمبلغ ١٠ مليون جنيه وتحتاج إلى تجديدات دورية قدرها نصف مليـون جنيه فى نهاية كل ٥ سنوات كما تحتاج إلى مصروفات صيانة دوريـة آخر كل سنة مقدارها ٤٠٠٠٠ جنيه، كما أن أجور العاملين بالحديقة من كافة التخصصات تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سـنة، حـدد الإيراد السنوى الذى يجب أن تحصل عليه المحافظة من جمهور الحديقة آخر كل سنة بحيث يكفى لتغطية جميع التكاليف المتعلقة بإنشاء الحديقة وتجديدها وصيانتها وإدارتها مضافاً إليها ١٥% كـربح للمحافظـة، إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٠% سنوياً.

٤- شخص كان يودع مبلغاً ما أول سنة فى أحد البنوك لمدة ٧ سنوات ثـم قام بإيداع ضعف هذا المبلغ أول كل سنة لمدة ٨ سنوات أخـرى وفـى نهاية ٢٠ سنة سحب جملة المستحق له واشترى به قطعة أرض تعطـى إيراداً سنوياً قدره ٥٠٠٠ جنيه ويستحق أول إيراد بعد ٣ شهور، فـإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة١٠% سنوياً، احسب قيمة المبلغ الذى كان يودع فى البنك خلال الفترتين.

٥- شخص يمتلك منزلا يعطى إيراداً سنوياً قدره ٤٠٠٠٠ جنيه آخر كـل سنة ويقدر الخبراء ضرورة هدمه فى نهاية ٢٠ سنة حيث تقـدر قيمـة الأرض والأنقاض بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه وهذا المنزل يحتاج إلى صيانة دورية أول كل سنة قدرها ١٠٠٠ جنيه كما أنه يحتاج إلـى ترميمـات سنوية آخر كل سنة ابتداء من آخر السنة الخامسة قدرها ٤٠٠٠ جنيـه، أراد هذا الشخص أن يبيع هذا المنزل ويـشترى بثمنـه قطعـة أرض زراعية مرهونة لمدة ٥ سنوات تعطى إيرادها بعد ذلك آخر كل سـنة، احسب قيمة الإيراد السنوى للأرض إذا كان معدل الفائدة المركبة١٠% سنوياً.

٦- أودع شخص فى بنك مبلغاً ما آخر كل سنة لمدة ٧ سنوات وضعف هذا المبلغ أول كل سنة لمدة العشر سنوات التالية، وفى نهاية ٢٠ سنة طلب من البنك أن يمول له تبرعاً سنوياً أول كل سنة لإحـدى المستـشفيات الخيرية، فإذا علمت أن مبلغ التبرع السنوى ١٠٠٠٠ جنيه وأن معـدل الفائدة المركبة كان ٨% خلال العشر سنوات ثم أصبح ١٠% بعد ذلك، احسب قيمة المبلغ الذى كان يودعه فى البنك.

٧- شخص يرغب فى إنشاء وتشغيل مستشفى خيرى ولقد قـدر الخبـراء التكاليف اللازمة لتمويل هذا العمل الخيرى بما يلى :

أولاً : الأرض التى تقام عليها المستشفى تم الاتفاق على سداد ثمنها كما يلى:

١- ربع مليون جنيه نقدا .

٢- سداد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه آخر كل سنة لمدة ٥ سنوات .

٣- سداد مبلغ نصف مليون جنيه بعد ٧ سنوات .

ثانياً : المبانى الخاصة بالمستشفى والتى تنتهى خلال ٥ سنوات تسدد تكلفتها كما يلى :

١- نصف مليون جنيه عند التعاقد مع مقاول البناء .

٢- سداد مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور طوال مدة البناء .

٣- سداد مبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه بعد انتهاء عملية البناء وعند استلام المبنى .

علماً بأن المبانى تحتاج إلى صيانة دورية كل ٧ سنوات تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه كما تحتاج إلى ترميمات كل ٢٠ سنة تقدر تكلفتها بمبلغ ربع مليون جنيه .

ثالثاً : الأثاث المطلوب للمستشفى يقدر بمبلغ ٥ مليون جنيه ويتم تجديد هذا الأثاث كل ١٥ سنة حيث تقدر قيمته كنفاية فى ذلك الوقت بمبلغ مليون جنيه .

رابعاً : بالنسبة للمعدات والأجهزة الطبية تقدر بمبلغ ٢٠ مليون جنيه تتقادم كل ٥ سنوات حيث يتم تجديدها بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ جنيه .

خامساً : تبلغ تكاليف شراء الأدوية ومستلزمات التمريض مبلغ مليون جنيه أول كل سنة .

سادساً : تقدر أجور الأطباء ومعاونيهم والعاملين بالمستشفى بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً .

سابعاً : مكافآت مجلس إدارة المستشفى تقدر بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه أول كل ٣ شهور .

ثامناً : تخصص تبرعات سنوية قدرها ٢٠٠٠٠ جنيه لمساعدة غير القادرين من طلبة كلية طب قصر العينى تصرف أول كل سنة من الآن .

تاسعاً : تقدر تكاليف الأبحاث العلمية التى تتولاها المستشفى بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه آخر كل ٥ سنوات.

المطلوب : تقدير المبلغ اللازم لإنشاء هذه المستشفى وتشغيلها علما بأن معدل الفائدة المركبة ١٠% سنوياً .

الفصل الثامن

طرق سداد القروض العادية

الفصل الثامن

طرق سداد القروض العادية

مقدمـــة

تحتاج المشروعات من آن لآخر إلى زيـــادة رأســمالها لمواجهـــة التوسعات المستقبلية، أو تطـــوير أدوات الإنتـــاج لـــديها بمـــا يحقـــق لهـــا الاستمرار فى المنافسة فى السوق وغالبا ما يـــتم تمويـــل هـــذه الأهـــداف من خلال القروض طويلة الأجل والتى تأخذ أحد الأشكال التالية :

١ - **القروض العادية** : وهى التى تحصل عليها المـــشروعات عـــادة مـــن البنوك أو المؤسسات المالية.

٢ - **إصدار الأسهم**: وهى وسيلة تلجأ إليهـــا المـــشروعات إذا كـــان حجـــم الاقتراض كبير وهناك صعوبة فى الحـــصول عليـــه مـــن البنـــوك، وحامل السهم يعتبر من أصحاب المشروع بمقدار مـــا يحملـــه مـــن أسهم، ويحق له حضور الجمعية العموميـــة، ويـــشارك فـــى أربـــاح المشروع، كما يتحمل الخسارة فى حالة تحققها.

ولا تفضل المشروعات اللجـــوء إلـــى إصـــدار الأســـهم وخاصـــة المشروعات التى تجمع أصـــحابها علاقـــات أســـرية، ولا يرغبـــون فـــى امتلاك غيرهم حصصا فى المشروع.

٣ - **إصدار السندات** : وحامل السند يحـــصل علـــى فائـــدة ســـنوية عـــادة ثابتة، ثم يحصل علـــى قيمـــة الـــسند فـــى نهايـــة مدتـــه (القيمـــة الاســـتهلاكية لـــسند) ولا يحـــق لـــه حـــضور جلـــسات الجمعيـــة العمومية، كما لا يتأثر بمقـــدار الـــربح أو الخـــسارة التـــى يحققهـــا المشروع.

ولما كانت القــروض العاديــة والقــروض الــسندية هــى أكثــر الطرق التى تلجأ إليها المشروعات فــى الاقتــراض مــن الغيــر فــسوف تقتصر دراستنا على هذين النوعين.

هناك عدة طرق لسداد القروض العادية :

أولاً : سداد القرض وفوائده فى نهاية المدة : أى سداد جملة القــرض وفقــا للقانون : جـــ = أ (١ + ع)^{ن}

وقد سبق التعرض لهذه الطريقة فى الفصل الأول.

ثانياً : سداد القرض فى نهاية مدة القرض مع سداد الفوائد المــستحقة علـــى فترات زمنية دورية خلال مدة القرض.

وقد تم دراسة هذه الطريقة فى الفائدة البسيطة ولما كانــت الفائـــدة البسيطة عن سنة = الفائدة المركبة عن سنة فإننا سنكتفى بما تم دراسته.

ثالثاً : سداد القرض على أقساط غير منتظمة ويقصد بعـــدم الانتظـــام أنهـــا أقساط غير متساوية فى القيمة كما أنها تسدد علـــى فتـــرات غيـــر متساوية.

وقد تم دراسة هذه الحالة فى الفصل الثالث عن دراسة تسوية الديون.

رابعاً : سداد الفوائد بصفة دورية منتظمة مع إنشاء صندوق لاستهلاك القرض يودع فيه مبالغ متساوية تكفى وفوائد استثمارها لسداد الدين فى نهاية المدة.

خامساً : سداد القرض وفوائده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً.

وسوف نكتفى بدراسة الطريقة الأخيرة لسداد القروض العادية.

١ - سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية فى حالة ثبات القسط وثبات المعدل.

وفى هذه الحالة يقوم المدين بسداد قيمة القرض والفوائد المستحقة عليه فى شكل أقساط سنوية متساوية يسدد القسط آخر كل سنة وعلى أساس معدل فائدة (ع) ثابت طوال مدة القرض. ويتكون القسط (ط) من جزئين :

الأول : مقابل سداد القرض نفسه ويسمى الاستهلاك (س).

الثانى : مقابل سداد فائدة القرض ويسمى الفائدة (ف).

أى أن : ط = س + ف

س = ط – ف

ف = ط – س

والقسط المتساوى عبارة عن دفعة عادية القيمة الحالية لها = أصل القرض (أ)

$$\text{ط} \times \text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \text{أ}$$

$$\text{ط} = \frac{\text{أ}}{\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$$

$$\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{\text{١} - (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}}{\text{ع}}$$

وبينما يكون القسط ثابتاً طوال مدة القرض إلا أن عنصريه (س،ف) غير ثابتين حيث نجد أن الفائدة (ف) تتناقص لتناقص الرصيد المتبقى على المدين كل فترة، بينما نجد الاستهلاك (س) يتزايد ليعوض هذا التناقص فى قيمة الفائدة.

ولما كانت الاستهلاكات هى الأجزاء من القسط المتساوى التى يسدد بها القرض الأصلى فإن جملة هذه الاستهلاكات على أساس أنها تمثل دفعات عادية مبلغها هو استهلاك السنة الأولى $س_1$ لابد أن تساوى أصل القرض (أ) أى أن :

$$س_1 \times جـ_{\overline{ن|}ع\%} = أ$$

$$س_1 = \frac{أ}{جـ_{\overline{ن|}ع\%}}$$

$$جـ_{\overline{ن|}ع\%} = \frac{(1 + ع)^{ن} - 1}{ع}$$

ويمكن حساب استهلاك السنة الأولى بطريقة أخرى :

نحسب أولا : فائدة السنة الأولى : $ف_1$ = أ × ع × ١

ثم نحسب استهلاك السنة الأولى : $س_1 = ط - ف_1$

ويمكن حساب استهلاك السنوات التالية كما يلى :

استهلاك السنة الثانية : $س_2 = س_1 (1 + ع)$

استهلاك السنة الثالثة : $س_3 = س_2 (1 + ع)$

$س_٣ = س_١ [(١ + ع) (١ + ع)]$

$= س_١ (١ + ع)^٢$

وهكذا يمكن حساب استهلاك أى سنة :

- إما بدلالة استهلاك السنة السابقة لها : $س_ر = س_{ر-١} (١ + ع)$
- أو بدلالة استهلاك السنة الأولى : $س_ر = س_١ (١ + ع)^{ر-١}$

فمثلا : $س_{١٠} = س_٩ (١ + ع)$ أو $س_{١٠} = س_١ (١ + ع)^٩$

وبعد حساب استهلاك السنوات يمكن حساب فائدة أى سنة من خلال العلاقة :

$ف = ط - س$

فمثلا : $ف_{١٠} = ط - س_{١٠}$

رصيد القرض فى بداية أى سنة = رصيد القرض فى نهاية السنة السابقة لها.

رصيد القرض فى نهاية أى سنة = أصل القرض – مجموع الاستهلاكات من أصل القرض حتى هذه السنة

$$= أ - \underset{١}{\overset{ر}{مجـ}} س$$

$$= أ - س_١ \times جـ_{\overline{ر|}}٤\%$$

فمثلا رصيد القرض فى نهاية السنة العاشرة

$$= أ - \sum_{1}^{10} س$$

$$= أ - س_1 \times جـ \overline{10|}ع٪$$

كما يمكن حساب الرصيد المتبقى من القرض فى نهاية أى سنة بطريقة أخرى، حيث انه = القيمة الحالية للأقساط المتبقية (غير المسددة).

$$\text{الرصيد فى نهاية السنة (ر)} = ط \times \overline{جـ}_{\overline{ن - ر|}} ع٪$$

فمثلا لو أن القرض يسدد على ١٥ قسط سنوى وكان مطلوباً حساب رصيد القرض فى نهاية السنة العاشرة فإنه = ط × جـ $\overline{5|}$ ع٪ الجداول المالية

ويتكون جدول استهلاك القرض من البيانات التالية :

السنة	الرصيد أول السنة	الفائدة	الاستهلاك	القسط المتساوى	مجموع الاستهلاكات	الرصيد آخر السنة
١	أ	$ف_1$	$س_1$	ط	$س_1$	$أ-س_1$
٢	$أ-س_1$	$ف_2$	$س_2$	ط	$س_1+س_2$	$أ-س_1-س_2$
٣	$أ-س_1-س_2$	$ف_3$	$س_3$	ط	$س_1+س_2+س_3$	$أ-س_1-س_2-س_3$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
ن	$س_ن$	$ف_ن$	$س_ن$	ط	أ	صفر

ملاحظات هامة :

١ - الرصيد فتى نهاية أى سنة = الرصيد فى بداية هذه السنة – استهلاك نفس السنة.

٢ - مجموع الاستهلاكات من السنة الأولى وحتى السنة الأخيرة = أصل القرض (أ)

٣ - الرصيد فى بداية السنة الأخيرة = استهلاك السنة الأخيرة.

٤ - الرصيد فى نهاية السنة الأخيرة = صفر.

مثال (١) : اقترضت إحدى الشركات من بنك مصر مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيــه لمدة ٥ سنوات على أساس معدل فائدة مركبة ١٥% سنويا واتفقت مع البنك على سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية يسدد القــسط آخر كل سنة. والمطلوب : حساب القسط السنوى المتساوى، وتصوير جدول استهلاك القرض.

الحـــل

$$ط = \frac{أ}{\bar{ع}_{\overline{ن|}}\ ع\%}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠٠}{\bar{ع}_{\overline{٥|}}\ ١٥\%}$$

$$\bar{ع}_{\overline{٥|}}\ ١٥\% = \frac{١ - (١,١٥)^{-٥}}{٠,١٥} = ٣,٣٥٢١٥٥$$

$$ط = \frac{١٠٠٠٠٠}{٣,٣٥٢١٥٥} = ٢٩٨٣١,٥٥$$

$ف_{١} = أ \times ع \times ١$

$= ١٠٠,٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times ١ = ١٥٠٠٠$ جنيه

$س_{١} = ط - ف_{١}$

$= ٢٩٨٣١,٥٥ - ١٥٠٠٠ = ١٤٨٣١,٥٥$ جنيه

*** الاستهلاكات :**

$س_{٢}$ = $س_{١}$ (١ + ع)

= ١٤٨٣١,٥٥ × ١,١٥ = ١٧٠٥٦,٢٨ جنيه

$س_{٣}$ = $س_{٢}$ (١ + ع)

= ١٧٠٥٦,٢٨ × ١,١٥ = ١٩٦١٤,٧٢ جنيه

$س_{٤}$ = $س_{٣}$ (١ + ع)

= ١٩٦١٤,٧٢ × ١,١٥ = ٢٢٥٥٦,٩٣ جنيه

$س_{٥}$ = $س_{٤}$ (١ + ع)

= ٢٢٥٥٦,٩٣ × ١,١٥ = ٢٥٩٤٠,٤٧ جنيه

*** الفوائد :**

$ف_{٢}$ = ط – $س_{٢}$

= ٢٩٨٣١,٥٥ – ١٧٠٥٦,٢٨ = ١٢٧٧٥,٢٧ جنيه

$ف_{٣}$ = ط – $س_{٣}$

= ٢٩٨٣١,٥٥ – ١٩٦١٤,٧٢ = ١٠٢١٦,٨٣ جنيه

$ف_{٤}$ = ط – $س_{٤}$

= ٢٩٨٣١,٥٥ - ٢٢٥٥٦,٩٣ = ٧٢٧٤,٦٢ جنيه

$ف_{٥}$ = ط – $س_{٥}$

٢٩٨٣١,٥٥ – ٢٥٩٤٠,٤٧ = ٣٨٩١,٠٨ جنيه

*** الرصيد فى نهاية أى سنة**

= الرصيد فى بداية نفس السنة – استهلاك السنة

الرصيد فى نهاية السنة الأولى

= ١٠٠٠٠٠ – ١٤٨٣١,٥٥ = ٨٥١٦٨,٤٥ جنيه

الرصيد فى نهاية السنة الثانية

= ٨٥٦٨,٤٥ – ١٧٠٥٦,٢٨ = ٦٨١١٢,١٧ جنيه

الرصيد فى نهاية السنة الثالثة

= ٦٨١١٢,١٧ – ١٩٦١٤,٧٢ = ٤٨٤٩٧,٤٥ جنيه

الرصيد فى نهاية السنة الرابعة

= ٤٨٤٩٧,٤٥ – ٢٢٥٥٦,٩٣ = ٢٥٩٤٠,٥٢ جنيه

الرصيد فى نهاية السنة الخامسة

= ٢٥٩٤٠,٥٢ – ٢٥٩٤٠,٤٧ = صفر تقريبا

*** مجموع الاستهلاكات :**

حتى السنة الأولى = $س_{١}$ = ١٤٨٣١,٥٥

حتى السنة الثانية = $\textbf{مجـ}_{١}^{٢}$ س = $س_{١}$ + $س_{٢}$

= ١٤٨٣١,٥٥ + ١٧٠٥٦,٢٨ = ٣١٨٨٧,٨٣ جنيه

حتى السنة الثالثة = $\textbf{مجـ}_{١}^{٣}$ س = $\textbf{مجـ}_{١}^{٢}$ س + $س_{٣}$

= ٣٢٨٨٧,٨٣ + ١٩٦١٤,٧٢ = ٥١٥٠٢,٥٥ جنيه

حتى السنة الرابعة = $\textbf{مجـ}_{١}^{٤}$ س = $\textbf{مجـ}_{١}^{٣}$ س + $س_{٤}$

= ٥١٥٠٢,٥٥ + ٢٢٥٥٦,٩٣ = ٧٤٠٥٩,٤٨ جنيه

حتى السنة الخامسة = $\sum_{1}^{5}$ س = $\sum_{1}^{4}$ س + س٥

= ٧٤٠٥٩,٤٨ + ٢٥٩٤٠,٤٧ = ١٠٠٠٠٠ جنيه تقريبا

جدول استهلاك القرض

السنة	الرصيد أول السنة	الفائدة	الاستهلاك	القسط المتساوى	مجموع الاستهلاكات	الرصيد آخر السنة
١	١٠٠٠٠٠	١٥٠٠٠	١٤٨٣١,٥٥	٢٩٨٣١,٥٥	١٤٨٣١,٥٥	٨٥١٦٨,٤٥
٢	٨٥١٦٨,٤٥	١٢٧٧٥,٢٧	١٧٠٥٦,٢٨	٢٩٨٣١,٥٥	٣١٨٨٧,٨٣	٦٨١١٢,١٧
٣	٦٨١١٢,١٧	١٠٢١٦,٨٢	١٩٦١٤,٧٢	٢٩٨٣١,٥٥	٥١٥٠٢,٥٥	٤٨٤٩٧,٤٥
٤	٤٨٤٩٧,٤٥	٧٢٧٤,٦٢	٢٢٥٥٦,٩٣	٢٩٨٣١,٥٥	٧٤٠٥٩,٤٨	٢٥٩٤٠,٥٢
٥	٢٥٩٤٠,٥٢	٣٨٩١,٠٨	٢٥٩٤٠,٤٧	٢٩٨٣١,٥٥	١٠٠٠٠٠	صفر

مثال (٢) : اقترضت إحدى الشركات من بنك النيل مبلغ ٥ مليون جنيه لمدة ١٠ سنوات واتفقت مع البنك على سداد القرض وفوائده على أقساط سنوية متساوية يسدد القسط آخر كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١٤% سنويا. إحسب العناصر التالية :

١- القسط السنوى المتساوى.

٢- الاستهلاك الثالث.

٣- فائدة السنة الخامسة.

٤- مكونات القسط السابع.

٥- رصيد القرض فى نهاية السنة الرابعة.

٦- رصيد القرض فى بداية السنة الثامنة

الحـــــل

١ - القسط السنوى المتساوى

$$\text{ط} = \frac{\text{أ}}{\text{ع}_{\overline{\text{ن}}|\,\text{ع}\%}}$$

$$= \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{\text{ع}_{\overline{١٠}|\,١٤\%}}$$

$$\text{ع}_{\overline{١٠}|\,١٤\%} = \frac{١ - (١,١٤)^{-١٠}}{٠,١٤} = ٥,٢١٦١١٦$$

$$ط = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{٥,٢١٦١١٦} = ٩٥٨٤٦٧,٥ \text{ جنيه}$$

$ف_{١} = أ × ع × ١$

$$= ٥٠٠٠٠٠٠ × \frac{١٤}{١٠٠} × ١ = ٧٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

$س_{١} = ط - ف_{١}$

$= ٩٥٨٥٦٧,٥ - ٧٠٠٠٠٠ = ٢٥٨٥٦٧,٥$ جنيه

٢ - الاستهلاك الثالث :

$س_{٣} = س_{١} (١ + ع)^{٢}$

$= ٢٥٨٥٦٧,٥ (١,١٤)^{٢}$

$= ٢٥٨٥٦٧,٥ × ١,٢٩٩٦ = ٣٣٦٠٣٤,٣٢$ جنيه

٣ - فائدة السنة الخامسة :

$ف_{٥} = ط - س_{٥}$

$= ٩٥٨٥٦٧,٥ - س_{١} (١ + ع)^{٤}$

$= ٩٥٨٥٦٧,٥ - ٢٥٨٥٦٧,٥ (١,١٤)^{٤}$

$= ٩٥٨٥٦٧,٥ - ٢٥٨٥٦٧,٥ × ١,٦٨٨٩٦٠٢$

$= ٩٥٨٥٦٧,٥ - ٤٣٦٧١٠,٢$

$ف_{٥} = ٥٢١٨٥٧,٣$ جنيه

٤ - مكونات القسط السابع : $س_٧$ ، $ف_٧$

$س_٧$ = $س_١$ $(١ + ع)^٦$

= ٢٥٨٥٦٧,٥ $(١,١٤)^٦$

= ٢٥٨٥٦٧,٥ × ٢,١٩٤٩٧٢٦

$س_٧$ = ٥٦٧٥٤٨,٥٨ جنيه

$ف_٧$ = ط – $س_٧$

= ٩٥٨٥٦٧,٥ – ٥٦٧٥٤٨,٥٨

$ف_٧$ = ٣٩١٠١٨,٩٢ جنيه

٥ - رصيد القرض فى نهاية السنة الرابعة :

= أ - $مجـ_{١}^{٤}$ س

= ٥٠٠٠٠٠٠ - $س_١$ × جـ $\overline{٤|}$ ١٤%

= ٥٠٠٠٠٠٠ – ٢٥٨٥٦٧,٥ × $\frac{(١,١٤)^٤ - ١}{٠,١٤}$

= ٥٠٠٠٠٠٠ – ٢٥٨٥٦٧,٥ × ٤,٩٢١١٤٤

= ٥٠٠٠٠٠٠ – ١٢٧٢٤٤٧,٩

= ٣٧٢٧٥٥٢,١ جنيه

٦- رصيد القرض فى بداية السنة الثامنة = رصيد القرض فى نهاية السنة السابعة

$$= أ - \text{مجـ}_{1}^{7} س$$

أو = القيمة الحالية للأقساط غير المسددة (٣ أقساط)

$$= ط \times عـ_{\overline{3}|}\ 14\%$$

= ٩٥٨٥٦٧,٥ × ٢,٣٢١٦٣٢

= ٢٢٢٥٤٤٠,٩٨

مثال (٣) : اقترضت شركة بلسم للكمبيوتر من بنك الدلتا مبلغا ما لمدة ٥ سنوات، فإذا علمت أن الاستهلاك الثالث = ٧٨٨١٧٦,٧٤٠. والاستهلاك الرابع = ٨٩٠٦٣٩,٧١٦. أحسب ما يلى :

معدل الفائدة الذى يستخدمه البنك – أصل القرض – القسط المتساوى.

الحـــل

$$س_{4} = س_{3}\ (1 + ع)$$

$$\frac{س_{4}}{س_{3}} = 1 + ع$$

$$\frac{890639{,}716}{788176{,}740} = 1 + ع$$

١,١٣ = ١ + ع

ع = ٠,١٣

∴ معدل الفائدة ع = ١٣%

أصل القرض (أ) = مجموع الاستهلاكات

$\text{أ} = \text{س}_{١} + \text{س}_{٢} + \text{س}_{٣} + \text{س}_{٤} + \text{س}_{٥}$

$\text{س}_{٥} = \text{س}_{٤}\ (\text{١} + \text{ع})$

= ٨٩٠٦٣٩,٧١٦ × ١,١٣

= ١٠٠٦٤٢٢,٨٧٩ جنيه

$\text{س}_{٣} = \text{س}_{٢}\ (\text{١} + \text{ع})$

$$\text{س}_{٢} = \frac{\text{س}_{٣}}{\text{١} + \text{ع}} = \frac{\text{٧٨٨١٧٦,٧٤}}{\text{١,١٣}} = \text{٦٩٧٥٠١,٥٤ جنيه}$$

$\text{س}_{٢} = \text{س}_{١}\ (\text{١} + \text{ع})$

$$\text{س}_{١} = \frac{\text{س}_{٢}}{\text{١} + \text{ع}} = \frac{\text{٦٩٧٥٠١,٥٤}}{\text{١,١٣}} = \text{٦١٧٢٥٧ جنيه}$$

$\text{أ} = \text{س}_{١} + \text{س}_{٢} + \text{س}_{٣} + \text{س}_{٤} + \text{س}_{٥}$ = ٤٠٠٠٠٠٠ جنيه تقريبا

القسط المتساوى $\text{ط} = \text{س}_{١} + \text{ف}_{١}$

$\text{ف}_{١} = \text{أ} \times \text{ع} \times \text{١}$

$$= \text{٤٠٠٠٠٠٠} \times \frac{\text{١٣}}{\text{١٠٠}} \times \text{١} = \text{٥٢٠٠٠٠ جنيه}$$

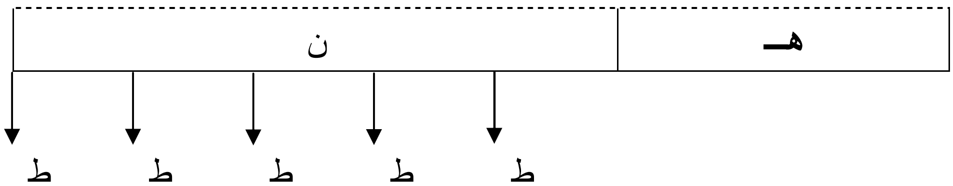
∴ ط = ٦١٧٢٥٧ + ٥٢٠٠٠٠ = ١١٣٧٢٥٧ جنيه

حالات خاصة لسداد الأقساط السنوية المتساوية من الأصل والفوائد معا

سداد الأقساط بعد فترة السماح — فترة تأجيل (هــ)

سداد أول قسط بعد فترة أقل من سنة — أقساط متأخر حسابها ($\frac{\text{ت}}{\text{ز}}$)

*** سداد الأقساط بعد فترة سماح (تأجيل) (هــ) من السنوات :**



ومعنى ذلك أن القرض = القيمة الحالية لدفعة عادية مبلغها (ط) وعددها (ن) مؤجلة (هــ)

$$\text{أ} = \text{ط} \times \text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times (1 + \text{ع})^{-\text{هـ}}$$

$$\text{ط} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} \times \frac{1}{(1 + \text{ع})^{-\text{هـ}}}$$

$$\text{ط} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{عـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} \times (1 + \text{ع})^{\text{هـ}}$$

وبالتالى يمكن وضع القانون الخاص بحساب القسط المتــساوى (ط) كما يلى :

$$ط = \frac{أ}{\text{عـ}_{\overline{ن|}}\ ع\%} \times (١ + ع)^{هـ}$$

كما يلاحظ انه لابد من حساب استهلاك السنة الأولى $س_{١}$ ثم نحسب فائدة السنة الأولى $ف_{١}$ من خلال العلاقة $ف_{١} = ط - س_{١}$.

$$س_{١} = \frac{أ}{\text{حـ}_{\overline{ن|}}\ ع\%}$$

ويرجع ذلك إلى أن التأجيل (**هـ**) سوف يؤدى إلى زيادة قيمة الفوائــد المضافة على أصل القرض وبالتالى لا تحسب الفوائد على أنها = الرصــيد أول السنة × ع × ١.

مثال (٤) : اقترض شخص مبلغ مليون جنيه من أحد البنوك لمدة ٢٠ ســنة وتعهد بسداد القرض وفوائده على أقساط سنوية متساوية آخر كــل سنة بعد فترة سماح ٥ سنوات وذلك بمعــدل فائــدة مركبــة ١٠% سنويا. والمطلوب حساب : القسط المتساوى – الاستهلاك السابع – الفائدة العاشرة – الرصيد فى نهاية السنة الثانية عشر.

الحـــــل

$$ط = \frac{أ}{\text{عـ}_{\overline{ن|}}\ ع\%} \times (١ + ع)^{هـ} \quad هـ = ٥ \quad ن = ١٥$$

$$= \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\text{ع}_{\overline{\text{١٥}}|\text{١٠}\%}} \; (\text{١,١٠})^{\text{٥}}$$

$$= \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\frac{\text{١} - (\text{١,١٠})^{-\text{١٥}}}{\text{٠,١٠}}} \times \text{١,٦١٠٥١}$$

$$= \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\text{٧,٦٠٦٠٧٩}} \times \text{١,٦١٠٥١}$$

ط = ٢١١٧٣٩,٨٥ جنيه

$$\text{س}_{\text{١}} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} = \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\text{حـ}_{\overline{\text{١٥}}|\text{١٠}\%}} = \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\frac{(\text{١,١٠})^{\text{١٥}} - \text{١}}{\text{٠,١٠}}}$$

$$\text{س}_{\text{١}} = \frac{\text{١٠٠٠٠٠٠}}{\text{٣١,٧٧٢٤٨١٧}} = \text{٣١٤٧٣,٧٨}$$

الاستهلاك السابع : ($\text{س}_{\text{٧}}$)

$\text{س}_{\text{٧}} = \text{س}_{\text{١}} (\text{١} + \text{ع})^{\text{٦}}$

$= \text{٣١٤٧٣,٧٨} (\text{١} + \text{٠,١٠})^{\text{٦}}$

$= \text{٣١٤٧٣,٧٨} \times \text{١,٧٧١٥٦١} = \text{٥٥٧٥٧,٧٢}$ جنيه

الفائدة العاشرة : ($\text{ف}_{\text{١٠}}$)

$\text{ف}_{\text{١٠}} = \text{ط} - \text{س}_{\text{١٠}}$

$= \text{٢١١٧٣٩,٨٥} - \text{س}_{\text{١}} (\text{١} + \text{ع})^{\text{٩}}$

$= \text{٢١١٧٣٩,٨٥} - \text{٣١٤٧٣,٧٨} (\text{١} + \text{٠,١٠})^{\text{٩}}$

= ٢١١٧٣٩,٨٥ – ٢١٤٧٣,٧٨ × ٢,٣٥٧٩٤٧٧

= ٢١١٧٣٩,٨٥ – ٧٤٢١٣,٥٣

ف١٠ = ١٣٧٥٢٦,٣٢ جنيه

الرصيد فى نهاية السنة الثانية عشر=القيمة الحالية للأقساط التى لم تسدد(٣ أقساط)

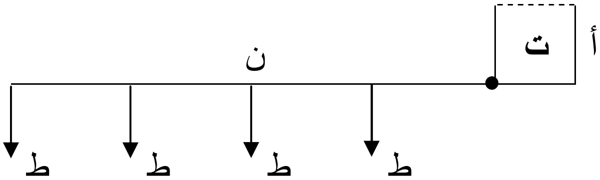
= ط × ع ٣⌉ ١٠٪

$$= ٢١١٧٣٩,٨٥ \times \frac{١ - (١,١٠)^{-٣}}{٠,١٠}$$

= ٢١١٧٣٩,٨٥ × ٢,٤٨٦٨٥٢

= ٥٢٦٥٦٥,٧١ جنيه

سداد أول قسط بعد فترة أقل من سنة (أقساط متأخر حسابها ($\frac{ت}{ز}$)



أصل القرض = القيمة الحالية لدفعة عادية مبلغها (ط) وعدد مبالغها (ن) متأخر حسابها

$$أ = ط \times ع_{ن⌉ ع\%} \times (١ + ع)^{\frac{ت}{ز}}$$

$$ط = \frac{أ}{ع_{ن⌉ ع\%} \times (١ + ع)^{\frac{ت}{ز}}}$$

ثم يتم حساب استهلاك السنة الأولى $س_١ = \frac{أ}{حـ_{\overline{ن}|ع\%}}$

وتتابع نفس الخطوات السابقة.

مثال (٥) : اقترضت إحدى الشركات مبلغ ٢ مليون جنيه من أحد البنوك ولمدة ١٠ سنوات على أساس معدل فائدة مركبة ١٢% سنويا وتعهد بسداد القرض وفوائده على أقساط سنوية متساوية خلال مدة القرض والمطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى إذا كان أول قسط يستحق بعد ٣ شهور.

٢- حساب قيمة الاستهلاك الخامس.

٣- رصيد القرض فى نهاية السنة الثامنة.

الحـــــل

أول قسط بعد ٣ شهور أقساط متأخر حسابها ت = ٩ ز = ١٢

القسط السنوى المتساوى : (ط)

$$ط = \frac{أ}{عـ_{\overline{ن}|ع\%} \times (١ + ع)^{\frac{ت}{ز}}}$$

$$ط = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{عـ_{\overline{١٠}|١٢\%} \times (١+٠,١٢)^{\frac{٩}{١٢}}}$$

$$= \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{\frac{١ - (١,١٢)^{-١٠}}{٠,١٢} (١,١٢)^{\frac{٩}{١٢}}}$$

$$= \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{٥,٦٥٠٢٢١٩ \times ١,٠٩} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{٦,١٥١٤٧١٦}$$

ط = ٣٢٥١٢٥,٤٥٦ جنيه

$$س_{١} = \frac{أ}{\text{جـ}_{\overline{ن|}ع\%}} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{\text{جـ}_{\overline{١٠|}١٢\%}} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{\frac{(١,١٢)^{١٠} - ١}{٠,١٢}}$$

$$س_{١} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{١٧,٥٤٨٧٣٥١} = ١١٣٩٦٨,٣٣ \text{ جنيه}$$

٢ - الاستهلاك الخامس : ($س_{٥}$)

$$س_{٥} = س_{١} \, (١ + ع)^{٤}$$

$$= ١١٣٩٦٨,٣٣ \, (١ + ٠,١٢)^{٤}$$

$$= ١١٣٩٦٨,٣٣ \times ١,٥٧٣٥١٩٤ = ١٧٩٣٣١,٤٨ \text{ جنيه}$$

٣ - رصيد القرض فى نهاية السنة الثامنة = القيمة الحالية للأقساط التى لم تسدد بعد

$$= ط \times \text{عـ}_{\overline{٢|}١٢\%}$$

$$= ٣٢٥١٢٥,٤٥٦ \times \frac{١ - (١,١٢)^{-٢}}{٠,١٢}$$

$$= ٣٢٥١٢٥,٤٥٦ \times ١,٦٩٠٠٥١$$

$$= ٥٤٩٤٧٨,٦٠٢ \text{ جنيه}$$

(٢) سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية فى حالة تغير القسط وثبات المعدل :

فى هذه الحالة يتم الاتفاق على تقسيم مدة القرض إلى فترات (فترتين أو أكثر) كل فترة يسدد خلالها جزء من القرض (نسبة معينة) ويكون لكل فترة قسط خاص بها. وفى مثل هذه الحالات من الأفضل أن نحدد رصيد القرض فى بداية كل فترة ومن هذا الرصيد نحسب الفائدة الأولى لكل فترة : حيث أن :

الفائدة الأولى لأى فترة = الرصيد فى بداية الفترة × ع × ١

ثم نحدد الجزء من القرض المطلوب استهلاكه خلال كل فترة ومن هذا الجزء وبمعلومية مدة كل فترة نحسب الاستهلاك الأول لكل فترة حيث أن :

$$\textbf{الاستهلاك الأول لأى فترة} = \frac{\textbf{الجزء من القرض المطلوب استهلاكه}}{\overrightarrow{\ \ }\ \overline{\text{الفترة}|}\ \text{ع٪}}$$

ومن هاتين القيمتين نحسب القسط المتساوى لكل فترة حيث :

القسط المتساوى لأى فترة = الفائدة الأولى للفترة + الاستهلاك الأول للفترة

ويتضح ذلك من الأمثلة التالية :

مثال (٦) : اقترضت إحدى الشركات مبلغ مليون جنيه لمدة ٢٠ سنة بمعدل فائدة مركبة ١٠% سنويا واتفقت مع البنك على سداد ربع هذا القرض خلال العشر سنوات الأولى على أن يسدد باقى القرض خلال العشر سنوات الأخيرة. المطلوب :

١- حساب القسط السنوى المتساوى خلال الفترة الأولى والفترة الثانية.

٢- الاستهلاك الأول والسابع والحادى عشر والسادس عشر.

٣- الفائدة الأولى والحادية عشر والأخيرة.

٤- رصيد القرض فى نهاية السنة السادسة والسنة الثامنة عشر.

الحـــل

الفترة	الأولى	الثانية
الرصيد فى بداية الفترة	١٠٠٠٠٠٠	٧٥٠٠٠٠
المبلغ المطلوب استهلاكه خلال الفترة	٢٥٠٠٠٠	٧٥٠٠٠٠
مدة الفترة	$ن_1 = ١٠$	$ن_2 = ١٠$

الفائدة الأولى للفترة الأولى :

$$ف_1 = ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الأولى :

$$س_1 = \frac{أ}{ح_{\overline{ن}|}\ ع\%} = \frac{٢٥٠٠٠٠}{ح_{\overline{١٠}|}\ ١٠\%} = \frac{٢٥٠٠٠٠}{\frac{(١,١)^{١٠} - ١}{٠,١٠}}$$

$$س_1 = \frac{٢٥٠٠٠٠}{١٥,٩٣٧٤٢٤٦} = ١٥٦٨٦,٣٤٩ \text{ جنيه}$$

\ **القسط السنوى المتساوى للفترة الأولى $ط_1 = ف_1 + س_1$**

$ط_{١}$ = ١٠٠٠٠٠ + ١٥٦٨٦,٣٤٩ = ١١٥٦٨٦,٣٤٩ جنيه

الفائدة الأولى للفترة الثانية :

$$ف_{١١} = ٧٥٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٧٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الثانية :

$$س_{١١} = \frac{أ}{حـ_{\overline{ن}|} ع\%} = \frac{٧٥٠٠٠٠}{١٠_{\overline{|}} ١٠\%} = \frac{٧٥٠٠٠٠}{\frac{(١,١٠)^{١٠} - ١}{٠,١٠}}$$

$$س_{١١} = \frac{٧٥٠٠٠٠}{١٥,٩٣٧٤٢٤٦} = ٤٧٠٥٩,٠٤٦ \text{ جنيه}$$

\ **القسط السنوى المتساوى للفترة الثانية $ط_{٢}$ = $ف_{١١}$ + $س_{١١}$**

$ط_{٢}$ = ٧٥٠٠٠ + ٤٧٠٥٩,٠٤٦ = ١٢٢٠٥٨,٠٤٦ جنيه

الاستهلاك السابع : ($س_{٧}$)

$س_{٧}$ = $س_{١}$ $(١ + ع)^{٦}$

= ١٥٦٨٦,٣٤٩ × ١,٧٧١٥٦١ = ٢٧٧٨٩,٢٤ جنيه

الاستهلاك السادس عشر : ($س_{١٦}$)

$س_{١٦}$ = $س_{١١}$ $(١ + ع)^{٥}$

= ٤٧٠٥٩,٠٤٦ $(١ + ٠,١٠)^{٥}$

= ٤٧٠٥٩,٠٤٦ × ١,٦١٠٥١ = ٧٥٧٨٩,٠٧ جنيه

لاحظ أننا استخدمنا $س_{١١}$ لأن $س_{١٦}$ تقع فى الفترة الثانية.

الفائدة الأخيرة : ($س_{٢٠}$)

$ف_{٢٠}$ = $ط_{٢}$ – $س_{٢٠}$

= ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ – $س_{١١}$ $(١ + ع)^{٩}$

$ف_{٢٠}$ = ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ – ٤٧٠٥٩,٠٤٦ $(١ + ٠,١٠)^{٩}$

= ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ – ٤٧٠٥٩,٠٤٦ × ٢,٣٥٧٩٤٧٧

= ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ – ١١٠٩٦٢,٧٦٩

$ف_{٢٠}$ = ١١٠٩٦,٢٦٧ جنيه

رصيد القرض فى نهاية السنة السادسة :

= أصل القرض – $مجـ_{١}^{٦}$ س

= ١٠٠٠٠٠٠ – $س_{١}$ × $حـ_{\overline{٦}|}$ ١٠٪

= ١٠٠٠٠٠٠ – ١٥٦٨٦,٣٤٩ × $\frac{(١,١٠)^{٦} - ١}{٠,١٠}$

= ١٠٠٠٠٠٠ – ١٥٦٨٦,٣٤٩ × ٧,٧١٥٦١

= ١٠٠٠٠٠٠ – ١٢١٠٢٩,٣٧

= ٨٧٨٩٧٠,٦٣ جنيه

رصيد القرض فى نهاية السنة الثامنة عشر :

= رصيد القرض فى بداية الفترة الثانية – مجموع الاستهلاكات من بداية الفترة الثانية وحتى نهاية السنة الثامنة عشر

= ٧٥٠٠٠٠ – $مجـ_{١١}^{١٨}$ س

= ٧٥٠٠٠٠ – $س_{١١}$ × $حـ_{\overline{٨}|}$ ١٠٪

$$= ٧٥٠٠٠٠ - ٤٧٠٥٩,٠٤٦ \times \frac{(١,١٠)^{٨} - ١}{٠,١٠}$$

$$= ٧٥٠٠٠٠ - ٤٧٠٥٩,٠٤٦ \times ١١,٤٣٥٨٨٨١$$

$$= ٧٥٠٠٠٠ - ٥٣٨١٦٢,٠٢$$

$$= ٢١١٨٣٧,٩٨$$ جنيه

أو = القيمة الحالية للأقساط التى لم تسدد بعد (قسطين)

$$= ط_{٢} \times ع_{\overline{٢|}}\ ١٠٪$$

$$= ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ \times \frac{١ - (١,١٠)^{-٢}}{٠,١٠}$$

$$= ١٢٢٠٥٩,٠٤٦ \times ١,٧٣٥٥٣٧٢$$

$$= ٢١١٨٣٨,٠٢$$ جنيه

مثال (٧) : اقترضت إحدى الشركات مبلغ ١٠ مليون جنيه لمدة ٢٥ سنة بمعدل فائدة مركبة ١٠% سنويا وتعهدت بسداد ٣٠% من هذا القرض خلال العشر سنوات الأولى ثم سداد ٢٠% من قيمة القرض خلال الخمس سنوات التالية أما باقى قيمة القرض فيسدد خلال الفترة الأخيرة من مدة القرض. والمطلوب :

١- حساب القسط السنوى المتساوى للفترات الأولى والثانية والثالثة.

٢- حساب الاستهلاك السابع والثالث عشر والعشرين.

٣- حساب رصيد القرض فى نهاية السنة السادسة والثالثة عشر والثالثة والعشرين.

الحـــل

الفترة		الأولى	الثانية	الثالثة
رصيد القرض فى بداية الفترة	(تحسب منها الفوائد)	١٠٠٠٠٠٠	٧٠٠٠٠٠	٥٠٠٠٠٠
القيمة المطلوب استهلاكها خلال الفترة	(تحسب منها الاستهلاكات)	٣٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠	٥٠٠٠٠٠
مدة الفترة		$ن_١ = ١٠$	$ن_٢ = ٥$	$ن_٣ = ١٠$

الفائدة الأولى للفترة الأولى :

$$ف_١ = ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الأولى :

$$س_١ = \frac{أ}{\overline{ح}_{\overline{ن}|}\ ع\%} = \frac{٣٠٠٠٠٠}{\overline{ح}_{\overline{١٠}|}\ ١٠\%} = \frac{٣٠٠٠٠٠}{\frac{(١,١٠)^{١٠} - ١}{٠,١٠}}$$

$$س_١ = \frac{٣٠٠٠٠٠}{١٥,٩٣٧٤٢٤٦} = ١٨٨٢٣٦,١٩ \text{ جنيه}$$

القسط السنوى للفترة الأولى

$$ط_١ = ف_١ + س_١$$

$$= ١٠٠٠٠٠ + ١٨٨٢٣٦,١٩ = ١١٨٨٢٣٦,١٩ \text{ جنيه}$$

الفائدة الأولى للفترة الثانية :

$$ف_{١١} = ٧٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٧٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الثانية

$$س_{١١} = \frac{أ}{ح_{\overline{ن}|}\ ع\%} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{ح_{\overline{٥}|}\ ١٠\%} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{\frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠}}$$

$$س_{١١} = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{٦,١٠٥١} = ٣٢٧٥٩٤,٩٦ \text{ جنيه}$$

القسط السنوى للفترة الثانية

$$ط_{٢} = ف_{١١} + س_{١١}$$

$$= ٧٠٠٠٠٠ + ٣٢٧٥٩٤,٩٦ = ١٠٢٧٥٩٤,٩٦ \text{ جنيه}$$

الفائدة الأولى للفترة الثالثة :

$$ف_{١٦} = ٥٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٥٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الثالثة

$$س_{١٦} = \frac{أ}{ح_{\overline{ن}|}\ ع\%} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{ح_{\overline{٥}|}\ ١٠\%} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{\frac{(١,١٠)^{٥} - ١}{٠,١٠}}$$

$$س_{١٦} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{١٥,٩٣٧٤٢٤٦} = ٣١٣٧٢٦,٩٦ \text{جنيه}$$

القسط السنوى للفترة الثالثة

$$ط_{٣} = ف_{١٦} + س_{١٦}$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ + ٣١٣٧٢٦,٩٦ = ٨١٣٧٢٦,٩٦ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك السابع : ($س_٧$)

$س_٧ = س_١ (١ + ع)^٦$

$= ١٨٨٢٣٦,١٩ (١ + ٠,١٠)^٦$

$= ١٨٨٢٣٦,١٩ \times ١,٧٧١٥٦١$

$= ٣٣٣٤٧١,٨٩٣$ جنيه

الاستهلاك الثالث عشر : ($س_{١٣}$)

$س_{١٣} = س_{١١} (١ + ع)^٢$

$= ٣٢٧٥٩٤,٩٦ (١ + ٠,١٠)^٢$

$س_{١٣} = ٣٢٧٥٩٤,٩٦ \times ١,٢١$

$= ٣٩٦٣٨٩,٩$ جنيه

الاستهلاك العشرين : ($س_{٢٠}$)

$س_{٢٠} = س_{١٦} (١ + ع)^٤$

$= ٣١٣٧٢٦,٩٦ (١ + ٠,١٠)^٤$

$= ٣١٣٧٢٦,٩٦ \times ١,٤٦٤١$

$= ٤٥٩٣٢٧,٦٤$ جنيه

رصيد القرض فى نهاية السنة السادسة :

= القرض فى بداية الفترة الأولى − $\text{مجـ}_{١}^{٦}$ س

$= ١٠٠٠٠٠٠٠ - س_١ \times ح_{\overline{٦}|١٠\%}$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠ - ١٨٨٢٣٦,١٩ \times \frac{(١,١٠)^{٦} - ١}{٠,١٠}$$

= ١٠٠٠٠٠٠٠ – ١٨٨٢٣٦,١٩ × ٧,٧١٥٦١

= ١٠٠٠٠٠٠٠ – ١٤٥٢٣٥٧,٠٣

= ٨٥٤٧٦٤٢,٩٧ جنيه

رصيد القرض فى نهاية السنة الثالثة عشر :

= القرض فى بداية الفترة الثانية – مجـ $\frac{١٣}{١١}$ س

= ٧٠٠٠٠٠٠ – س١١ × حـ ٣| ١٠٪

$$= ٧٠٠٠٠٠٠ - ٣٢٧٥٩٤,٩٦ \times \frac{(١,١٠)^{٣} - ١}{٠,١٠}$$

= ٧٠٠٠٠٠٠ – ٣٢٧٥٩٤,٩٦ × ٣,٣١

= ٧٠٠٠٠٠٠ – ١٠٨٤٣٣٩,٣٢

= ٥٩١٥٦٦٠,٦٨ جنيه

رصيد القرض فى نهاية السنة الثالثة والعشرين :

= القرض فى بداية الفترة الثالثة – مجـ $\frac{٢٣}{١٦}$ س

= ٥٠٠٠٠٠٠ – س١٦ × حـ ٨| ١٠٪

$$= ٥٠٠٠٠٠٠ - ٣١٣٧٢٦,٩٦ \times \frac{(١,١٠)^{٨} - ١}{٠,١٠}$$

= ٥٠٠٠٠٠٠ – ٣١٣٧٢٦,٩٦ × ١١,٤٣٥٨٨٨١

= ٥٠٠٠٠٠٠ – ٣٥٨٧٧٤٦,٤١

= ١٤١٢٢٥٣,٥٩ جنيه

أو = القيمة الحالية للأقساط التى لم تسدد بعد (قسطين)

$$= ط_٢ \times عـ_{\overline{٢|}}\ ١٠٪$$

$$= ٨١٣٧٢٦,٩٦ \times \frac{١ - (١,١٠)^{-٢}}{٠,١٠}$$

$$= ٨١٣٧٢٦,٩٦ \times ١,٧٣٥٥٣٧٢$$

= ١٤١٢٢٥٣,٤١ جنيه

(٣) سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية فى حالة ثبات القسط وتغير معدل الفائدة :

فى هذه الحالة يكون القسط ثابت طوال مدة القرض بينما يتم حساب استهلاك مختلف لكل فترة يتغير فيها المعدل علما بأن استهلاك القرض يـــتم بمعدل معين معلوم فى التمرين يرمز له بالرمز ل.

فإذا فرضنا أن مدة القرض (ن) تنقسم إلى ٣ مدد $ن_١$، $ن_٢$، $ن_٣$ كـــل منها له معدل فائدة $ع_١$، $ع_٢$، $ع_٣$ فإننا نتبع الخطوات التالية :

حساب القسط السنوى المتساوى $ط = أ (ع_١ + ل)$

ثم نحسب استهلاك السنة الأولى :

$س_١ = أ \times ل$ (معدل استهلاك القرض)

ثم نحسب الرصيد فى نهاية الفترة الأولى :

= القرض – مجموع الاستهلاكات خلال الفترة الأولى

وهو يمثل الرصيد فى بداية الفترة الثانية ويستخدم فى حساب الفائدة الأولى عن الفترة الثانية وذلك بضرب الرصيد × $ع_٢$

ثم نحسب الاستهلاك الأول عن الفترة الثانية :

= ط – الفائدة الأولى للفترة الثانية

ثم نحسب الرصيد فى نهاية الفترة الثانية :

= الرصيد فى بداية الفترة الثانية – مجموع الاستهلاكات عن الفترة الثانية

وهو يمثل الرصيد فى بداية الفترة الثالثة نستخدمه فى حساب الفائدة الأولى للفترة الثالثة بمعدل $ع_{٣}$

وكذلك الاستهلاك الأول للفترة الثالثة :

= ط – الفائدة الأولى للفترة الثالثة

وهكذا ....

ملحوظة هامة جدا :

غالبا ما تكون مدة القرض غير محددة وبمعنى آخر فإن الفترة الأخيرة من مدة القرض لا تكون معلومة ولكى نعرف هذه الفترة :

الرصيد فى بداية الفترة الأخيرة = القيمة الحالية للأقساط غير المسددة (أقساط الفترة الأخيرة)

$$= ط \times ع_{\overline{ن_{ر}}|\,ع_{ر}\%}$$

حيث $ن_{ر}$ **مدة الفترة الأخيرة (مجهولة)**

$ع_{ر}\%$ **المعدل الخاص بالفترة الأخيرة**

مثال (٨) : اقترضت إحدى الشركات مبلغ ١٠٠٠٠٠٠٠ جنيه من بنك يحسب فوائده كما يلى :

معدل الفائدة خلال الـ ٥ سنوات الأولى من مدة القرض ٨% سنويا، ثم يصبح ١٠% خلال الـ ١٠ سنوات التالية ثم يصبح ١٢% خلال

الفترة الأخيرة من مدة القرض. فإذا علمت أن معدل استهلاك القــرض ٢% سنويا. المطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى الذى تلتزم الشركة بسداده طوال مدة القرض.

٢- الاستهلاك الأول والثالث والسادس والعاشر وقبل الأخير.

الحـــــل

أ = ١٠٠٠٠٠٠٠ $ع_١$ = ٨% $ع_٢$ = ١٠% $ع_٣$ = ١٢% ل=٢%

القسط المتساوى (ط) :

ط = ١٠٠٠٠٠٠٠ (٠,٠٨ + ٠,٠٢)

= ١٠٠٠٠٠٠٠ (٠,١٠) = ١٠٠٠٠٠٠

$س_١$ = أ × ل

= ١٠٠٠٠٠٠٠ × ٠,٠٢ = ٢٠٠٠٠٠

رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى (٥ سنوات) :

$$= \text{القرض} - \underset{١}{\overset{٥}{\text{مجـ}}}\ \text{س}$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠ - \text{س}_١ \times \text{حـ}_{\overline{٥|}}\ ٨\%$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠ - ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{(١,٠٨)^{٥} - ١}{٠,٠٨}$$

= ١٠٠٠٠٠٠٠ – ٢٠٠٠٠٠× ٥,٨٦٦٦٠١

= ١٠٠٠٠٠٠٠ – ١١٧٣٣٢٠,٢

= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ **جنيه الرصيد فى بداية الفترة الثانية (١٠ سنوات)**

الفائدة الأولى للفترة الثانية :

$ف_6$ = الرصيد × $ع_2$ × ١

$$ف_6 = ٨٨٢٦٦٧٩,٨ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٨٨٢٦٦٧,٩٨$$ جنيه

الاستهلاك الأول للفترة الثانية :

$س_6$ = ط – $ف_6$

= ١٠٠٠٠٠٠ – ٨٨٢٦٦٧,٩٨ = ١١٧٣٣٢,٠٢ جنيه

الاستهلاك العاشر : ($س_{10}$)

$س_{10} = س_6 (١ + ع_2)^4$

$= ١١٧٣٣٢,٠٢ (١ + ٠,١٠)^4$

= ١١٧٣٣٢,٠٢ × ١,٤٦٤١ = ١٧١٧٨٥,٨١ جنيه

رصيد القرض فى نهاية الفترة الثانية :

= الرصيد فى بداية الفترة الثانية – مجموع استهلاكات الفترة الثانية

$= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ - مج_{6}^{15} س$

$= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ - س_6 \times حـ_{\overline{10|}} ١٠\%$

$$= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ - ١١٧٣٣٢,٠٢ \times \frac{(١,١٠)^{10} - ١}{٠,١٠}$$

= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ – ١١٧٣٣٢,٠٢ × ١٥,٩٣٧٤٢٤٦

= ٨٨٢٦٦٧٩,٨ – ١٨٦٩٩٧٠,٣

= ٦٩٥٦٧٠٩,٥ جنيه الرصيد فى بداية الفترة الثالثة (الأخيرة)

ولإيجاد مدة القرض نعوض فى العلاقة :

رصيد القرض فى بداية الفترة الأخيرة = القيمة الحالية للأقساط المتبقية

$$٦٩٥٦٧٠٩,٥ = ط \times عـ_{\overline{ن_٣}|\,٢٤\%}$$

$$٦٩٥٦٧٠٩,٥ = ١٠٠٠٠٠٠ \times عـ_{\overline{ن_٣}|\,١٢\%}$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{١ - (١,١٢)^{-ن_٣}}{٠,١٢}$$

$$\frac{١ - (١,١٢)^{-ن_٣}}{٠,١٢} = \frac{٦٩٥٦٧٠٩,٥}{١٠٠٠٠٠٠} = ٦,٩٥٦٧٠٩٥$$

$$١ - (١,١٢)^{-ن_٣} = ٦,٩٥٦٧٠٩٥ \times ٠,١٢$$

$$١ - (١,١٢)^{-ن_٣} = ٠,٨٣٤٨٠٥$$

$$(١,١٢)^{-ن_٣} = ١ - ٠,٨٣٤٨٠٥$$

$$(١,١٢)^{-ن_٣} = ٠,١٦٥١٩٥$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$-ن_٣ \text{ لو } ١,١٢ = \text{لو } ٠,١٦٥١٩٥$$

$$-ن_٣ = \frac{\text{لو } ٠,١٦٥٦٩٥}{\text{لو } ١,١٢} = \frac{-٠,٧٨٢٠٠٣}{٠,٠٤٩٢١٨}$$

$$-ن_٣ = -١٥,٨٩٠$$

$$\therefore ن_٣ = ١٥,٨٩ = ١٦$$

لا بد من التقريب لأقرب سنة صحيحة

\ مدة القرض = ٥ + ١٠ + ١٦ = ٣١ سنة

الفائدة الأولى للفترة الثالثة :

$$ف_{١٦} = ٦٩٥٦٧٠٩,٥ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١ = ٨٣٤٨٠٥,١٤ \text{ جنيه}$$

الاستهلاك الأول للفترة الثالثة :

$س_{١٦}$ = ط – $ف_{١٦}$

= ١٠٠٠٠٠٠ – ٨٣٤٨٠٥,١٤

= ١٦٥١٩٤,٨٦ جنيه

الاستهلاك قبل الأخير : ($س_{٣٠}$)

$س_{٣٠} = س_{١٦} (١ + ع_{٣})^{١٤}$

$= ١٦٥١٩٤,٨٦ (١ + ٠,١٢)^{١٤}$

= ١٦٥١٩٤,٨٦ × ٤,٨٨٧١١٢٣

= ٨٠٧٣٢٥,٨٣ جنيه

تمـارين

١- اقترضت شركة يوسف للمقاولات من بنك دمياط الوطنى مبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات على أساس معدل فائدة مركبة ١٢% سنويا واتفقت مع البنك على سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية يسدد القسط آخر كل سنة. المطلوب : تصوير جدول استهلاك القرض.

٢- اقترضت شركة إبراهيم للإنشاءات العقارية من بنك مصر مبلغ مليون جنيه لمدة ٧ سنوات، واتفقت مع البنك على سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية يسدد القسط آخر كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١٤% سنويا، والمطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى.

٢- الاستهلاك الثالث.

٣- فائدة السنة الخامسة.

٤- مكونات القسط الرابع.

٥- رصيد القرض فى نهاية السنة الرابعة.

٦- رصيد القرض فى بداية السنة السادسة.

٣- اقترضت شركة عمر للطباعة والنشر من بنك القاهرة مبلغ نصف مليون جنيه لمدة ١٠ سنوات واتفقت على سداده وفوائده بأقساط سنوية متساوية على أساس معدل فائدة مركبة ١٥% سنويا،

والمطلوب تصوير جدول استهلاك القرض موضحا بيانات السنوات الأولى والخامسة والأخيرة من مدة القرض.

٤- اقترضت شركة مازن للديكور من بنك دمياط للتنمية مبلغا ما واتفقت على سداده بخمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا على أسا معدل فائدة مركبة ١٣% سنويا، فإذا علمت أن الفرق بين الاستهلاكين الرابع والثالث ٣١٣٧,٨٦٤ جنيه، كون جدول استهلاك القرض بدون استخدام الجداول المالية.

٥- اقترضت شركة بلسم للكمبيوتر من البنك الأهلى مبلغا ما لمدة ١٥ سنة واتفقت على سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية، فإذا علمت أن الاستهلاك العاشر = ١,١٢ من الاستهلاك التاسع، والاستهلاك الثالث يبلغ ٢٠١٨,٩ جنيه، كون جدول استهلاك القرض موضحا بيانات السنوات الأولى والثامنة والأخيرة من مدة القرض.

٦- اقترضت شركة علاء للموبيليا من بنك مصر مبلغا ما لمدة ١٥ سنة واتفقت على سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية فإذا علمت أن الفرق بين الاستهلاكين العاشر والتاسع ٤٧٨,١٩ جنيه، كون جدول استهلاك القرض موضحا بيانات السنوات الأولى والسابعة والأخيرة من مدة القرض.

٧- اقترضت شركة شيرويت لملابس الأطفال من بنك القاهرة مبلغا نما واتفقت على سداده بعشرة أقساط سنوية متساوية من الأصل

والفوائد معا، فإذا علمت أن الاستهلاك الرابع ٤٠٠٢,٩٣٢ جنيه والاستهلاك الثامن ٦٢٩٨,٦٩١ جنيه، احسب بدون استخدام الجداول المالية :

١- معدل الفائدة المركبة المستخدم فى حساب القسط السنوى.
٢- أصل القرض.
٣- القسط السنوى المتساوى.
٤- مكونات القسط الخامس.
٥- مجموع الاستهلاكات حتى نهاية السنة الرابعة.
٦- رصيد القرض فى بداية السنة الثامنة.

٨- اقترضت شركة مها ومايا لأدوات التجميل من البنك الوطنى للتنمية بدمياط مبلغ ٦ مليون جنيه لإنشاء مصنع لها بمدينة دمياط الجديدة، وتعهدت الشركة بسداد القرض وفوائده على ١٥ قسط سنوى متساوى على أن يبدأ التزام الشركة بعد فترة سماح ٣ سنوات وعلى أساس معدل فائدة مركبة ١٤% سنويا، والمطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى.
٢- الاستهلاك الأول والثالث والرابع والعاشر والأخير.
٣- الفائدة التى يتضمنها كل من القسط الأول والثالث والرابع والثامن والأخير.
٤- رصيد القرض فى نهاية ١٢ سنة من تاريخ الاقتراض من البنك.

٩- اقترضت شركة سحر لملابس السيدات مبلغ مليون جنيه من البنـــك الأهلى وتعهدت بسداد القرض وفوائده علـــى ١٠ أقـــساط ســـنوية متساوية على أن يسدد أول قسط بعد ٣ شهور من الاقتراض وعلى أساس معدل فائدة مركبة ١٢% سنويا والمطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى.

٢- الاستهلاك الأول والسابع والأخير.

٣- الفائدة الأولى والسادسة والأخيرة.

٤- رصيد القرض فى نهاية السنة الرابعة وبداية السنة العاشرة.

٥- تصوير جدول استهلاك القرض موضحا بيانات السنوات الأولى والخامسة والأخيرة.

١٠- اقترضت شركة سلوى للأجهزة المنزلية مبلغ ٣ مليون جنيه مـــن البنك الوطنى للتنمية لمدة ٢٠ سنة وبمعدل فائـــدة مركبـــة ١٤% سنويا وتعهدت بسداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية علـــى أن يتم سداد ٢٠% من قيمة القرض خلال الـــ ٧ سنوات الأولى ثم سداد ٣٠% من القرض خلال الـــ ٨ سنوات التالية، ثم سداد باقى القرض خلال المدة المتبقية من مدة القرض والمطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى للفترات الأولى والثانية والثالثة.

٢- الاستهلاك الخامس والعاشر والتاسع عشر.

٣- الفائدة التى يتضمنها القسط الرابع والتاسع والثامن عشر.

٤- رصيد القرض فى نهاية السنة السادسة والحادية عشر والسابعة عشر.

١١- اقترضت شركة يمنى للستائر والمفروشات مبلغ ١٥ مليون جنيه من بنك النيل والذى يحسب فوائده المركبة كما يلى :

معدل الفائدة المركبة خلال الـــ ٥ سنوات الأولى من مدة القرض ١٠% سنويا، ثم يصبح ١٢ % خلال الـــ ٧ سنوات التالية ثم ١٤% خلال الـــ ٨ سنوات التالية ثم ١٦% بعد ذلك، فإذا علمـــت أن معـــدل اســـتهلاك القرض ٣% سنويا. المطلوب حساب :

١- القسط السنوى المتساوى من أصل القرض وفوائده الذى تلتـــزم الشركة بسداده طوال مدة القرض.

٢- الاستهلاك الأول والخامس والسادس والعاشر والثالـــث عـــشر والسابع عشر والحادى والعشرين وقبل الأخير.

الفصل التاسع

طرق سداد القروض السندية

الفصل التاسع
طرق سداد القروض السندية

تلجأ المشروعات عادة إلى إصدار القروض السندية عنــدما تكــون هناك عوائق فى عملية الاقتراض العادى، وخاصة إذا كانت قيمة القــرض مرتفعة، حيث يتم طرح سندات للاكتتاب العام.

وتجدر الإشارة إلى أن لكل سند قيمة اسمية ($ق_{أ}$) يصدر بها ويطرح للاكتتاب العام ويحسب على أساسها الفوائد الدورية للسند بمعدل فائــدة (ع) يتحدد هذا المعدل من جانب المدين، وفى نهاية مدة السند يحصل حامل السند على القيمة الاستهلاكية له ($ق_{س}$) والعلاقة بين القيمتين الاسمية والاستهلاكية للسند تأخذ أحد الأشكال التالية :

١- إذا كان السند يستهلك بنفس قيمته الاسمية فإن $ق_{س} = ق_{أ}$.

٢- إذا كان السند يستهلك بعلاوة فإن $ق_{س}$ تكون أكبر من $ق_{أ}$ حيث :
$ق_{س} = ق_{أ}$ (١ + نسب العلاوة).

٣- إذا كحان السند يستهلك بخصم فإن $ق_{س}$ تكون أقل من $ق_{أ}$ حيث:
$ق_{س} = ق_{أ}$ (١ – نسبة الخصم).

وإذا لم تتحدد القيمة الاستهلاكية للسند فإنه يــستهلك بــنفس قيمتــه الاسمية أى أن : $ق_{س} = ق_{أ}$.

وتجدر الإشارة إلى أن العلاوة أو الخصم يتم حسابها دائمــا علــى القيمة الاسمية للسند ($ق_{أ}$).

تقييم السندات :

ويقصد بها القيمة الحالية للسند (ق$_{ح}$) أو ثمن شراء السند أو قيمة السند فى بورصة الأوراق المالية، وهذه القيمة تتوقف على عاملين هما الفائدة الدورية الثابتة للسند والقيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية للسند بمعدل الفائدة السائد فى السوق وقت تقييم (شراء) السند والذى يرمز له بالرمز (ع*).

والفائدة الدورية للسند أو ما يطلق عليها الكوبون، هى الفائدة التى تمنحها الجهة المصدرة للسند (المدين) لحاملى السندات (الدائنين) وذلك بمعدل فائدة يصدر به السند يختلف غالباً عن المعدل السائد فى السوق، وتحسب فائدة السند دائماً على القيمة الاسمية للسند :

ف = ق$_{أ}$ × ع × ١

مع ملاحظة أننا سنكتفى بالسندات التى تمنح كوبوناً سنوياً، ويتم تقييم السند كما يلى :

القيمة الحالية للسند (ثمن الشراء) = القيمة الحالية للفوائد الدورية + القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية

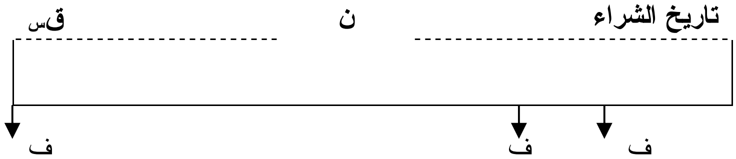
القيمة الحالية للفوائد الدورية ← دفعات عادية

القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية ← مبلغ واحد

ويتم تقييم السند (أو حساب قيمته الحالية أو ثمن شراؤه) فى ثلاثة أوضاع :

١ - تقييم السند بعد صرف الكوبون مباشرة :

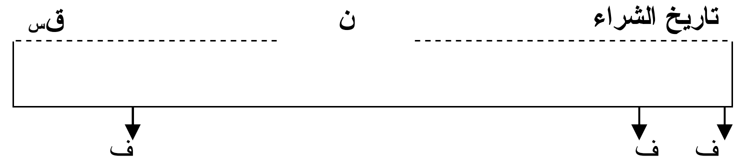
ويعنى ذلك أن الكوبون التالى يستحق بعد سنة من تاريخ الشراء أى أن الكوبونات (الفوائد) تمثل دفعات عادية (آخر كل سنة).



$$\text{ق}_{\text{ح}} = \text{ف} \times \text{ع}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}^*\%} + \text{ق}_{\text{س}} \times (١ + \text{ع}^*)^{-\text{ن}}$$

٢ - تقييم السند قبل صرف الكوبون مباشرة (فى تاريخ استحقاق الكوبون):

ويعنى ذلك أن الكوبونات تمثل دفعات فورية



$$\text{ق}_{\text{ح}} = \text{ف} \times \ddot{\text{ع}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}^*\%} + \text{ق}_{\text{س}} \times (١ + \text{ع}^*)^{-\text{ن}}$$

٣ - تقييم السند قبل صرف الكوبون بفترة أقل من سنة :

ومعنى ذلك أن الكوبونات تمثل دفعات عادية ولكن متأخرة السداد $(\frac{\text{ت}}{\text{ز}})$

$$\text{ق}_{\text{ح}} = \text{ف} \times \text{ع}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}^*\%} \Big| \frac{\text{ت}}{\text{ز}} + \text{ق}_{\text{س}} \times (١ + \text{ع}^*)^{-\text{ن}}$$

$$= \text{ف} \times \text{ع}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}^*\%} \; (١ + \text{ع}^*)^{\frac{\text{ت}}{\text{ز}}} + \text{ق}_{\text{س}} \times (١ + \text{ع}^*)^{-\text{ن}}$$

مثال (١) : سند قيمته الاسمية ٢٠٠٠ جنيه يستهلك فى نهاية ٨ سنوات ويمنح فائدة سنوية بمعدل ١٠% سنويا، إحسب ثمن شراء السند بعد صرف الكوبون مباشرة، إذا أراد المشترى أن يحقق عائدا على أمواله بمعدل ١٥% سنويا وذلك فى الحالات التالية :

١- السند يستهلك بقيمته الاسمية.

٢- السند يستهلك بعلاوة ١٠%.

٣- السند يستهلك بخصم ٥%.

الحـــل

الشراء تم بعد صرف الكوبون مباشرة :

معنى ذلك أن الكوبونات تمثل دفعات عادية

$ق_أ = ٢٠٠٠ \qquad ن=٨ \qquad ع=١٠\% \qquad ع^*=١٥\%$

$ف = ق_أ \times ع \times ١$

$$= ٢٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٢٠٠ \text{ جنيه}$$

١- السند يستهلك بقيمته الاسمية : $ق_س = ق_أ = ٢٠٠٠$

ثمن شراء السند $(ق_ح) = ف \times عـ_{\overline{ن|}\,ع\%} + ق_س \times (١ + ع^*)^{-ن}$

$$= ٢٠٠ \times عـ_{\overline{٨|}\,١٥\%} + ٢٠٠٠ \times (١ + ٠,١٥)^{-٨}$$

$$= ٢٠٠ \times \frac{١ - (١,١٥)^{-٨}}{٠,١٥} + ٢٠٠٠ \times ١,١٥^{-٨}$$

= ٢٠٠ × ٤,٤٨٧٣٢١٥ + ٢٠٠٠ × ٠,٣٢٦٩٠٢

= ٨٩٧,٤٦٤ + ٦٥٣,٨٠٤

= ١٥٥١,٢٦٨ جنيه

٢ - السند يستهلك بعلاوة ١٠% :

ق$_{س}$ = ق$_{أ}$ (١ + نسبة العلاوة)

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,١٠)

= ٢٠٠٠ × ١,١٠ = ٢٢٠٠ جنيه

ثمن شراء السند (ق$_{ح}$) = ٢٠٠ × ع $\overline{٨|}$ ١٥٪ + ٢٢٠٠×(١+٠,١٥)$^{-٨}$

= ٢٠٠ × $\frac{١ - (١,١٥)^{-٨}}{٠,١٥}$ + ٢٢٠٠ × ١,١٥$^{-٨}$

= ٢٠٠ × ٤,٤٨٧٣٢١٥ + ٢٢٠٠ × ٠,٣٢٦٩٠٢

= ٨٩٧,٤٦٤ + ٧١٩,١٨٤

= ١٦١٦,٦٤٨ جنيه

٣ - السند يستهلك بخصم ٥% :

ق$_{س}$ = ق$_{أ}$ (١ - نسبة الخصم)

= ٢٠٠٠ (١ - ٠,٠٥)

= ٢٠٠٠ × ٠,٩٥ = ١٩٠٠ جنيه

ثمن شراء السند (ق$_{ح}$) = ٢٠٠ × ع $\overline{٨|}$ ١٥٪ + ١٩٠٠×(١+٠,١٥)$^{-٨}$

$$= ٢٠٠ \times \frac{١ - (١,١٥)^{-٨}}{٠,١٥} + ١٩٠٠ \times ١,١٥^{-٨}$$

$$= ٢٠٠ \times ٤,٤٨٧٣٢١٥ + ١٩٠٠ \times ٠,٣٢٦٩٠٢$$

$$= ٨٩٧,٤٦٤ + ٦٢١,١١٤$$

$$= ١٥١٨,٥٧٨ \quad \text{جنيه}$$

مثال (٢) : أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً قيمته مليون جنيه موزعاً على ١٠٠٠ سند وتستهلك السندات فى نهاية ١٠ سنوات بعلاوة قدرها ٨%، ويمنح السند كوبون سنوى بمعدل ١٢% سنويا، احسب ثمن شراء السند قبل صرف الكوبون الثالث مباشرة إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق ١٤% سنوياً.

الحـــل

القيمة الاسمية للسند ($ق_أ$) = $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{١٠٠٠}$ = ١٠٠٠ جنيه

$ق_س$ = $ق_أ$ (١ + نسبة العلاوة)

= ١٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)

= ١٠٠٠ + ١,٠٨ = ١٠٨٠ جنيه

معدل فائدة السند ع = ١٢%

معدل الفائدة السائد فى السوق $ع^*$ = ١٤%

$$ف = ق_{أ} \times ع \times ١$$

$$= ١٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times ١ = ١٢٠ \text{ جنيه}$$

الشراء قبل صرف الكوبون الثالث مباشرة ومعنى ذلك أنه يتبقـــى ٨ كوبونات يستحق أولها عند الشراء أى دفعات فورية لمدة ٨ سنوات ن = ٨

ثمن شراء السند $(ق_{ح}) = $ **ف** $\times$ **غ** $_{\overline{ن}|ع^{*}٪}$ + **ق**$_{س} \times (١+ع^{*})^{-ن}$

$$= \textbf{ف} \times \textbf{غ}_{\overline{٨}|١٤٪} + \textbf{ق}_{س} \times (١+٠,١٤)^{-٨}$$

$$= ١٢٠ \times \frac{١ - (١,١٤)^{-٨}}{٠,١٤} (١,١٤) + ١٠٨٠ \times ١,١٤^{-٨}$$

$$= ١٢٠ \times ٥,٢٨٨٣٠٥ + ١٠٨٠ \times ٠,٣٥٠٥٥٩$$

$$= ١٢٠ \times ٥,٢٨٨٣٠٥ + ٣٧٨,٦٠٤$$

$$= ٦٣٤,٥٩٧ + ٣٧٨,٦٠٤$$

$$= ١٠١٣,٢٠١ \quad \text{جنيه}$$

مثال (٣) : فى المثال السابق احسب ثمن شراء السند بعد صرف الكوبـــون الثالث مباشرة.

الحـــــل

الشراء تم بعد صرف الكوبون الثالث أى يتبقى ٧ كوبونات يـــستحق أولها بعد سنة أى دفعات عادية لمدة ٧ سنوات.

ثمن شراء السند $(ق_ح)$ = **ف** × **ع** $\overline{٧|}_{١٤٪}$ + $ق_س$ × $(١+٠,١٤)^{-٧}$

$$= ١٢٠ \times \frac{١ - (١,١٤)^{-٧}}{٠,١٤} + ١٠٨٠ \times ١,١٤^{-٧}$$

$$= ١٢٠ \times ٤,٢٨٨٣٠٥ + ١٠٨٠ \times ٠,٣٩٩٦٣٧$$

$$= ٥١٤,٥٩٧ + ٤٣١,٦٠٨$$

$$= ٩٤٦,٢٠٥$$ جنيه

مثال(٤) : أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً قيمته ٢ مليون جنيه موزعا على ١٠٠٠ سند، على أن تستهلك السندات فى نهاية ١٥ سنة بقيمة استهلاكية = ٠,٩٥ من القيمة الاسمية، ويمنح السند كوبون ســـنوى بمعدل ١١% سنويا. إحسب ثمن شراء السند قبل صرف الكوبـــون الرابع بثلاثة شهور، إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق وقت الشراء ١٣% سنويا.

الحـــــل

القيمة الاسمية للسند $(ق_أ) = \frac{٢٠٠٠٠٠٠}{١٠٠٠} = ٢٠٠٠$ جنيه

ع = ١١%　　　　　　$ع^*$ = ١٣%

القيمة الاستهلاكية $ق_س$ = ٠,٩٥ × $ق_أ$

= ٠,٩٥ × ٢٠٠٠ = ١٩٠٠ جنيه

ف　　　= $ق_أ$ × ع × ١

$$= ٢٠٠٠ \times \frac{١١}{١٠٠} \times ١ = ٢٢٠ \text{ جنيه}$$

الشراء قبل صرف الكوبون الرابع بثلاثة شهور معنى ذلك انه يتبقى ١٢ كوبون (١٥ – ٣) يستحق أولها بعد ٣ شهور أى دفعات عادية متـــأخرة السداد ($\frac{ت}{ز}$) حيث ت = ٩.

$$\text{ثمن شراء السند} = ف \times ع_{\overline{ن|}\,ع^*\%}\ (١+ع^*)^{\frac{ت}{ز}} + ق_س \times (١+ع^*)^{-ن}$$

$$\text{ثمن شراء السند} = ف \times ع_{\overline{١٢|}\,١٣\%}\ (١+٠,١٣)^{\frac{٩}{١٢}} + ق_س \times (١+٠,١٣)^{-١٢}$$

$$= ٢٢٠ \times \frac{١ - (١,١٣)^{-١٢}}{٠,١٣}\ (١,١٣)^{\frac{٩}{١٢}} + ١٩٠٠ \times ١,١٣^{-١٢}$$

= ٢٢٠ × ٥,٩١٧٦٤٧ × ١,٠٩٦٠ + ١٩٠٠ × ٠,٢٣٠٧٠٦

= ١٤٢٦,٨٦٣ + ٤٣٨,٣٤١

= ١٨٦٥,٢٠٤ جنيه

طرق سداد القروض السندية

عندما تصدر إحدى الشركات قرضاً سندياً للاكتتاب العام يكون أمامها أكثر من طريقة لسداد قيمة هذا القرض لحاملى السندات، وسوف نكتفى بطريقة واحدة تتشابه مع طريقة سداد القروض العادية التى سبق أن تعرضنا لها وهى :

سداد القرض السندى بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا (طريقة القسط المتساوى) :

وبموجب هذه الطريقة يتم سداد القرض السندى فى صورة أقساط متساوية يتكون القسط من جزئين الفائدة (ف) والاستهلاك (س).

١ - حساب القسط السنوى المتساوى (ط) :

$$ط = \frac{أ}{عـ_{\overline{ن|}}\ ع\%}$$ **حيث أ = القرض السندى**

٢ - حساب الفائدة الدورية الأولى :

$$ف_{١} = أ \times ع \times ١$$

٣ - حساب الاستهلاكات من القرض :

الاستهلاك الأول $س_{١} = ط - ف_{١}$

ثم نحسب الاستهلاكات التالية من خلال العلاقة :

$$س_ر = س_{ر-١} (١ + ع)$$

$$س_٢ = س_١ (١ + ع)$$

$$س_٣ = س_٢ (١ + ع)$$

$$س_٤ = س_٣ (١ + ع)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$س_ن = س_{ن-١} (١ + ع)$$

٤- نحول الاستهلاكات السنوية من القــرض إلـــى عـــدد مـــن الـــسندات المستهلكة سنوياً حيث :

عدد السندات المستهلكة سنويا = الاستهلاك السنوى ÷ القيمة الاسمية للسند

(مع التقريب لأقرب عدد صحيح)

٥- حساب رصيد القرض فى بداية كل فترة حيث :

رصيد القرض فى بداية أى فترة = رصيد عدد السندات فى بداية الفترة × القيمة الاسمية للسند

٦- حساب الفائدة عن كل فترة كما يلى :

الفائدة عن أى فترة = رصيد القرض فى بداية الفترة × ع × ١

٧- حساب القسط الإجمالى لكل فترة كما يلى :

القسط الإجمالى للفترة = الفائدة عن الفترة + استهلاك الفترة

مع ملاحظة أن قيمة القسط عن كل فترة ليست متساوية تمامـــا بـــل توجد اختلافات بسيطة نظراً لعملية التقريب فى عدد السندات المستهلكة كـــل فترة.

مثال (١) : أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً يتكون من ٢٠٠٠ سند القيمة الاسمية للسند ٤٠٠ جنيه بفائدة سنوية بمعدل ١٠% سنويا، وقررت الشركة استهلاك السندات والفوائد على ٥ أقساط سنوية متساوية من القرض والفوائد معا، فإذا علمت أن السندات تستهلك بقيمتها الاسمية، المطلوب تصوير جدول استهلاك القرض.

الحـــل

القيمة الاسمية للقرض (أ) = عدد السندات المصدرة × القيمة الاسمية للسند

= ٢٠٠٠ × ٤٠٠ = ٨٠٠٠٠٠ جنيه

القسط السنوى المتساوى (ط) :

$$ط = \frac{أ}{عـ_{\overline{ن|}}\ ع\%}$$

$$= \frac{٨٠٠٠٠٠}{عـ_{\overline{٥|}}\ ١٠\%}$$

$$عـ_{\overline{٥|}}\ ١٠\% = \frac{١ - (١,١٠)^{-٥}}{٠,١٠} = ٣,٧٩٠٧٨٧$$

$$ط = \frac{٨٠٠٠٠٠}{٣,٧٩٠٧٨٧}$$

$$ط = ٢١١٠٣٧,٩٧$$

$$ف_{١} = ٨٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١ = ٨٠٠٠٠$$ جنيه

بعد التقريب	عدد السندات المستهلكة سنوياً	=	الاستهلاكات السنوية ÷ القيمة الاسمية للسند

س$_{1}$ = ط – ف$_{1}$

= ٢١١٠٣٧,٩٧ – ٨٠٠٠٠ = ١٣١٠٣٧,٩٧ ÷ ٤٠٠ = ٣٢٧,٥٩٥   ٣٢٨

س$_{2}$ = س$_{1}$ (١ + ع)

= ١٣١٠٣٧,٩٧ × ١,١٠ = ١٤٤١٤١,٧٧ ÷ ٤٠٠ = ٣٦٠,٣٥   ٣٦٠

س$_{3}$ = س$_{2}$ (١ + ع)

= ١٤٤١٤١,٧٧ × ١,١٠ = ١٥٨٥٥٥,٩٥ ÷ ٤٠٠ = ٣٩٦,٣٩   ٣٩٦

س$_{4}$ = س$_{3}$ (١ + ع)

= ١٥٨٥٥٥,٩٥ × ١,١٠ = ١٧٤٤١١,٥٥ ÷ ٤٠٠ = ٤٣٦,٠٣   ٤٣٦

س$_{5}$ = س$_{4}$ (١ + ع)

= ١٧٤٤١١,٥٥ × ١,١٠ = ١٩١٨٥٢,٧١ ÷ ٤٠٠ = ٤٧٩,٦٣   ٤٨٠

٢٠٠٠

جدول استهلاك القرض السندى

الفترة	عدد السندات		رصيد القرض أول الفترة	المبلغ المخصص لخدمة القرض		
	رصيد أول الفترة	المستهلكة آخر الفترة		الفائدة	الاستهلاك	القسط الإجمالى
١	٢٠٠٠	٣٢٨	٨٠٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	١٣١٠٣٧,٩٧	٢١١٠٣٧,٩٧
٢	١٦٧٢	٣٦٠	٦٦٨٨٠٠	٦٦٨٨٠	١٤٤١٤١,٧٧	٢١١٠٢١,٧٧
٣	١٣١٢	٣٩٦	٥٢٤٨٠٠	٥٢٤٨٠	١٥٨٥٥٥,٩٥	٢١١٠٣٥,٩٥
٤	٩١٦	٤٣٦	٣٦٦٤٠٠	٣٦٦٤٠	١٧٤٤١١,٥٥	٢١١٠٥١,٥٥
٥	٤٨٠	٤٨٠	١٩٢٠٠٠	١٩٢٠٠	١٩١٨٥٢,٧٥	٢١١٠٥٢,٧٥

رصيد القرض أول الفترة = رصيد عدد السندات أول الفترة × القيمة الاسمية للسند

الفائدة عن الفترة = رصيد القرض أول الفترة × ع × ١

تمـــــارين

١- سند قيمته الاسمية ٣٠٠٠ جنيه يستهلك فى نهاية ١٢ سنة ويمنح فائـــدة سنوية بمعدل ١٠ سنوياً، احسب ثمن شراء السند قبل صرف الكوبـــون مباشرة إذا كان معدل الفائدة المركبة للسند فى الـــسوق ١٣% ســـنوياً، وذلك فى الحالات التالية :

١- السند يستهلك بقيمته الاسمية.

٢- السند يستهلك بعلاوة ٧%.

٣- السند يستهلك بخصم ٤%.

٢- أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً قيمته ٥ مليون جنيه موزعاً على ٢٠٠٠ سند تستهلك فى نهاية ٨ سنوات بقيمة استهلاكية = ١,٠٩ مـــن القيمة الاسمية ويمنح السند كوبون سنوى بمعدل ١١% سنوياً. إحـــسب ثمن شراء السند فى الحالات التالية :

١- قبل صرف الكوبون الثالث مباشرة.

٢- بعد صرف الكوبون الثالث.

٣- قبل استحقاق الكوبون الثالث بخمسة شهور.

علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق وقت الـــشراء ١٤% سنوياً.

٣- أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً قيمته ٣ مليون جنيه موزعاً على ١٠٠٠ سند تستهلك تلك السندات فى نهاية ١٢ سنة بقيمة استهلاكية = ٠,٩٧ من القيمة الاسمية، ويمنح السند كوبون سنوى بمعدل ١٠% سنوياً. إحسب ثمن شراء السند فى الحالات التالية :

١- قبل صرف الكوبون الخامس مباشرة.

٢- بعد صرف الكوبون الخامس مباشرة.

٣- قبل استحقاق الكوبون الخامس بثلاثة شهور.

علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد فى السوق وقت الشراء ١٢% سنويا.

٤- أصدرت إحدى الشركات قرضاً سندياً موزعا على ٣٠٠٠ سند بقيمة اسمية ٥٠٠ جنيه للسند بموجب فائدة سنوية بمعدل ١١% سنويا وقررت الشركة استهلاك السندات والفوائد على ٥ أقساط سنوية متساوية من القرض والفوائد معاً، فإذا علمت أن السندات تستهلك بقيمتها الاسمية، المطلوب تصوير جدول استهلاك القرض.

المراجع

١ – د. سلامة عبد الله سلامة "رياضيات التمويل والاستثمار". دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٨٢.

٢ – د. سعد السعيد عبد الرازق، "الرياضة المالية"، دار الثقافة العربية، القاهرة ١٩٩٣.

٣ – د. شوقي سيف النصر سيد، "الرياضة المالية"، دار الثقافة العربية، القاهرة ١٩٩٦.

٤ – د. عادل عبد الحميد عز، "رياضيات التمويل والاستثمار"، دار الثقافة العربية، القاهرة، ١٩٩١.

٥ – د. محمد توفيق المنصوري، د. مصطفى عبد الغني أحمد، "رياضيات التمويل والاستثمار"، دار النهضة العربية، القاهرة ١٩٩٦.

٦ – د. محمد صلاح الدين صدقي، د. منى محمد عمار، "الرياضة المالية" دار الثقافة العربية،القاهرة ١٩٨٩.

٧ – د. محمد صلاح الدين صدقي، د. منى محمد عمار، د. مصطفى عبد الغني أحمد "رياضيات التمويل والاستثمار" دار النهضة العربية، القاهرة ١٩٩٧.

٨ – د. محمد صلاح الدين صدقي، "مبادئ النظرية الإحصائية وتطبيقاتها في المشروع التجارية والصناعية"، دار النهضة العربية، القاهرة ١٩٩٣.

٩ – د. محمد غازي صابر، د. مصطفى عبد الغني أحمد، "رياضيات التمويل والاستثمار"، دار الثقافة العربية، القاهرة، ١٩٩٦.

١٠ -د. محمد وحيد عبد الباري، "الرياضة المالية"، دار الثقافة العربية، القاهرة، ١٩٩٦.